

Este arquivo contém o texto completo do seguinte trabalho:

SILVA, Cibelle Celestino & MARTINS, Roberto de Andrade. William Thomson and the use of analogies and models in electromagnetism. Pp. 401-408, in: RODRÍGUEZ, Victor & SANVATICO, Luis (eds.). *Epistemología e Historia de la Ciencia. Selección de Trabajos de las XIII Jornadas*. Vol. 9. Córdoba: Universidad Nacional de Córdoba, 2003.

Este arquivo foi copiado da biblioteca eletrônica do Grupo de História e Teoria da Ciência <<http://www.ifi.unicamp.br/~ghtc/>> da Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP), do seguinte endereço eletrônico (URL):

<<http://ghtc.ifi.unicamp.br/pdf/ram-95.pdf>>

Esta cópia eletrônica do trabalho acima mencionado está sendo fornecida para uso individual, para fins de pesquisa. É proibida a reprodução e fornecimento de cópias a outras pessoas. Os direitos autorais permanecem sob propriedade dos autores e das editoras das publicações originais.

This file contains the full text of the following paper:

SILVA, Cibelle Celestino & MARTINS, Roberto de Andrade. William Thomson and the use of analogies and models in electromagnetism. Pp. 401-408, in: RODRÍGUEZ, Victor & SANVATICO, Luis (eds.). *Epistemología e Historia de la Ciencia. Selección de Trabajos de las XIII Jornadas*. Vol. 9. Córdoba: Universidad Nacional de Córdoba, 2003.

This file was downloaded from the electronic library of the Group of History and Theory of Science <<http://www.ifi.unicamp.br/~ghtc/>> of the State University of Campinas (UNICAMP), Brazil, from following electronic address (URL):

<<http://ghtc.ifi.unicamp.br/pdf/ram-95.pdf>>

This electronic copy of the aforementioned work is hereby provided for exclusive individual research use. The reproduction and forwarding of copies to third parties is hereby forbidden. Copyright of this work belongs to the authors and publishers of the original publication.

William Thomson e o uso de analogias e modelos no eletromagnetismo

*Cibelle Celestino Silva / Roberto de Andrade Martins**

1. Introdução

Na metade do século XIX a teoria ondulatória da luz era amplamente aceita em toda Grã-Bretanha e adotava-se a crença na existência de um éter luminoso – um tipo de sólido elástico que preencheria todo o espaço. Além de ser o meio que sustentaria a propagação da luz, o éter tinha outras funções na filosofia mecanicista britânica. Maxwell, William Thomson (posteriormente Lord Kelvin) e outros desenvolveram modelos e analogias para explicar os fenômenos elétricos e magnéticos baseadas na existência do éter. Thomson, em particular, desenvolveu analogias entre os fenômenos eletrostáticos e condução de calor e também com o movimento de um sólido elástico. As idéias de Maxwell e Thomson foram posteriormente desenvolvidas por George FitzGerald, Oliver Lodge, Joseph Larmor e outros.

Segundo Mary Hesse, a relação entre modelo e fenômeno modelado geralmente é uma relação de analogia. Ela diferencia entre dois tipos de analogia: a analogia formal e a analogia material. No primeiro caso, as mesmas relações axiomáticas e dedutivas relacionam sujeitos e predicados de sistemas análogos, de modo que sistemas análogos são descritos por equações semelhantes. Por exemplo, um pêndulo e um circuito elétrico oscilante são formalmente análogos entre si pois ambos podem ser descritos por uma mesma equação. Em uma analogia formal não necessariamente há semelhança entre os sujeitos e predicados de dois sistemas. No caso de uma analogia material, há também semelhanças físicas entre os sistemas, como por exemplo, na teoria cinética dos gases que considera um gás como um conjunto de pequenas esferas.¹ A relação analógica, seja ela formal ou material, geralmente implica em diferenças e semelhanças, além disso, dois sistemas podem ter apenas uma analogia formal entre si, sem que haja analogia material, por exemplo os vários modelos mecânicos desenvolvidos no século XIX e os fenômenos eletromagnéticos.

Neste trabalho vamos discutir em mais detalhes algumas analogias e modelos de Thomson utilizados para explicar os fenômenos eletromagnéticos, como por exemplo, a analogia entre condução de calor em sólidos e eletrostática e também modelos relacionavam as grandezas elétricas com translações e as grandezas magnéticas com rotações no éter.

* Grupo de História e Teoria da Ciência, DRCC, Instituto de Física “Gleb Wataghin”, UNICAMP, Brasil.

2. As linhas de campo de Faraday

A filosofia natural britânica era uma filosofia mecânica que buscava explicações para os fenômenos físicos em termos de matéria, movimento e forças baseadas nas leis de Newton. Dentro deste espírito, o éter seria considerado como base para todos os fenômenos físicos, interpretados como alterações mecânicas do éter.

No contexto do século XIX, um campo de força era pensado como um espaço no qual a força é definida em cada ponto, e uma teoria de campo é qualquer teoria que permite calcular os valores dessas forças. O termo “campo” é usado em um sentido amplo, significando a introdução de entidades físicas ou matemáticas no espaço existente entre fontes elétricas e magnéticas. As linhas de campo de Michael Faraday (1791-1867) são o primeiro conceito preciso da idéia de campo. Faraday defendeu em 1845 um conceito de campo puro, no qual cargas e correntes são conceitos secundários. Thomson foi o primeiro a introduzir em 1847 o conceito de campo acompanhado por um formalismo matemático e procurar sua fundamentação em uma teoria dinâmica do éter.²

Por não ser o objetivo deste trabalho, não vamos entrar em detalhes sobre todos os aspectos do trabalho de Faraday. Vamos apenas discutir alguns aspectos do seu trabalho que são relevantes para entendermos as analogias e modelos mecânicos desenvolvidos por Thomson. Em 1831, Faraday estava buscando analogias entre o comportamento da eletricidade em movimento na forma de corrente e do magnetismo. Ele conhecia os experimentos de Hans Christian Ørsted (1771-1851) realizados em 1820 nos quais uma corrente elétrica pode induzir um campo magnético. Pensou que o efeito recíproco também poderia existir: um campo magnético poderia induzir uma corrente em um circuito. A idéia de Faraday era a de que se há circulação de corrente por um circuito, deveria surgir uma corrente induzida em um circuito próximo enquanto durar a corrente indutora. Percebeu que de fato havia uma corrente induzida, mas que durava apenas um instante enquanto a corrente indutora era ligada ou desligada, assim a corrente induzida depende da variação da corrente indutora. Além disso, mostrou que a força eletromotriz induzida também depende do movimento relativo entre o fio e as linhas de força.³

Faraday propôs uma nova forma de representar o estado do campo magnético para discutir o fenômeno de indução de correntes. Na época já era costume visualizar o campo magnético através da distribuição das curvas formadas por limalha de ferro espalhadas na região onde havia um campo magnético, como mostra a figura 1.⁴ Essas curvas sugeriram a Faraday a idéia de “linhas de força magnética,” ou curvas cujas direções em cada ponto coincidem com a direção da força magnética e o espaçamento entre as linhas indica sua intensidade ou magnitude.⁵ Faraday imaginou que todo o espaço estaria permeado por linhas de força. Cada linha de força seria uma curva fechada que passaria em algum ponto de sua trajetória pelo ímã. Faraday explicou que a corrente elétrica induzida é diretamente proporcional ao número de linhas interceptadas pelo circuito durante o movimento. Esse é o princípio fundamental da indução de correntes.

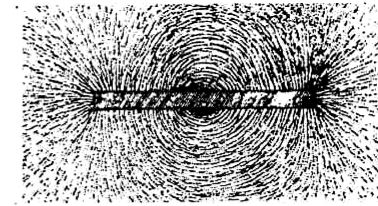


Figura 1. Representação dos fenômenos elétrico e magnético por linhas de campo.

Faraday acreditava que a natureza da ação elétrica ou magnética estava além do alcance dos experimentos. Ele evitou essa discussão definindo essa ação como ocorrendo entre as partículas “contíguas” de um meio material: uma ação contígua afeta cada partícula sucessivamente, sem deixar de lado qualquer partícula. Faraday pensava em termos de linhas de força para representar a ação magnética pois “todos os pontos estabelecidos experimentalmente a respeito de tal ação, isto é, todos que não são hipotéticos, parecem ser bem e verdadeiramente representados por elas.”

O modelo de linhas de força de Faraday é uma representação esquemática e conceitual de um fenômeno físico (magnetismo), que atribui a ele propriedades possíveis de serem tratadas por teorias. Neste sentido, segundo Bunge, o modelo estabelece uma relação entre o real e o teórico.⁶

Faraday não desenvolveu modelos matemáticos para tratar as linhas de força. Nesta mesma época, Thomson também estava estudando formas de representar as ações elétrica e magnética, porém utilizando um enfoque mais teórico e analogias com fenômenos conhecidos.

3. A analogia entre eletricidade e o fluxo de calor de William Thomson

Ao contrário de Faraday (que era principalmente um experimental), William Thomson (1824-1907) era um matemático com profundos conhecimentos de mecânica analítica. Thomson dominava os métodos matemáticos franceses, que foram divulgados na Irlanda e na Escócia por James Thomson (pai de William Thomson), por John Pringle Nichol e William Meikleham, professores de William Thomson. O jovem Thomson estava em perfeitas condições para apreciar e desenvolver os trabalhos matemáticos franceses, tanto

que estudou o *Théorie analytique de la chaleur* de Fourier em duas semanas, aos dezesseis anos de idade.⁷

Os trabalhos de Fourier sobre calor e óptica chamaram a atenção dos filósofos naturais britânicos por serem geométricos e pouco especulativos, agradando, assim, suas inclinações. A teoria do calor de Fourier era especialmente atraente pois não especulava sobre a natureza do calor e da matéria. Partindo da lei de troca de calor entre elementos vizinhos de matéria, Fourier reduziu o problema da propagação de calor à solução de uma equação diferencial. Suas equações básicas tinham um significado empírico direto e atribuíram um papel central ao conceito de fluxo de calor através de uma superfície. Fourier enfatizou a relação entre a quantidade de calor que atravessa uma superfície por unidade de tempo com a taxa de variação de temperatura através da superfície. Em linguagem moderna, na teoria de Fourier, o gradiente de temperatura seria responsável pelo fluxo de calor através de uma superfície.

Em 1842 Thomson começou a explorar mais os processos formais empregados na física. Seu estudo do trabalho de Fourier sobre condução de calor o levou a descobrir independentemente alguns teoremas da teoria de potenciais que foram imediatamente aplicadas. Em sua analogia entre eletrostática e fluxo de calor, Thomson não estava preocupado em entender fisicamente o que ocorre no espaço entre os condutores. O mesmo vale para sua analogia entre hidrodinâmica e magnetismo.⁸ Segundo Thomson, estas analogias podem ser consideradas como pontos de partida em direção a analogias mecânicas mais verdadeiras que poderiam resultar em uma teoria física para a propagação das forças elétrica e magnética.⁹

Thomson utilizou os métodos de Fourier no estudo da eletricidade e também aplicou resultados da eletrostática para obter resultados sobre a teoria de calor. Em linguagem atual, a analogia que ele estabeleceu foi entre potencial elétrico e temperatura, por um lado, e campo elétrico (e cargas) e fluxo de calor (e fontes de calor). Thomson generalizou o argumento de Fourier de que a temperatura em um ponto pode ser calculada considerando-se que as fontes de calor estão distribuídas sobre uma superfície isotérmica, obtendo assim uma forma da equação de Poisson e da lei de Gauss. Através dessa generalização, Thomson estudou os problemas de fluxo de calor, atração eletrostática e atração gravitacional, incluindo discussões sobre condições de contorno e unicidade das soluções.

Thomson superpôs as fontes puntiformes em uma superfície $d\omega_1^2$ com densidade ρ_1 para chegar na seguinte expressão para a temperatura $v = \iint \frac{\rho_1 d\omega_1^2}{r_1}$ que é idêntica à expressão do potencial V correspondente a uma densidade elétrica ρ_1 .¹⁰ Como vemos, a notação usada por Thomson é diferente da atual: ele usava um elemento de linha $d\omega_1$ elevado ao quadrado para representar um elemento de área.

Green em 1828, Gauss e Chasles em 1839 já haviam publicado este teorema. Green e Gauss, como Thomson, atribuíram um papel central para a função V . No entanto, seus métodos eram puramente analíticos, baseados na integração parcial e nas formas quadráticas. A inovação de Thomson foi desenvolver um método de encontrar teoremas através de analogias formais entre duas teorias físicas. Em seu raciocínio, ele foi de uma

teoria para outra várias vezes, transpondo conceitos e teoremas de uma para outra. O ponto inicial de uma teoria (lei de Coulomb) tornou-se resultado da outra (distribuição de temperatura de fontes puntiformes). Uma consequência óbvia de uma teoria (transferência local de calor na teoria de Fourier) tornou-se um teorema essencial da outra (fluxo do campo através de uma superfície).

Seguindo a distinção entre analogia formal e analogia material de Mary Hesse descrita anteriormente, a analogia desenvolvida por Thomson entre calor e eletricidade é uma analogia do tipo formal. Ele considera que apenas as equações que descrevem os dois fenômenos são análogas mas não os fenômenos em si – a analogia pode ser construída pela atribuição de significados próprios de cada teoria aos símbolos das equações. Para ele, seria possível desenvolver novas idéias na eletricidade a partir do estudo das equações que descrevem o fenômeno de condução de calor, uma vez que suas equações são análogas.

4. A analogia com um meio elástico

A idéia mais comum sobre o que é analogia em ciência certamente não é a de analogias formais. As analogias comumente usadas possuem mais um caráter físico do que matemático oferecendo, assim, uma similaridade entre fenômenos físicos conhecidos pois um modelo é desenvolvido a partir de processos familiares e bem entendidos.

Na física britânica do século XIX havia uma forte tendência para o desenvolvimento de modelos realísticos para entender os fenômenos eletromagnéticos. A maior parte dos físicos vitorianos acreditavam que a matéria e o éter possuíam uma natureza mecânica, portanto imaginavam que seria possível construir modelos que realmente explicavam a realidade física ou que ao menos fossem iguais a ela. Para Thomson os modelos mecânicos são essenciais para o entendimento dos fenômenos:

Parece-me que o verdadeiro significado da questão 'podemos ou não entender um assunto em Física?' é: Podemos construir um modelo mecânico correspondente? Nunca me satisfaço até que possa fazer um modelo mecânico de um objeto, se consigo fazer um modelo mecânico para ele consigo entendê-lo. Mas se não sou capaz de fazer um modelo mecânico, eu não o entendo.¹¹

Os modelos mecânicos de Thomson também tinham um caráter matemático além do caráter físico. Ele se dedicou ao desenvolvimento de modelos cujos aspectos formais (isto é, suas equações) também tinham um caráter de analogia formal pois, baseou-se no estudo de deformações em sólidos elásticos, transpondo as equações e conceitos para o eletromagnetismo.

Faraday acreditava que as forças elétrica e magnética se propagavam por meio de tensões em um meio elástico. Ele não tentou explicar essas tensões em termos de tensões mecânicas específicas pois achava que a dinâmica matemática não era capaz de explicar os conceitos de força e poder em que sua física estava baseada. Thomson pensava de forma diferente. Achava que uma tensão poderia ser entendida por uma analogia com um sólido elástico tensionado. Coincidentemente, George Gabriel Stokes havia acabado um elegante estudo sobre sólidos elásticos na época, proporcionando um novo enfoque sobre a dinâmica dos meios contínuos.

Seguindo a tradição britânica de lidar com elementos de um contínuo, Stokes estudou a natureza do movimento mais geral de um elemento de fluido. Decompôs o movimento de um elemento do fluido em partes simétricas e antissimétricas, encontrando que o movimento mais geral poderia ser obtido pela superposição de três dilatações ou contrações em torno de três eixos ortogonais e uma rotação. Rotações não tensionam o elemento, somente as dilatações e contrações, resultando em três pressões adicionais positivas ou negativas ao longo dos eixos principais. Com essas hipóteses Stokes deduziu as equações de movimento de um sistema de tensões agindo sobre um elemento de superfície arbitrário.¹²

Thomson também tinha esta interpretação em mente quando descreveu os três tipos simples de soluções para as equações de equilíbrio de um sólido incompressível como análogas aos campos de uma carga puntiforme, de um dipolo magnético e de um elemento de corrente. Para o deslocamento de um sólido incompressível, a equação de equilíbrio de Stokes deve ser satisfeita e os três tipos de soluções devem satisfazer a condição de incompressibilidade:¹³

$$\frac{d\alpha}{dx} + \frac{d\beta}{dy} + \frac{d\gamma}{dz} = 0,$$

onde α , β , γ são as projeções sobre os eixos coordenados de um deslocamento infinitesimal em um ponto dado por x , y , z do meio incompressível. Lembremos que na época o formalismo vetorial ainda não tinha sido desenvolvido: as grandezas vetoriais eram representadas por suas componentes (representadas por letras diferentes); as equações expressando relações vetoriais entre as grandezas também eram escritas na forma de componentes.

As três soluções para a equação de movimento em um meio elástico foram interpretadas por Thomson como:

a) $\alpha = \frac{x}{r_3}$, $\beta = \frac{y}{r_3}$, $\gamma = \frac{z}{r_3}$, interpretada como a força elétrica devida à uma carga unitária.¹⁴

b) $X = \frac{d\beta}{dz} - \frac{d\gamma}{dy}$, $Y = \frac{d\gamma}{dx} - \frac{d\alpha}{dz}$, $Z = \frac{d\alpha}{dy} - \frac{d\beta}{dx}$, interpretada como a força que um dipolo magnético exerce sobre uma unidade de magnetismo. Para Thomson, cada componente da força representa rotações de um elemento do meio em torno dos eixos x , y , z .¹⁵

c) $\frac{d\beta}{dz} - \frac{d\gamma}{dy} = \frac{mz - ny}{r_3}$, $\frac{d\gamma}{dx} - \frac{d\alpha}{dz} = \frac{nx - lz}{r_3}$, $\frac{d\alpha}{dy} - \frac{d\beta}{dx} = \frac{ly - mx}{r_3}$, interpretada como a força que um elemento de corrente unitário, na direção dada por l , m , n , exerce sobre uma unidade de magnetismo no ponto x , y , z . Thomson conclui deste resultado que a rotação de qualquer elemento do meio expresso por essa solução representa a força de um elemento de corrente em um fio, em direção e magnitude.¹⁶

Esse tipo de raciocínio para tratar um sólido elástico se tornou uma ferramenta fundamental na física de campos. As expressões envolvendo derivadas parciais como $\partial\alpha/\partial z - \partial\beta/\partial y$, etc. passaram a indicar uma rotação local de um meio se α , β , γ forem entendidas como componentes de uma velocidade ou de um deslocamento.¹⁷ Posteriormente os operadores diferenciais passaram a ser amplamente utilizados no eletromagnetismo pois as equações que descrevem os fenômenos eletromagnéticos foram desenvolvidas a partir de analogias com as equações que descrevem rotações e translações infinitesimais em um meio contínuo distribuído por todo o espaço.

Thomson notou que a analogia deveria ser entre força elétrica e deslocamento elástico e que a força magnética seria análoga a rotações. Os resultados de Thomson mostravam uma imagem da propagação da força elétrica ou magnética como sendo formalmente análoga à maneira como mudanças no deslocamento elástico se propagam através de um sólido elástico, isto é, as equações que representam matematicamente os dois fenômenos são do mesmo tipo.

Um dos aspectos importante desta analogia está no fato de que ela é mecânica, isto é, representa as forças por estados mecânicos em um sólido elástico, sugerindo mais explicitamente a propagação da força por processos mecânicos no éter. Além disso, ela abrange não só a ação eletrostática mas também as ações magnética e eletromagnética.

5. Conclusão

A física do século XIX tinha uma grande preocupação em construir imagens mentais dos fenômenos. Por isso foram desenvolvidas analogias e modelos mecânicos para descrever os fenômenos eletromagnéticos, tais como analogias com fluxo de calor a partir do trabalho de Fourier, modelos hidrodinâmicos e modelos de meio elásticos desenvolvidos por Stokes, Thomson, Green e outros. O uso de analogias por Thomson foi importante para o desenvolvimento do eletromagnetismo pois mostrou que há uma semelhança entre as equações dos fenômenos utilizados na analogia e as equações dos fenômenos eletromagnéticos. A analogia com o fluxo de calor sugeriu novos teoremas e manteve alguns aspectos geométricos do modelo de Faraday, enquanto que a analogia com tensões em um meio elástico ofereceu uma representação mecânica das forças elétrica e magnética que integraram as noções de Faraday de tensões em um campo. Inicialmente, essas analogias tinham apenas a finalidade de facilitar a dedução dos resultados, por comparação entre fenômenos de naturezas completamente diferentes. Depois, no entanto, a partir dessa semelhança matemática, Thomson passou a interpretar que os fenômenos eletromagnéticos como fisicamente análogos a outros fenômenos mecânicos.

Notas

¹ Hesse 1972.

² Darrigol 2000, p. 78.

³ Faraday utilizou inicialmente em suas pesquisas imãs naturais e fios, sem observar nenhum efeito. Posteriormente, utilizou eletroímãs e fios conseguindo observar efeitos significativos.

⁴ O termo *linhas de força* foi usado pelos filósofos escolásticos relacionado com magnetismo, por exemplo Niccolò Cabeo. Entre os escritores do século XVIII, La Hire menciona o uso de limalha de ferro.

⁵ Whittaker 1973, p. 171-72.

- ⁶ Bunge 1974.
⁷ Darrigol 2000, p. 114.
⁸ Darrigol 2000, p. 136.
⁹ Darrigol 2000, p. 127.
¹⁰ Thomson 1872, p. 3.
¹¹ Thompson 1976, vol. II, p. 835.
¹² Stokes 1966, pp. 75-129.
¹³ Thomson 1882, p. 77. Em linguagem moderna, esta condição corresponde à divergência nula do deslocamento.
¹⁴ Thomson 1882, p. 78.
¹⁵ Thomson 1882, p. 79.
¹⁶ Thomson 1882, p. 80.
¹⁷ Maxwell tinha esta idéia em mente quando introduziu o "curl" de um vetor em 1870.

Bibliografia

- Bunge, Mario (1974), *Teoria e Realidade*. São Paulo: Perspectiva.
Darrigol, Olivier (2000), *Electrodynamics from Ampère to Einstein*. New York: Oxford University Press.
Hesse, Mary (1972), "Models and analogy in science", en Edwards, Paul (ed.), *The encyclopedia of philosophy*. New York: MacMillan, Vol. 5, pp. 354-359.
Stokes, George Gabriel (1966), "On the theories of the internal friction of fluids in motion, and the equilibrium and motion of elastic solids", em *Mathematical and Physical Papers of George Gabriel Stokes*. London: Johnson Reprint Corporation, Vol. 1, pp. 75-129.
Thompson, Silvanus (1976), *The life of Lord Kelvin*. New York: Chelsea Publishing.
Thomson, William (1882-1911), "On a mechanical representation of electric, magnetic, and galvanic forces" em *Mathematical and Physical Papers of William Thomson*. Cambridge: Cambridge University Press, Vol. 1, pp. 76-79.
Thomson, William (1872), "On the uniform motion of heat in homogeneous solid bodies and its connection with mathematical theory of electricity" em Thomson, William, *Reprint of Papers on Electrostatic and magnetism*. London: MacMillan & Co, pp. 1-14.
Whittaker, Edmund T. (1973), *A history of the theories of aether and electricity*. New York: Humanities Press.