FFI 105 – Física III

Guia de Estudo

Equações de Maxwell

Utilize os teoremas de Stokes

$$\oint_{\partial S} \mathbf{A} \cdot \mathrm{d}\mathbf{l} \; = \; \int_S (\nabla \times \mathbf{A}) \cdot \hat{\mathbf{n}} \; \mathrm{d}S$$

e de Gauss

$$\oint_{\partial V} \mathbf{A} \cdot \hat{\mathbf{n}} \; \mathrm{d}S \; = \; \int_V (\nabla \cdot \mathbf{A}) \, \mathrm{d}V$$

para escrever as quatro equações de Maxwell na forma diferencial.

Partindo agora das equações de Maxwell no vácuo (i.e. sem cargas ou correntes), utilize a identidade

$$\nabla \times (\nabla \times \mathbf{A}) \;=\; \nabla(\nabla \cdot \mathbf{A}) \;-\; \nabla^2 \mathbf{A}$$

para deduzir as equações de onda para os campos $\mathbf{E}$ e $\mathbf{B}$.

Demonstre que uma solução possível para a equação de onda do campo elétrico é um campo **E** com componente na direção y somente, e com propagação na direção x (i.e. o campo depende só da coordenada x, é uma onda plana)

$$E_y(x,t) = E_0 \cos(kx - \omega t)\,.$$

Substituindo a solução acima nas equações de Maxwell, obtenha o campo **B** (ignore uma possível componente constante), evidenciando a relação entre os valores máximos dos dois campos. Demonstre que **B** é ortogonal a **E**, e que a direção de propagação é a mesma do produto vetorial $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$. Este é um resultado geral.

Lembrando a expressão para a densidade de energia (i.e. energia por volume) associada ao campo elétrico e ao magnético no vácuo, explique por que o vetor de Poynting, definido como

$$\mathbf{S} \equiv \frac{\mathbf{E} \times \mathbf{B}}{\mu_0},$$

representa a intensidade da onda (energia por unidade de área por unidade de tempo).