

FFI 201 – Física Computacional I

Quarto Projeto (prazo até 5/10/12)

Instruções

- Crie um diretório “PROJ4_#usp” em /home/public/FISCOMP12/PROJ4
- Proteja seu diretório para não ser lido por “g” e “o”
- Deixe no diretório apenas 4 arquivos, de nomes “**exerA.f**”, “**exerA.eps**”, “**exerB.f**” e “**exerB.eps**”
- Os códigos devem seguir rigorosamente os padrões especificados abaixo para entrada/saída
- Use precisão dupla em seus resultados
- Note: se deixar de fazer algum exercício não inclua o arquivo correspondente

Exercícios

O objetivo deste projeto é o cálculo da velocidade de uma bicicleta em função do tempo, levando-se em conta os efeitos resistivos (hidrodinâmicos) do ar.

A) Ignoremos inicialmente o efeito resistivo do ar e a segunda lei de Newton nos dá

$$\frac{dv}{dt} = \frac{F}{m}, \quad (1)$$

sendo m a massa do sistema ciclista+bicicleta e F é a força que o ciclista emprega (devido à sua energia interna) para o movimento. Supomos aqui que não haja atritos nas engrenagens da bicicleta de forma que praticamente toda a força empregada pelo ciclista é transmitida ao movimento do sistema ciclista+bicicleta. A questão é: como calcular-se F ? Podemos, ao invés de (1), tratar o problema de outra forma. Estudos fisiológicos de ciclistas corredores mostraram que a potência P fornecida pelos ciclistas é de aproximadamente 400 Watts para corridas de duração da ordem de uma hora. Então temos

$$\frac{dE}{dt} = P \quad (2)$$

e

$$mv \frac{dv}{dt} = P \quad (3)$$

o que implica

$$\frac{dv}{dt} = \frac{P}{mv} . \quad (4)$$

De novo, desprezamos o atrito devido às engrenagens da bicicleta e o atrito da roda com o solo. Resolvendo-se a equação (4) temos

$$v(t) = \sqrt{v_0^2 + 2Pt/m} . \quad (5)$$

Discretizando a equação (4) acima usando a relação para a derivada de dois pontos para frente, i.e.

$$\frac{dv}{dt} = \frac{v_{i+1} - v_i}{\Delta t} \quad \text{com} \quad t_i = i \Delta t \quad \text{e} \quad i = 0, 1, 2, \dots , \quad (6)$$

temos a relação

$$v_{i+1} = v_i + \frac{P}{mv_i} \Delta t + \mathcal{O}((\Delta t)^2) , \quad (7)$$

conhecida como **método de Euler**.

Escreva um código que calcule, usando a equação (7), a velocidade como função do tempo. Use $m = 70Kg$ para a massa do sistema ciclista+bicicleta e $P = 400$ Watts.

Leia a partir do terminal (cada um em uma linha) v_0 (pequeno, mas diferente de zero) em m/s , Δt (em segundos) e o intervalo de tempo T (em s). A saída do programa deve ser o arquivo “vel1.out.dat”, com a velocidade em função do tempo para um intervalo de tempo T , no formato

t v(t)

A primeira linha do arquivo deve ser

0 v0

e o número de linhas do arquivo será $1 + \text{int}(T/\Delta t)$.

Além disso, você deve preparar um gráfico com a comparação de seus resultados à solução exata (5) do problema. Use $v_0 = 0.1m/s$ e T de 15 minutos. Seu gráfico deve conter:

1. curva da solução exata
2. curva da solução numérica para $\Delta t = 1s$

3. curva da solução numérica para $\Delta t = 10^{-1}s$

4. curva da solução numérica para $\Delta t = 10^{-2}s$

O gráfico deve ser preparado com `gnuplot` e salvo como arquivo postscript, de nome “`exerA.eps`”.

B) Vamos agora considerar o efeito da resistência do ar. Em geral esperamos que a força resistiva obedeça à seguinte realação

$$f_{res} \sim \gamma_1 v - \gamma_2 v^2, \quad (8)$$

onde o primeiro termo domina para pequenas velocidades e o segundo para grandes velocidades. No presente caso o primeiro termo, que pode ser estimado pela lei de Stokes para o escoamento hidrodinâmico de simples objetos, pode ser desprezado frente ao segundo termo. O coeficiente γ_2 pode ser estimado levando-se em conta que no intervalo dt a massa de ar que se choca com o ciclista é dada por

$$m_{ar} \approx \rho A v dt, \quad (9)$$

sendo A a área de choque e ρ a densidade do ar. Se esta massa de ar, ao se chocar com o ciclista, adquire a mesma velocidade v da bicicleta, temos que a energia dada ao ar é

$$E_{ar} \approx m_{ar} v^2 / 2. \quad (10)$$

Esta energia é transferida pela força resistiva

$$F_{res} v dt = W_{res} = E_{ar} \quad (11)$$

e temos que

$$F_{res} = C \rho A v^2, \quad (12)$$

onde C é o coeficiente de arrastamento (“drag coefficient”). No presente cálculo $C = 1/2$, o que representa uma boa aproximação. Se inserirmos a equação (12) em (7) teremos a equação

$$v_{i+1} = v_i + \frac{P}{m v_i} \Delta t - \frac{C \rho A v_i^2}{m} \Delta t + \mathcal{O}((\Delta t)^2). \quad (13)$$

Generalize o programa da tarefa **A)** levando em conta o efeito da resistência do ar. Ler a partir do terminal (cada um em uma linha) v_0 , Δt , T e a área A . **Obs:** use $m = 70Kg$, $P = 400$ Watts e $\rho = 1.2Kg/m^3$; também, note que suas respostas devem ser referentes a um intervalo T , isto é, qual a velocidade do ciclista após um tempo T (lido), etc. Teste seu programa para tempo T igual a 3 horas. A saída de seu programa, direto para o terminal, deve ter o seguinte formato:

- resposta à primeira questão abaixo, com o número de linhas que for necessário.
- respostas às próximas 4 questões, uma por linha (sem linhas adicionais entre as respostas); a resposta numérica deve ser a última palavra da linha.

Questões:

1. Por que o ciclista corredor normalmente se curva em corridas? por que os ciclistas correm em grupo? por que é mais vantajoso um corredor colar-se atrás de outro ao invés de ultrapassá-lo diretamente?
2. Qual a velocidade final do ciclista após o tempo T ?
3. Em que instante é alcançada a velocidade terminal?
4. Qual o espaço total percorrido pelo ciclista após o tempo T ?
5. Qual a velocidade média do ciclista no período de tempo T ?

Além disso, voce deve preparar um gráfico com a comparação de seus resultados para diversos valores da área A . Use $v_0 = 0.1m/s$ e tempo de 30 minutos. Use $\Delta t = 0.1s$. Seu gráfico deve conter:

- curva da solução exata sem resistência do ar
- curvas para 3 valores diferentes da área A : $1/3$, 1 , 3 .

O gráfico deve ser preparado com `gnuplot` e salvo como arquivo postscript, de nome “`exerB.eps`”.