FFI 201 – Física Computacional I

Quinto Projeto (prazo até 19/10/2012)

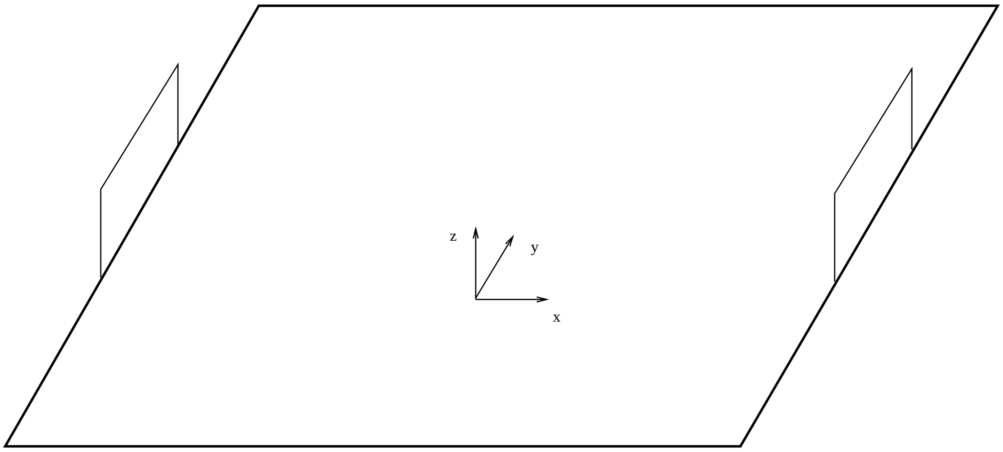
Instruções

- Crie um diretório "PROJ5_#usp" em /home/public/FISCOMP12/PROJ5
- Proteja seu diretório para nao ser lido por "g" e "o"
- Deixe no diretório apenas 4 arquivos, de nomes "**exer.f**", "**graf1.eps**", "**graf2.eps**" e "**graf3.eps**"
- O código deve seguir **rigorosamente** os padrões especificados abaixo para entrada/saida
- Use precisão dupla em seus resultados

Exercícios

O objetivo deste projeto é o cálculo do chamado "efeito Magnus", que explica por que uma bola adquire "efeito" quando lançada em rotação. O efeito é bastante utilizado em vários esportes, como o baseball, o tênis e o futebol. Em linhas gerais, devido aos efeitos resistivos do ar em contato com a bola em rotação, há menor pressão de ar sobre um dos lados da bola, o que a faz descrever uma curva inesperada, que pode ser calculada de forma a enganar os adversários no jogo. O efeito depende da velocidade de rotação da bola e será mais forte se a bola for menos lisa, pois assim o efeito resistivo será maior. (É por isso que as bolas de tênis são "peludas".)

Em nosso projeto, vamos considerar o caso da cobrança de faltas no futebol (efeito do "chute do Roberto Carlos"). Portanto, nosso espaço de coordenadas deve ser um campo, localizado no plano x-y, tomando a origem $(x, y, z) = (0, 0, 0)$ como o ponto de cobrança da falta. Considere a trave com 6 m de comprimento e com vértices superiores ("ângulos") nas posições (x_1, y_1, z_1) =(40 m, 4 m, 2.5 m) e (x_2, y_2, z_2) =(40 m, 10 m, 2.5 m) conforme a figura abaixo.



Tome a velocidade da bola como $v_0 = 100$ Km/h e considere que o tempo que o pé impulsiona a bola (que se deforma) é de aproximandamente 0.05 s. Se a bola possui massa $m_b = 1$ Kg, teremos para a força que impusiona a bola

$$F_0 \;=\; \frac{\Delta P}{\Delta t_0} \;=\; \frac{m_b\, v_0}{\Delta t_0} \;\approx\; 555\mathrm{N}\,.$$

Considerando que o chute pegue a bola a uma distância r_0 de 10 cm do centro (sendo o raio r_b de aproximadamente 13 cm), podemos calcular o torque

$$\tau_0 \;=\; \frac{\Delta L}{\Delta t_0} \;=\; \frac{I\,\omega}{\Delta t_0} \;=\; \frac{2m_b\, r_b^2}{3}\frac{\omega}{\Delta t_0} \;=\; F_0 r_0$$

e temos assim a velocidade de rotação de bola

$$\omega \;=\; \frac{3F_0 r_0 \Delta t_0}{2m_b\, r_b^2} \;\approx\; 39\,\mathrm{rot/s}\,.$$

A equação de movimento da bola levando em conta a resistência do ar foi vista no projeto anterior. Vamos supor que o coeficiente γ_2 seja dado pela mesma expressão que para bolas de baseball (ver Giordano & Nakanishi, Cap. 2), i.e.

$$\frac{\gamma_2}{m_b} \;=\; a_1 \;+\; \frac{a_2}{1 \;+\; \exp\left(\frac{v-v_d}{\Delta}\right)}$$

com

$$a_1 = 0.0039\mathrm{m}^{-1}\,, \qquad a_2 = 0.0058\mathrm{m}^{-1}\,, \qquad v_d = 35\mathrm{m/s}\,, \qquad \Delta = 5\mathrm{m/s}\,.$$

Para cada direção vale

$$\frac{dv}{dt} \;=\; \frac{F}{m_b}\,,$$

onde a força efetiva decorrente do efeito Magnus é

$$\mathbf{F_M} = \beta_0\,\omega \times \mathbf{v}\,,$$

sendo ω e $\mathbf{v}$ as velocidades angulares e vetoriais da bola e β_0 uma constante com dimensão de massa, estimada experimentalmente. Vamos supor que a velocidade angular seja sempre na direção z. Levando em conta as várias forças, temos as equações de movimento para a bola

$$
\begin{aligned}
\frac{dx}{dt} &= v_x\,, \quad \frac{dy}{dt} = v_y\,, \quad \frac{dz}{dt} = v_z \\
\frac{dv_x}{dt} &= -\frac{\gamma_2}{m_b}\,v\,v_x - \frac{\beta_0}{m_b}\,\omega\,v_y \\
\frac{dv_y}{dt} &= -\frac{\gamma_2}{m_b}\,v\,v_y + \frac{\beta_0}{m_b}\,\omega\,v_x \\
\frac{dv_z}{dt} &= -\,g - \frac{\gamma_2}{m_b}\,v\,v_z\,.
\end{aligned}
$$

Discretizando as derivadas pelo método de Euler temos

$$
\begin{aligned}
x_{i+1} &= x_i + v_{x,i}\Delta t\,, \quad y_{i+1} = y_i + v_{y,i}\Delta t\,, \quad z_{i+1} = z_i + v_{z,i}\Delta t \\
v_i &= \sqrt{v_{x,i}^2 + v_{y,i}^2 + v_{z,i}^2}\,, \quad \frac{\gamma_{2,i}}{m_b} = a_1 + \frac{a_2}{1 + \exp\left(\frac{v_i - v_d}{\Delta}\right)} \\
v_{x,i+1} &= v_{x,i} - \left(\frac{\gamma_{2,i}}{m_b}\,v_i\,v_{x,i} + \frac{\beta_0}{m_b}\,\omega\,v_{y,i}\right)\Delta t \\
v_{y,i+1} &= v_{y,i} - \left(\frac{\gamma_{2,i}}{m_b}\,v_i\,v_{y,i} - \frac{\beta_0}{m_b}\,\omega\,v_{x,i}\right)\Delta t \\
v_{z,i+1} &= v_{z,i} - \left(g + \frac{\gamma_{2,i}}{m_b}\,v_i\,v_{z,i}\right)\Delta t\,,
\end{aligned}
$$

onde $t_i = i\Delta t$, $x_i = x(t_i)$, etc.

Em seu programa, leia (cada um em uma linha) a partir do terminal:

- parâmetro β_0/m_b (cerca de $5\ \times 10^{-4}$)
- θ_0 (ângulo inicial da velocidade, com a vertical)
- ϕ_0 (ângulo inicial da velocidade, com o eixo x)

onde θ_0 e ϕ_0 são dados em radianos e definem a direção e sentido da velocidade inicial em coordenadas esféricas:

$$
\vec{v}_0 = |\vec{v}_0| \left[\sin(\theta_0)\cos(\phi_0)\hat{i} + \sin(\theta_0)\sin(\phi_0)\hat{j} + \cos(\theta_0)\hat{k}\right]\ .
$$

Use $v_0 = 100$ Km/h, incremento de tempo $\Delta t = 0.01$ s, $g = 9.8$ m/s^2, $m_b = 1$ Kg e os valores típicos fornecidos acima para a_1, a_2, etc. A saida do programa deve ser:

- resposta (no terminal) à pergunta "o jogador vai fazer gol?" (despreze o papel da barreira e do goleiro!) no formato que quiser, mas contendo a palavra "sim" ou "nao" (sem acento) como última palavra da última linha da resposta.

- o arquivo "chute_out.dat", com a posição no plano x-y em função do tempo para a trajetória até o gol (x=40m), no formato:

```
x   y
```

  A primeira linha do arquivo deve ser:

```
0   0
```

Gráficos

Prepare um gráfico com a trajetória da bola (no plano x-y) para 3 valores da dupla (θ_0, ϕ_0), no arquivo "graf1.eps" e um outro gráfico com a trajetória para uma dupla fixa (θ_0, ϕ_0) e 3 valores do parâmetro β_0/m_b, no arquivo "graf2.eps". Seus gráficos devem indicar claramente quais os valores dos ângulos e do parâmetro β_0/m_b usados.

Agora escolha algum valor de (θ_0, ϕ_0) e faça um gráfico em 3 dimensões, guardando-o no arquivo "graf3.eps".

Nos gráficos não é preciso mostrar a trave.