

# 7600017 – Introdução à Física Computacional

Segundo Projeto (prazo até 13/04/17)

## Instruções

- Crie um diretório “PROJ2\_#usp” em /home/public/FISCOMP17/PROJ2
- Proteja seu diretório para não ser lido por “g” e “o”
- Deixe no diretório apenas 4 arquivos, de nomes “exer1.f”, “exer2.f”, “exer3.f” e “decai.pdf”
- Os códigos devem seguir **rigorosamente** os padrões especificados abaixo para entrada/saída
- Note: se deixar de fazer algum exercício não inclua o arquivo correspondente

## Decaimento Radioativo – Exercícios

1. O “envelhecimento” a nível atômico ocorre de forma muito diferente do que esperaríamos baseado em nossa intuição “macroscópica”. Para cada átomo de um isótopo radioativo, vale a seguinte regra: independentemente de quanto tempo ele já “viveu”, sua probabilidade de decair no próximo intervalo de tempo  $dt$  será igual ao intervalo  $dt$  vezes a sua *constante de decaimento*  $\lambda$ . Quando aplicada a uma amostra de muitos átomos desse tipo, essa regra implica que o número de decaimentos no intervalo  $dt$  após o instante  $t$  seja dado por

$$dN(t) = -\lambda N(t) dt.$$

Partindo de uma amostra inicial com  $N_0$  átomos, “simule” o número de átomos restantes a cada instante de tempo  $t$ , fazendo atualizações de  $N(t)$  a cada intervalo de tempo  $\delta t$ . Seu programa “exer1.f” deve ler a partir do terminal os dados para  $N_0$  (inteiro), a constante  $\lambda$  e o intervalo  $\delta t$  (pequeno), um por linha. A saída deve ser dada no arquivo “decai.out”, em duas colunas:  $t$ ,  $N(t)$ , para todos os valores de tempo  $t$  simulados (um por linha), desde  $t = 0$  até  $t = 10$ . Suponha que o tempo seja dado em anos.

**Note:** números “aleatórios” entre 0 e 1 podem ser gerados usando a função `rand()` do `fortran`. É importante notar que a sequência de tais números será sempre a mesma, a não ser que seja escolhida uma *semente* diferente. Para este exercício não é necessário se preocupar com essa questão.

**Opcional:** para se familiarizar com a geração de números aleatórios, imprima um grande número de pares  $x, y$  entre  $-1$  e  $1$  e verifique se eles se distribuem uniformemente em um quadrado, usando `gnuplot`. Você consegue usar esses pontos para produzir uma estimativa para  $\pi$ ? verifique quantos pontos é preciso gerar para obter uma precisão de 1% no resultado. É fácil melhorar essa precisão?

2. A regra descrita acima determina uma equação diferencial para o número de átomos “sobreviventes” no tempo  $t$ , que pode ser facilmente resolvida exatamente. Obtenha essa solução exata, e compare com sua simulação numérica do item anterior para os

casos  $dt = 0.01$  e  $0.2$ , tomando  $N_0 = 10000$  e  $\lambda = 0.5$ . Você deve elaborar um gráfico das três curvas em uma mesma figura, especificando os três casos na legenda do gráfico. Apresente a figura em um arquivo chamado “decai.pdf”. Certifique-se de que as três curvas sejam visíveis e distinguíveis no gráfico, utilizando linhas tracejadas se necessário, etc.

A partir da expressão exata para a função  $N(t)$ , podemos calcular o tempo de vida médio de um átomo da amostra, se notarmos que a probabilidade de “viver” até um tempo  $t$  é dada por  $N(t)/N_0$  e portanto a densidade de probabilidade  $P(t)$  de viver *exatamente*  $t$  é dada por

$$P(t)dt = \lambda \frac{N(t)}{N_0} dt.$$

Calcule assim o tempo de vida médio

$$\langle t \rangle = \int_0^\infty t P(t) dt$$

em termos do parâmetro  $\lambda$ . **Note:** verifique que a distribuição de probabilidades esteja normalizada a 1.

Modifique agora seu programa do item anterior, chamando-o de “exer2.f”, de forma que ele forneça (para as mesmas entradas) no terminal, em duas colunas: 1) o valor do tempo de vida médio obtido na simulação e 2) o valor exato  $\langle t \rangle$  calculado (a partir de  $\lambda$ ) como acima. Suponha que não haja sobreviventes ao final da simulação, i.e. que  $N(t = 10.0)$  seja 0.

3. Considere novamente a equação diferencial para  $N(t)$  deduzida acima, mas agora utilize a aproximação dada pela discretização da derivada

$$N(t + \delta t) \approx N(t) + \frac{dN}{dt} \delta t$$

como uma maneira de integrar numericamente a equação, a partir da condição inicial  $N(t = 0) = N_0$ . Escreva assim um programa “exer3.f” que leia, um por linha a partir do arquivo “decai\_in”: dados para  $N_0$  (inteiro),  $\lambda$ , o intervalo de integração  $\delta t$  e o tempo total  $T$ , e depois imprima, no arquivo “decai\_out”, em duas colunas:  $t$  e  $N(t)$  para os instantes considerados entre 0 e  $T$ . Considere que  $T$  seja um múltiplo do intervalo  $\delta t$ . Por curiosidade: compare em um gráfico o resultado obtido com os do item anterior, verificando a influência do tamanho do passo de integração nos resultados.