

# Física Estatística Computacional

## Terceiro Projeto: Modelos de Crescimento

### Instruções

- Crie um diretório “PROJ3\_nome” em `/home/public/FISESTCOMP/PROJ3`
- Não proteja seu diretório para não ser lido por “g” e “o” :-)
- Deixe no diretório um arquivo de nome “rel\_proj3.pdf”, com um relatório (elaborado utilizando `latex`) sobre o projeto, incluindo texto, listagens dos códigos, gráficos e tabelas.

### Exercícios

1) **Modelo de Eden**: considere uma rede bidimensional, com um aglomerado (ou *cluster*) de sítios “ocupados” (indicados, por exemplo, com valor 1) e os demais pontos da rede “desocupados” (por exemplo, com valor 0). O algoritmo para crescimento do cluster no chamado modelo de Eden é dado da seguinte forma: a cada instante de tempo (discreto)  $t$  é selecionado aleatoriamente e adicionado ao cluster um sítio de sua *periferia*, definida como todos os sítios desocupados que possuem ao menos um vizinho ocupado. Considere (neste exercício e nos exercícios abaixo) como vizinhos apenas os 4 sítios mais próximos de um dado sítio da rede. Este é um modelo de crescimento “de dentro para fora”, diferente do modelo de agregação limitada por difusão, discutido mais abaixo, em que o crescimento é feito “de fora para dentro”. Considere a evolução do modelo em uma rede bidimensional suficientemente grande, tomando como condição inicial um cluster de apenas um sítio ocupado, na posição zero do plano  $x, y$ . Faça gráficos do crescimento do cluster para vários valores de  $t$  e calcule a **dimensão fractal** do cluster, produzindo um gráfico com a “massa” (i.e. número de pontos ocupados) do cluster em função do raio  $r$  e discutindo a inclinação da curva no gráfico log-log. Como você colocaria barras de erro em seu gráfico? que sistemas físicos o seu modelo poderia descrever?

2) **Modelo de agregação limitada por difusão (DLA)**: nesse modelo, que descreve inúmeros sistemas da natureza (como flocos de neve e o crescimento de cristais),

o cluster incorpora a si partículas do meio em que se encontra, à medida que tais partículas “colidem” com o cluster durante seu processo de difusão no meio. Mais precisamente, já que o processo de difusão pode ser simulado pelo chamado *passeio aleatório* para as partículas, são considerados passeios aleatórios de partículas do meio, e quando o passeio interceptar qualquer ponto da superfície do cluster a partícula será incorporada a ele. Desta forma, cria-se um objeto muito menos denso do que o cluster do exercício acima, com dimensão fractal menor que a dimensão do espaço considerado (e.g. dimensão fractal 1.65 em 2 dimensões).

Simule um modelo DLA em duas dimensões, partindo de um cluster com apenas um sítio na origem no tempo zero (como no exercício acima), considerando a agregação de uma partícula de cada vez. Você pode “soltar” a partícula de uma distância grande comparada ao raio do cluster  $r_{\text{cluster}}$  (definido como a maior distância de um sítio do cluster até a origem), por exemplo tomando a posição inicial da partícula com distribuição uniforme no círculo de raio  $5 \times r_{\text{cluster}}$ . Para simplificar, siga apenas o passeio aleatório de partículas que se movimentem “na direção certa”, isto é, abandone o passeio (e “solte” uma nova partícula) quando ele se afastar demais do cluster (e.g. se ele estiver a uma distância maior do que 1.5 vezes o raio inicial onde a partícula foi solta). Faça gráficos e calcule a dimensão fractal do cluster, como acima. Repita o exercício para o caso tridimensional (a dimensão fractal encontrada nesse caso deve ser  $\approx 2.5$ ).

**Extra:** ao invés de selecionar pontos uniformemente a uma dada distância do centro do cluster, tome apenas pontos no eixo  $x$ . Como isso afeta a forma do cluster? e a dimensão fractal?

**3) Modelo de agregação balística:** considere agora o modelo DLA em 2 dimensões mas tomando como cluster inicial todos os pontos do eixo  $x$ , e passeios originando-se apenas em pontos com  $y > 0$ . Este é chamado modelo de agregação balística. As estruturas assim formadas descrevem os padrões observados em descargas elétricas em gases, o chamado *efeito corona*. Faça gráficos dos padrões formados.

**4)** Considere agora o modelo DLA em 2 dimensões com as seguintes modificações: além da condição inicial de semente na origem, “crie” ou não (com probabilidade respectivamente  $p$  ou  $1-p$ ) partículas paradas para cada sítio da rede. Considere agora que o cluster se move como um todo executando um passeio aleatório e incorporando a si as partículas que encontra no caminho. Utilizando por exemplo  $p = 0.1$ , faça gráficos da evolução temporal deste modelo. Que sistema físico ele poderia descrever?