

7600017 – Introdução à Física Computacional

Quarto Projeto (prazo até 22/05/18)

Instruções

- Crie um diretório “PROJ4_#usp” em /home/public/FISCOMP18/PROJ4
- Proteja seu diretório para não ser lido por “g” e “o”
- Deixe no diretório apenas 4 arquivos, de nomes “exer1.f”, “exer2.f”, “exer3.f” e “decai.pdf”
- Os códigos devem seguir **rigorosamente** os padrões especificados abaixo para entrada/saída
- Note: se deixar de fazer algum exercício não inclua o arquivo correspondente

Decaimento Radioativo – Exercícios

1. O “envelhecimento” a nível atômico ocorre de forma muito diferente do que esperaríamos baseado em nossa intuição “macroscópica”. Para cada átomo de um isótopo radioativo, vale a seguinte regra: independentemente de quanto tempo ele já “viveu”, sua probabilidade de decair no próximo intervalo de tempo dt será igual ao intervalo dt vezes a sua *constante de decaimento* λ . Quando aplicada a uma amostra de muitos átomos desse tipo, essa regra implica que o número de decaimentos no intervalo dt após o instante t seja dado por

$$dN(t) = -\lambda N(t) dt.$$

Partindo de uma amostra inicial com N_0 átomos, “simule” o número de átomos restantes a cada instante de tempo t , fazendo atualizações de $N(t)$ a cada intervalo de tempo δt . Seu programa “exer1.f” deve ler a partir do terminal os dados para N_0 (inteiro), a constante λ e o intervalo δt (pequeno), um por linha. A saída deve ser dada no arquivo “decai.out”, em duas colunas: t , $N(t)$, para todos os valores de tempo t simulados (um por linha), desde $t = 0$ até $t = 10$. Suponha que o tempo seja dado em anos.

Note: números “aleatórios” entre 0 e 1 podem ser gerados usando a função `rand()` do `fortran`. É importante notar que a sequência de tais números será sempre a mesma, a não ser que seja escolhida uma *semente* diferente. Para este exercício não é necessário se preocupar com essa questão.

Opcional: para se familiarizar com a geração de números aleatórios, imprima um grande número de pares x , y entre -1 e 1 e verifique se eles se distribuem uniformemente em um quadrado, usando `gnuplot`. Você consegue usar esses pontos para produzir uma estimativa para π ? verifique quantos pontos é preciso gerar para obter uma precisão de 1% no resultado. É fácil melhorar essa precisão?

2. A regra descrita acima determina uma equação diferencial para o número de átomos “sobreviventes” no tempo t , que pode ser facilmente resolvida exatamente. Obtenha essa solução exata, e compare com sua simulação numérica do item anterior para os

casos $dt = 0.01$ e 0.2 , tomando $N_0 = 10000$ e $\lambda = 0.5$. Você deve elaborar um gráfico das três curvas em uma mesma figura, especificando os três casos na legenda do gráfico. Apresente a figura em um arquivo chamado “decai.pdf”. Certifique-se de que as três curvas sejam visíveis e distinguíveis no gráfico, utilizando linhas tracejadas se necessário, etc.

A partir da expressão exata para a função $N(t)$, podemos calcular o tempo de vida médio de um átomo da amostra, se notarmos que a probabilidade de “viver” até um tempo t é dada por $N(t)/N_0$ e portanto a densidade de probabilidade $P(t)$ de viver *exatamente* t é dada por

$$P(t)dt = \lambda \frac{N(t)}{N_0} dt.$$

Calcule assim o tempo de vida médio

$$\langle t \rangle = \int_0^\infty t P(t) dt$$

em termos do parâmetro λ . **Note:** verifique que a distribuição de probabilidades esteja normalizada a 1.

Modifique agora seu programa do item anterior, chamando-o de “exer2.f”, de forma que ele forneça (para as mesmas entradas) no terminal, em duas colunas: 1) o valor do tempo de vida médio obtido na simulação e 2) o valor exato $\langle t \rangle$ calculado (a partir de λ) como acima. Suponha que não haja sobreviventes ao final da simulação, i.e. que $N(t = 10.0)$ seja 0.

3. Considere novamente a equação diferencial para $N(t)$ deduzida acima, mas agora utilize a aproximação dada pela discretização da derivada

$$N(t + \delta t) \approx N(t) + \frac{dN}{dt} \delta t$$

como uma maneira de integrar numericamente a equação, a partir da condição inicial $N(t = 0) = N_0$. Escreva assim um programa “exer3.f” que leia, um por linha a partir do arquivo “decai_in”: dados para N_0 (inteiro), λ , o intervalo de integração δt e o tempo total T , e depois imprima, no arquivo “decai_out”, em duas colunas: t e $N(t)$ para os instantes considerados entre 0 e T . Considere que T seja um múltiplo do intervalo δt . Por curiosidade: compare em um gráfico o resultado obtido com os do item anterior, verificando a influência do tamanho do passo de integração nos resultados.