

Yuval Ne’eman e o Grupo de Simetria dos Quarks

(Yuval Ne’eman and the Symmetry Group of Quarks)

Tereza Mendes, Attilio Cucchieri, Tiago B. Moraes

*Instituto de Física de São Carlos, Universidade de São Paulo,
Caixa Postal 369, 13560-970, São Carlos, SP, Brasil*

20 de março de 2019

Resumo

Neste artigo apresentamos um ensaio sobre a vida e a obra de um dos físicos mais surpreendentes do nosso tempo. Yuval Ne’eman, além de ter sido um dos precursores da teoria dos quarks, foi também político e militar, tendo inspirado o personagem que leva o seu nome no romance de espionagem “O dossiê Odessa”, de Frederick Forsyth. O esquema descoberto por ele para classificação dos hádrons demonstrou a importância da teoria de grupos para a física de partículas e permitiu a elaboração do modelo de quarks, que completa 55 anos em 2019.

Palavras-chave: partículas elementares, hádrons, interação forte, grupo de simetria, quarks

In this article we present an essay about the life and work of one of the most surprising physicists of our time. Yuval Ne’eman, beside being one of the precursors of the theory of quarks, was also a statesman and a soldier, having inspired the character named after him in the espionage novel “The Odessa File”, by Frederick Forsyth. The scheme discovered by him for the classification of hadrons demonstrated the importance of group theory for particle physics and allowed the formulation of the quark model, which celebrates 55 years in 2019.

Keywords: elementary particles, hadrons, strong interaction, symmetry group, quarks

1 Introdução

Há cerca de treze anos morreu Yuval Ne’eman (Fig. 1), físico internacionalmente conhecido por suas contribuições à teoria das interações fundamentais entre partículas elementares. Ne’eman nasceu em Tel Aviv, Israel, em 14 de maio de 1925, e morreu na mesma cidade em 26 de abril de 2006, após um derrame cerebral. No início dos anos 60, ele desenvolveu (independentemente de Murray Gell-Mann) as bases para o modelo de quarks, sugerindo que os *hádrons* — hoje reconhecidos como estados ligados de quarks — fossem dados por representações do *grupo de simetria* $SU(3)$, uma propriedade que foi mais tarde associada à simetria em relação aos três tipos (ou “sabores”) de quarks de menor massa: *up*, *down* e *estranho*. Dessa maneira, foi possível explicar a partir de um esquema simples o grande número de partículas observadas em aceleradores na época, posteriormente confirmando e estabelecendo o modelo de quarks. Ao mesmo tempo, ficou clara a importância da teoria de grupos para o estudo teórico da física de partículas. Os quarks, inicialmente introduzidos como um artifício matemático,

foram observados experimentalmente no final dos anos 60 e mais tarde incorporados como os campos de matéria na teoria quântica de campos que descreve as interações (nucleares) fortes, a cromodinâmica quântica, ou QCD. Maiores detalhes sobre o modelo de quarks e suas simetrias, assim como alguns aspectos das interações fortes, são discutidos mais abaixo. Uma excelente introdução didática à física de partículas elementares — incluindo o modelo de quarks e também tópicos modernos em teorias quânticas de campos — pode ser encontrada no livro “The Particle Hunters”, de Yuval Ne’eman e Yoram Kirsh [1].

Além de físico, Ne’eman foi também militar e político, tendo se tornado um personagem de importância central na história de seu país [2, 3]. De fato, a lista de suas participações na ciência e na política israelense é notável. Em 1965 ele fundou o Departamento de Física e Astronomia da Universidade de Tel-Aviv, sendo mais tarde presidente da Universidade (de 1971 a 1975) e diretor de seu Instituto de Estudos Avançados (de 1979 a 1997). Em 1983 fundou a Agência Espacial de Israel, a qual presidiu quase até sua morte. Serviu na Comissão de



Figura 1: Yuval Ne’eman (1925–2006). Foto por cortesia da revista eletrônica israelense “PhysicaPlus”.

Energia Atômica de Israel (de 1965 a 1984) e presidiu-a de 1982 a 1984. Foi Diretor Científico do Centro de Pesquisas Nucleares Nahal Soreq e envolveu-se fortemente no desenvolvimento de armas nucleares para Israel. Foi o primeiro Ministro de Ciência e Desenvolvimento do país (de 1982 a 1984) e novamente em 1990–92, quando foi também Ministro da Energia. Em particular, esteve à frente do projeto “Med-Dead”, que propõe a construção de um canal ligando o Mar Morto ao Mediterrâneo para suprimento de água e energia para o Oriente Médio. (Este projeto não foi realizado devido a seu alto custo [4], mas é ainda hoje discutido.) Foi Cientista-Chefe do Ministério da Defesa de Israel (1974–76) e fundador do partido político Tehiya (um desdobramento de direita do partido Likud) no final dos anos 70. Atuou no Knesset (o parlamento Israelense) até 1990. Ne’eman dizia-se ateu, mas identificava-se muito fortemente com o povo judeu e com seu país [5]. (Relatos interessantes a esse respeito encontram-se também no obituário escrito por seu filho, Teddy Ne’eman [6].) Ele definia sua visão política como “pró-Israel”, e não anti-árabe. Porém, algumas de suas opiniões sobre o Estado de Israel — incluindo seus planos para a expansão do território nacional e sua oposição a tratados de paz — claramente criaram tensão, tendo ocasionado vários atentados contra sua vida.

2 Um Coronel na Física

Ne’eman iniciou sua carreira como militar, ingressando na Haganá (exército de resistência israelense, precursor das Forças Armadas de Israel) com apenas 15 anos. Du-

rante o ano que teve que esperar para iniciar o curso de engenharia — pois a idade mínima era de 16 anos — e também durante a faculdade, continuou a se dedicar intensamente ao trabalho no exército, tornando-se oficial em 1945. Ao mesmo tempo, seu grande interesse pela ciência e pela matemática voltou-se para a física, principalmente após cursar uma matéria de física quântica (na qual foi o único aluno) oferecida por um professor de eletrotécnica de sua faculdade. Após completar seus estudos de engenharia em 1945, apesar do interesse pela física moderna, seguiu seu plano inicial de trabalhar na fábrica dirigida por seus familiares, projetando bombas hidráulicas para irrigação. Entretanto, já na metade de 1946 ele se encontrava inteiramente engajado em atividades militares, incluindo a luta para a instalação de judeus refugiados na Palestina, a proteção e construção de novos assentamentos, e esforços para impedir ações de organizações clandestinas que pudessem ferir civis. A partir do início da guerra de independência de Israel, em novembro de 1947, ele combateu no campo como oficial, chegando a comandar a prestigiosa Brigada Givati, um destacamento de elite das Forças Armadas Israelenses existente ainda hoje. Enquanto militar, Ne’eman destacou-se como estrategista, tendo um papel importante tanto na guerra de independência quanto na crise do canal de Suez em 1956 e, mais tarde, na Guerra dos Seis Dias (em 1967). Sua atuação nesta última motivou a conexão de seu nome a personagens de livros de espionagem [7, 8], como o cientista israelense “Youvel Neeman” do best-seller “O Dossiê Odessa”, de Frederick Forsyth. De fato, há diversos relatos (ver, por exemplo, [9]) sobre sua participação crucial como vice-chefe da Aman, a Inteligência Militar Israelense, para a vitória de Israel na Guerra dos Seis Dias. Em particular, ele teria criado uma base de dados com informações errôneas (para que fossem interceptadas) sobre a situação das forças israelenses, ajudando assim a destruir a força aérea egípcia ainda em terra. Ne’eman, porém, agia como se tais aspectos tivessem sido exagerados. Como ele próprio escreveu [10]:

Ganhei reputação como planejador, especialmente após julho de 1948, quando arquitetei uma manobra bastante original sobre nosso flanco leste, e depois em outubro pelo desenvolvimento de uma nova técnica operacional, adaptada a nossas condições especiais. Esses planos foram postos em prática em outubro-novembro de 1948, resultando no sucesso da campanha no Sul. Após a Guerra de 1947–49, fui nomeado Chefe da Seção Operacional e Vice-Chefe do Departamento de Operações do Quartel-General das Forças Armadas (General Rabin, o futuro Primeiro Ministro, era o Chefe). Em 1951–52 frequentei a “École d’État

Major” [em Paris] e fui então nomeado Diretor de Planejamento, uma tarefa que incluiu vários aspectos civis e a elaboração da estratégia básica que seguimos até a “Guerra dos Seis Dias” em 1967. Nesse meio tempo, em 1955, fui transferido para servir como Vice-Chefe da Inteligência Militar, após o colapso de uma rede no Egito e as subsequentes mudanças no comando. Nessa posição desenvolvi algumas ideias novas. O principal impulso, porém, foi o estreitamento de relações com a França, de acordo com os interesses da França e de Israel. Isto incluiu elementos que de algum modo “vazaram” e passaram por ampliações imaginosas, resultando na criação de alguns personagens (com meu nome completo!) em romances sobre o Oriente Médio ou livros sobre o Serviço Secreto.

(A tradução é nossa.)

Durante todos esses anos de atividades militares, Ne’eman manteve a esperança de ainda seguir a carreira acadêmica. Ele fez planos para seu retorno à ciência em 1948, mas esqueceu-se deles em meio às batalhas. Em 1950 ele aprendeu relatividade geral sozinho e em 1951–52 tentou conseguir uma licença para estudar física na França, sob orientação de Louis de Broglie. Ao invés disso, acabou indo aprimorar seus conhecimentos militares na École d’État Major (parte da renomada École Supérieure de Guerre), em Paris. Em 1957, já com 32 anos e com a patente de Coronel, conseguiu finalmente dedicar-se (parcialmente) aos estudos de física, iniciando seu doutoramento. Mais precisamente, Ne’eman recebeu a proposta de conciliar seus estudos com serviços militares na embaixada de Israel em Londres. De 1958 a 1960, ele foi ao mesmo tempo representante das Forças Armadas de Israel na Embaixada Israelense do Reino Unido e Países Escandinavos e estudante de pós-graduação do Imperial College, da Universidade de Londres, no grupo de pesquisa de Abdus Salam. Esta situação deu origem a alguns episódios curiosos. Como narrado por seu colega de doutoramento, Raymond F. Streater [11]:

Ne’eman juntou-se a nós no final do primeiro semestre do ano escolar de 1957–1958, e tinha perdido o início de todos os cursos. Ele pediu para copiar minhas notas de aula. Eu fiquei em dúvida, com medo de não vê-las nunca mais, mas ele as devolveu no dia seguinte. Eu não conseguia entender como ele as tinha copiado tão depressa, precisaria ter passado a noite inteira escrevendo. Então ele me contou seu segredo: ele tinha usado uma “fotocopiadora”, um luxo de que eu nunca tinha ouvido falar.

...Algumas vezes, Yuval tinha que sair mais cedo de nossos seminários; isso era para participar de recepções diplomáticas, o que era parte de suas tarefas [na embaixada].

...[Abdus] Salam sugeriu que nós o usássemos [o dinheiro que tinha sobrado da coleta anual para os “chás” do grupo de pesquisa, no valor de 30 xelins] para uma festa de natal. Devido ao alto imposto sobre bebidas alcoólicas, decidimos pedir mais 2 xelins a cada membro do grupo que fosse participar da festa. Yuval então ofereceu-se para comprar as bebidas, pois tinha contatos na embaixada israelense. No dia da festa, uma limusine preta estacionou na entrada do velho Departamento de Matemática do Imperial College. Ne’eman pulou de dentro, e abriu o porta-malas. Retiramos dali caixas e mais caixas de bebidas alcoólicas, todas para a festa. Quando ele estava indo embora, disse: por sinal, eu não usei todo o dinheiro, aqui estão 35 xelins de troco.

(A tradução é nossa.)

A partir de Julho de 1958, após uma rebelião no Iraque, as responsabilidades de Ne’eman aumentaram, dificultando sua dedicação aos estudos de física. Ele teve, por exemplo, que negociar a compra de 50 tanques de guerra e dos dois primeiros submarinos de Israel. Desta forma, em 1960, ele renunciou às atividades militares. (Porém, seria chamado novamente a servir em 1967, tornando-se conselheiro do Ministro da Defesa em 1970, 1973–74 e 1975.) Seu último compromisso como militar em 1960 foi um discurso sobre as estratégias militares de Israel, apresentado na Noruega. Como descrito por Ne’eman [10]:

Finalmente “libertei-me” e tornei-me um estudante em tempo integral em 1 de maio de 1960 — embora ainda tivesse que viajar mais uma vez à Noruega em outubro para apresentar uma palestra que tinha prometido sobre estratégias militares israelenses, no Círculo Militar de Oslo, com a presença e ativa participação de Sua Majestade o Rei Olaf V. A essa altura, eu já tinha conseguido me aprofundar no problema de física que tinha escolhido, portanto o texto desta palestra foi publicado mais ou menos na mesma época que meu artigo sobre [a simetria] $SU(3)$.

(A tradução é nossa.)

3 Learn it in Depth!

Em Londres, a princípio, Ne’eman pretendia estudar teoria da gravitação no King’s College, com o astrofísico Hermann Bondi. Entretanto, devido à longa distância entre a embaixada israelense e a universidade, ele acabou se instalando no Imperial College, que ficava a cinco minutos de caminhada da embaixada.

No Imperial College, juntou-se ao grupo de Abdus Salam no Departamento de Matemática, onde se estudava teoria quântica de campos. Salam inicialmente estranhou o interesse do coronel pela física, relutando em aceitá-lo como estudante. (Ne’eman apresentou-se fardado com o uniforme das forças armadas israelenses.) Acabou aceitando-o por um período de experiência, mais por seu diploma universitário do conceituado Technion (Instituto Tecnológico de Israel) do que por sua carta de recomendação, escrita pelo General Moshe Dayan. Durante o período de experiência no curso de Salam, Ne’eman entrou pela primeira vez em contato com a teoria de grupos, ficando fascinado pelo tema. A aplicação de teoria de grupos à classificação das partículas elementares e representação de suas simetrias era um verdadeiro desafio na época e ele se decidiu por esse tópico de pesquisa para o doutoramento. À medida que Ne’eman apresentava suas ideias a Salam [1, 10], este contava-lhe que outro físico já havia tentado desenvolver aquela mesma ideia alguns anos antes, sem sucesso. Ne’eman então apresentava outras propostas, que Salam dizia terem sido testadas há menos tempo. Isso fez com que Ne’eman ganhasse confiança e buscasse novas soluções, pois sentia que estava “se aproximando do presente”. Além disso, sentiu-se motivado por chegar às mesmas propostas que os importantes físicos citados por Salam, entre os quais estava o brasileiro Jayme Tiomno. Salam, porém, mostrou-se impaciente e disse-lhe que queria transferi-lo a um problema mais simples, para que o trabalho de doutorado fosse terminado dentro do prazo.¹ Devido à insistência de Ne’eman, Salam finalmente concordou com seu projeto de estudo, mas aconselhou [5, 10, 13]:

Você está embarcando em uma pesquisa altamente especulativa; entretanto, se você insiste, vá em frente com ela, mas faça-o seriamente. Não se satisfaça com o pouco de teoria de grupos que lhe ensinei, que é o que eu conheço.

¹Curiosamente, o problema teórico “mais simples” sugerido por Salam só foi resolvido — por Peter Higgs — em 1964, resultando na proposta do “bóson de Higgs”; a busca por esta partícula tornou-se um dos maiores desafios experimentais da física de altas energias e foi a principal motivação para construção do acelerador de partículas LHC, no CERN [12]. Primeiras evidências da existência do bóson de Higgs foram anunciadas em 2012, quase 50 anos após sua proposta teórica. Peter Higgs recebeu o prêmio Nobel de física de 2013, juntamente com François Englert.

Aprenda o assunto com profundidade! (Learn it in depth!)

(A tradução é nossa.)

Ne’eman então estudou arduamente teoria de grupos e sua utilização para classificar as partículas elementares. Na época, os experimentos em aceleradores de partículas tinham permitido a descoberta de um grande número de *hádrons*, i.e. partículas que interagem pela chamada “força forte” (como os prótons e os nêutrons). Claramente, cogitava-se que essas partículas não poderiam ser todas “elementares” e que portanto deviam estar relacionadas umas às outras. Tentava-se então encontrar um esquema simples para classificação dos diversos hádrons, de forma que fossem evidenciadas as propriedades comuns a cada classe de partículas. No ano de 1961, Ne’eman propôs a organização dos hádrons de acordo com o *grupo de simetria* $SU(3)$ [14, 15]. A proposta — feita independentemente também por Murray Gell-Mann [15, 16] — permitiu a classificação dos hádrons conhecidos na época e a previsão de novas partículas e suas propriedades, motivando a proposta e, alguns anos mais tarde, a aceitação do modelo de quarks. Na Seção 4 mais abaixo discutimos o modelo de quarks, os principais aspectos da força forte e algumas propriedades dos hádrons. Vejamos primeiramente, a seguir, um pouco sobre a teoria de grupos, tentando entender como as contribuições de Yuval Ne’eman e de seus contemporâneos fizeram com que esse tópico deixasse de ser um ramo da matemática quase desconhecido pelos físicos e passasse a ocupar uma posição central na física das interações fundamentais.

3.1 Teoria de Grupos e a Física

A busca por simetrias é de suma importância na física. De fato, pode-se explorar a simetria de um problema para a obtenção de simplificações consideráveis ou de uma compreensão mais profunda do mesmo. A teoria de grupos permite o estudo matemático de simetrias, que estão geralmente associadas a alguma propriedade invariante de um sistema físico. Mais precisamente, podemos *definir* simetria [17] como a qualidade de um objeto ou sistema que faz com que o mesmo não se altere de maneira perceptível quando uma determinada transformação é aplicada a ele. Por exemplo, a simetria entre lado esquerdo e direito do corpo humano equivale à invariância sob reflexão em relação ao plano vertical que separa os dois lados do corpo. A transformação nesse caso corresponde à inversão das coordenadas espaciais dos pontos do sistema em relação ao plano de simetria. Esta definição geral em termos de transformações estende a noção usual que temos de simetria de um objeto — associada a regularidade, harmonia, beleza — podendo ser aplicada

também às *equações* que definem o comportamento de um sistema. Em particular, são importantes as simetrias da *interação* que age sobre as partículas que o compõem.

O conjunto de transformações que preserva uma dada propriedade de um sistema (ou de uma interação) constitui o chamado grupo de simetria associado a essa propriedade. No caso da simetria por reflexão em relação a um plano, a transformação é única. Note também que após duas aplicações sucessivas dessa transformação recupera-se a situação inicial, para qualquer sistema. Por outro lado, se considerarmos a simetria por rotação ao redor de um eixo, o número de transformações possíveis é infinito, pois podemos realizar rotações por ângulos arbitrários em um contínuo de valores. Nos dois casos, o conjunto de transformações associado à propriedade de invariância (ou simetria) constitui um *grupo*.

A noção de grupo originou-se nos estudos de equações polinomiais pelo matemático francês Évariste Galois — que morreu tragicamente (aos vinte anos de idade) em consequência de um duelo, em 1832 — e foi consolidada por volta de 1870, após o trabalho de Camille Jordan [18]. Para a relação com simetrias na física, são especialmente importantes os chamados *grupos de Lie*, usados na descrição de transformações contínuas, como: as rotações, as transformações de Lorentz e as transformações associadas às *simetrias de gauge*, presentes nas teorias que constituem o Modelo Padrão das interações fundamentais. (A cromodinâmica quântica ou QCD, que descreve a interação forte entre quarks, é uma dessas teorias.)

Em linhas gerais [19], um grupo é uma coleção de operações ou transformações satisfazendo à seguinte condição:

A operação obtida pela combinação (i.e. a aplicação sucessiva, ou *produto*) de duas operações pertencentes ao grupo também deve pertencer a ele.

O grupo deve ainda exibir a propriedade associativa para o produto, deve incluir um elemento neutro ou operação identidade, e deve conter para cada elemento o seu elemento inverso, de forma que o produto dos dois seja a identidade.

As condições acima são claramente satisfeitas pelas rotações, que podem ser representadas por matrizes *ortogonais*, i.e. matrizes cuja inversa coincide com a sua matriz transposta. Note porém que a rotação (em três dimensões) resultante do produto de duas rotações ao redor de um ponto, diferentemente da rotação ao redor de um eixo, pode depender da ordem em que elas são aplicadas. Ou seja, nesse caso, o produto não é comutativo. Tal grupo é dito “não-abeliano”. No caso das reflexões em relação a um plano, o grupo é abeliano

e contém apenas dois elementos, que podem ser representados pelos números -1 (correspondendo à inversão das coordenadas) e 1 (correspondendo à operação identidade).

Uma vez identificado o grupo de simetria de um problema, podem ser utilizados resultados de teoria de grupos para previsão e classificação dos possíveis estados físicos do sistema considerado. Em particular, de acordo com o teorema de Noether — enunciado em 1918 pela brilhante matemática alemã Emmy Noether — pode-se associar a invariância sob uma certa transformação sofrida por um sistema a uma grandeza conservada, o que simplifica a descrição desse sistema. Por exemplo, a invariância por translação das equações de movimento de uma partícula livre implica a conservação de sua quantidade de movimento (ou momento linear) e, portanto, a conservação de sua velocidade, que é a lei da inércia. A invariância por rotações, por sua vez, leva à conservação do momento angular \mathbf{L} , um conceito de grande importância em mecânica clássica (que explica, por exemplo, a rotação dos planetas) cuja extensão quântica é igualmente importante, já que está associada a propriedades como o *spin* das partículas. É claro, então, que a percepção de simetrias como invariâncias por transformações introduz naturalmente na física a linguagem de teoria de grupos. Além disso, o interesse na descrição por meio de teoria de grupos deve ser maior na física quântica do que na física clássica, já que no mundo microscópico os “objetos” de mesmo tipo considerados (e.g. elétrons, átomos, moléculas) são realmente idênticos entre si e portanto indistinguíveis, o que aumenta a simetria nos problemas estudados.

De fato, na física de partículas, além das grandezas conservadas classicamente (energia, momento linear, momento angular e carga elétrica), observações experimentais permitiram a definição de outros *números quânticos* conservados, como os números *leptônico*, *bariônico*, *estranheza* e *isospin* (que serão vistos na Seção 4). Essas leis de conservação têm um papel fundamental nas interações entre as partículas elementares, permitindo discriminar entre processos elementares que podem acontecer e aqueles que são proibidos. (Para a física de partículas, saber o que *não* pode acontecer torna-se muito importante!) Assim, no limite em que a física é governada pela leis probabilísticas da mecânica quântica, são os números (quânticos) conservados que estabelecem a *identidade* das partículas sub-atômicas e, de certa forma, assumem o papel da cinemática clássica, “determinando” a evolução do sistema [1]. Em particular, nesse limite, uma partícula não será mais descrita por sua posição no espaço, mas por uma função de estado, com determinadas propriedades de simetria. É a essas propriedades, e não às coordenadas espaciais e temporais, que podemos atribuir significado. São as leis de conservação (decor-

rentes das simetrias) que conferem realidade e objetividade ao mundo microscópico. Nesse contexto, *onde?* e *quando?* são perguntas relativamente irrelevantes [20].

Apesar da grande importância que atribuímos hoje aos grupos de simetria das interações fundamentais, a aceitação das ideias de teoria de grupos na física quântica não foi algo suave, como discutido em detalhe na Referência [21] e descrito brevemente a seguir.

No início do século XX — quando foi formulada a base matemática da mecânica quântica (incluindo por exemplo o cálculo matricial, que não era usado pelos físicos na época) — a descrição em termos de teoria de grupos e suas representações foi introduzida na física quântica por Hermann Weyl, no contexto da chamada simetria de *gauge*, inspirada no eletromagnetismo. Essas ideias foram adotadas por Eugene Wigner, entre outros, e aplicadas com sucesso ao estudo de espectros de energia atômicos, tendo como base as representações do grupo de rotações em três dimensões [22]. Mais precisamente, os valores para a energia (i.e. o espectro) de átomos e moléculas dependem dos estados físicos possíveis para o sistema; esses estados são descritos por funções com simetria bem definida, o que permite a sua classificação e a determinação de propriedades físicas (como regras de seleção para transições entre estados) a partir do grupo de simetria envolvido.

Ao mesmo tempo, o formalismo foi considerado obscuro e desnecessariamente complexo por vários físicos, tendo sido ironizado e chamado de “a peste dos grupos” (do alemão *Gruppenpest*) por Paul Ehrenfest em 1928, em uma carta enviada pelo mesmo a Wolfgang Pauli. O termo tornou-se popular entre os físicos da época, e muitos ficaram aliviados quando, em 1929, John Slater demonstrou que a descrição dos espectros de energia atômicos podia também ser obtida sem o emprego de teoria de grupos. Dizia-se então que Slater tinha “exterminado a peste dos grupos”. Nas décadas seguintes o emprego de teoria de grupos praticamente desapareceu da física e foi somente em 1949, com o trabalho de Giulio (Yoel) Racah, que a teoria de grupos se tornou parte aceita da descrição da espectroscopia atômica. Mesmo assim, essa ferramenta teórica não era ainda utilizada de maneira sistemática no estudo da física de partículas, como ilustrado na próxima seção.

3.2 A Contribuição de Ne’eman

Nesta seção discutimos a participação de Ne’eman na identificação do grupo de simetria por trás do modelo de quarks. São descritos apenas brevemente os aspectos matemáticos ligados à teoria de grupos. (Alguns desses aspectos estão discutidos com mais detalhes e exemplificados no Apêndice.) A explicação de conceitos físicos como *isospin*, *estranheza* e *hipercarga*, assim como

a discussão das propriedades de *bárions* e *mésons*, será deixada para a Seção 4.1 abaixo.

As primeiras tentativas para classificar e explicar as dezenas de partículas elementares conhecidas a partir da década de 50 eram baseadas na chamada simetria de “isospin” ou spin isotópico e suas possíveis generalizações [23]. Essa simetria permite agrupar hádrons de massas aproximadamente iguais (mas com cargas elétricas diferentes) em *multipletos*, como o *dublete* formado pelos núcleons, i.e. prótons p e nêutrons n , ou o *triplete* dos píons: π^+ , π^0 , π^- . Com a grande proliferação de novas partículas — incluindo as chamadas partículas *estranhas*, também agrupadas em multipletos específicos — era natural procurar por uma simetria mais “alta”, que englobasse vários multipletos. Alguns desses estudos utilizavam teoria de grupos, buscando descrever os estados observados de hádrons como *representações* de algum grupo. (Chama-se de representação a uma maneira concreta de exprimir um grupo, como a representação em termos de matrizes ortogonais para o grupo das rotações; os multipletos, que contêm estados de certa forma equivalentes, correspondem a representações *irredutíveis*.) Como descrito a seguir, procurou-se inicialmente identificar o grupo de simetria dos hádrons em manifestações da sua *representação fundamental*, a partir da qual podem ser construídas todas as outras representações do grupo.² No caso dos grupos $SU(N)$, isto significa uma representação com dimensão N , ou seja N objetos elementares dos quais os hádrons fossem formados.

Nessa época, receberam bastante atenção as ideias baseadas no modelo proposto em 1956 por Shoichi Sakata [24], no qual todos os hádrons eram considerados como combinação de prótons, nêutrons e da partícula Λ^0 . As três partículas fundamentais do modelo de Sakata foram associadas (por sugestão de I. Yukawa [5]) a uma representação tridimensional do grupo $SU(3)$ por M. Ikeda, S. Ogawa e Y. Ohnuki [25], que desta forma calcularam o espectro completo para os hádrons conhecidos até então. Um pouco mais tarde, R. E. Behrends e A. Sirlin [26] consideraram o grupo $G(2)$, sugerindo a associação de uma representação (de dimensão 7) de um de seus subgrupos aos multipletos de isospin dados pelos conjuntos de partículas $N = (p, n)$, $\Xi = (\Xi^0, \Xi^-)$ e $\Sigma = (\Sigma^+, \Sigma^0, \Sigma^-)$. As “rotações” nesse espaço de dimensão 7 permitiam “misturar” as sete partículas. Tentava-se, desta forma, adivinhar quais dos hádrons eram verdadeiramente elementares, supondo-se que todos os outros seriam formados a partir deles. Note que todas as partículas enumeradas acima, exceto os píons, são bárions, ou seja, hádrons semelhantes aos núcleons. Na no-

²Como exemplo, ilustramos no Apêndice a obtenção das representações *singleto* e *triplete* a partir do produto direto de cópias da representação fundamental do grupo $SU(2)$.

tação aqui utilizada, os índices superiores correspondem à carga elétrica das várias partículas. As anti-partículas, que possuem mesma massa e números quânticos opostos aos das partículas, são denotadas com uma barra, e.g. \bar{p} para o anti-próton.

A ideia de que todos os hádrons sejam formados a partir de um pequeno número deles mesmos pode parecer absurda hoje em dia, mas teve grande aceitação na época. Em particular, uma versão anterior dessa ideia tinha sido sugerida em 1949 por E. Fermi e C.N. Yang [27] para descrição dos mésons π como estados compostos de núcleons e anti-núcleons. De acordo com este esquema, partículas de carga negativa podem ser formadas por um nêutron e um anti-próton, que possui carga inversa à do próton, e assim por diante. Esse esquema pode ser entendido em termos de representações do grupo $SU(2)$ para a simetria de isospin, a partir da representação fundamental (p, n) e da representação correspondente para os anti-núcleons (\bar{p}, \bar{n}) . (A construção de representações de $SU(2)$ está exemplificada no Apêndice.) Na generalização introduzida por Sakata, a inclusão da partícula Λ^0 na representação fundamental tornou-se necessária devido à propriedade de *estranheza* verificada para alguns hádrons. Não havia, porém, uma explicação para o fato de a partícula Λ^0 , um bárion estranho, ocupar uma posição privilegiada no modelo em relação aos outros bárions estranhos.

Os esquemas de classificação baseados no modelo de Sakata foram posteriormente descartados com base experimental, à medida que foram descobertos novos hádrons, mas sua influência no início dos anos 60 era muito forte (ver e.g. [28]). Como veremos abaixo, até que fosse confirmada a classificação introduzida por Ne’eman, era esse o principal modelo para descrição dos hádrons. Nesse período havia dúvidas crescentes em relação ao próprio conceito de partículas quando aplicado aos hádrons. Em particular, não se acreditava que o tratamento de teorias quânticas de campos, que fora tão bem sucedido na eletrodinâmica quântica (ou QED, a teoria que descreve as interações eletromagnéticas), pudesse ser aplicado à interação forte e aos hádrons. O impasse levou a propostas bastante criativas [20], como o chamado modelo *bootstrap*, em que todas as partículas eram consideradas fundamentais e formadas a partir delas mesmas, em um tratamento que deixava de lado a explicação da origem fundamental das simetrias observadas. A principal ênfase desse modelo era a busca de regras para descrição da “matriz de espalhamento” (ou matriz S), ligando estados iniciais e finais de reações envolvendo as partículas, não importando quais fossem fundamentais. O método, introduzido por Geoffrey Chew, era motivado pelo cenário batizado por ele de “democracia nuclear”. Vê-se portanto como estava confusa a situação da classificação dos hádrons na

época, e que ideias de teorias de grupo começavam a ser utilizadas, mas de maneira ainda errática, buscando sempre uma associação entre famílias de múltiplos e a chamada *representação fundamental* de algum grupo. Voltemos agora ao caminho utilizado por Ne’eman para tratar do problema.

Como dito anteriormente, Ne’eman foi aconselhado por Salam a aprofundar seus conhecimentos de teoria de grupos. Desta forma, ele procurou [1, 10, 13] aprender a classificação das *álgebras de Lie* em trabalhos do matemático russo Eugene B. Dynkin, traduzidos pela American Mathematical Society e sugeridos por Salam. Na época, a teoria relacionada aos grupos de Lie — desenvolvida quase 100 anos antes pelo matemático norueguês Sophus Lie — não era bem conhecida pelos físicos, e tinha sido aplicada somente a problemas envolvendo simetrias de cristais. Na Referência [13], Ne’eman conta como foi difícil chegar aos trabalhos de Dynkin, e como ficou surpreso em saber que um dos maiores especialistas em teoria de grupos de Lie da época era Giulio Racah, israelense como ele. Hoje em dia a teoria de grupos de Lie pode ser vista em cursos de graduação e pós-graduação em física e é coberta em detalhe em diversos livros de teoria de grupos com aplicações na física (ver por exemplo [29, 30, 31]). Uma referência introdutória bastante detalhada e útil é o livro [32]. A Referência [33], em português, trata em detalhes o problema da classificação dos hádrons. No Apêndice, apresentamos uma descrição geral sobre grupos de Lie, ilustrada pelo exemplo das rotações (tridimensionais) em mecânica quântica e pelo caso de momento angular de spin. Utilizando então as regras para adição de momentos angulares, exemplificamos a obtenção de representações para a simetria $SU(2)$ de spin, que pode ser generalizada para descrição da propriedade de isospin mencionada acima.

A aplicação de teoria de grupos aos casos das rotações e do spin representa uma complementação do estudo usual desses tópicos, que é normalmente feito sem referência às propriedades de simetria explicitamente. Porém, vemos que a análise sob o ponto de vista das simetrias é mais clara e concisa, permitindo maior generalidade. Além disso, para problemas cuja solução não é ainda entendida, tentar associar estados físicos observados a representações pode ajudar muito na identificação do grupo de simetria envolvido, levando à classificação sistemática de tais estados e, potencialmente, à identificação da teoria por trás das interações que dão origem a tais estados. Mais especificamente, a observação de estados múltiplos pode estar relacionada a degenerescências dentro de uma representação irredutível, e portanto podem-se observar padrões obtidos no experimento e tentar associá-los aos múltiplos de uma dada representação de um grupo. A tarefa importante nesse caso é identificar quais grupos tem a estrutura obser-

vada, com esses padrões bem definidos [38]. Este foi o caso do modelo de quarks. Era necessário ir além da descrição da propriedade de isospin mencionada acima, baseada na simetria $SU(2)$, e considerar uma classificação em que os hádrons se estruturassem de acordo com uma simetria de ordem mais alta, que não estaria ligada a um conjunto de hádrons mais fundamentais. A obtenção dessa descrição foi a contribuição de Ne’eman para classificação dos hádrons.

Note que, no casos do momento angular e spin (discutidos no Apêndice), respectivamente associados aos grupos $SO(3)$ e $SU(2)$, temos grupos de *dimensão 3 e posto 1*. O posto de um grupo de Lie é igual ao número de grandezas conservadas (números quânticos) para o sistema físico. Um passo muito importante dado por Ne’eman foi intuir a necessidade de considerar grupos de Lie de posto 2, devido à conservação da hipercarga Y e da componente z do isospin I_3 . (Essas grandezas serão descritas na Seção 4.1 abaixo; notemos, porém, que equivalentemente podem-se utilizar as grandezas estranheza, que mencionamos acima, e carga elétrica.) Ao mesmo tempo, ele não se limitou à representação fundamental do grupo, o que seria mais tarde uma indicação da presença de uma sub-estrutura para os hádrons, que são formados por quarks.

Na Ref. [10] Ne’eman relata os estágios finais de seu estudo e a coincidência de ter chegado à descrição correta praticamente ao mesmo tempo que o físico americano Murray Gell-Mann:

...Eu percebi que apenas cinco grupos eram possíveis, e comecei a examinar cada um deles separadamente. Recordo-me que um desses grupos [chamado $G(2)$] levava a diagramas com a forma da estrela de Davi,³ e torci para que esse fosse o grupo correto, mas não era. Por outro lado, $SU(3)$ ajustou-se perfeitamente! Eu terminei meu trabalho em dezembro de 1960, e discuti sobre ele com Salam. Então eu enviei um artigo para publicação no início de Fevereiro de 1961, que foi publicado logo depois. Murray Gell-Mann do Caltech estava trabalhando no mesmo problema ao mesmo tempo e tinha chegado à mesma conclusão.

(A tradução é nossa.)

Assim, enquanto Ne’eman concluía seu trabalho, Murray Gellmann, nos Estados Unidos, também “encaixava pedaços do quebra-cabeça” para descrição dos estados hadrônicos. Gell-Mann, que foi responsável por diversos avanços teóricos para a física de partículas e era já

³O diagrama correspondente ao grupo $G(2)$ é ilustrado na Seção 5.

um dos pesquisadores mais importantes na área, identificou (independentemente de Ne’eman) o grupo $SU(3)$ para classificação dos hádrons. O esquema foi chamado por ele de “caminho óctuplo” (*eightfold way* em inglês), devido à presença de multipletos com oito objetos. É curioso notar que ele tampouco possuía familiaridade com teoria de grupos [21]:

Murray Gell-Mann teve que ser informado por um matemático no outono de 1960 de que os objetos “bonitinhos” com que ele estava brincando no desenvolvimento inicial da álgebra de correntes eram bem conhecidos pelos matemáticos como grupos de Lie e possuíam uma elaborada teoria.

(A tradução é nossa.)

Como veremos,⁴ o esquema baseado no grupo $SU(3)$ para classificação dos hádrons foi o primeiro passo para identificação dos quarks como sub-estrutura por trás dos hádrons. O modelo de quarks, introduzido por Gell-Mann em 1964, incorpora o esquema $SU(3)$ e explica as representações observadas a partir do produto direto das representações fundamentais baseadas em três tipos de quarks. É preciso notar, porém, que o esquema $SU(3)$ teve confirmação e aceitação relativamente rápidas (como descrito no final da Seção 4.1), enquanto que o modelo de quarks permaneceu um tópico controverso por muitos anos, sendo aceito finalmente apenas em 1974 (ver Seção 4.2). De fato, embora hoje possa parecer mais importante a identificação dos quarks como sub-estrutura dos hádrons do que sua classificação resultante segundo o grupo $SU(3)$, essa última era certamente melhor estabelecida na época, e foi a principal razão para a atribuição do prêmio Nobel de 1969 a Gell-Mann (ver e.g. [39]). Alguns aspectos do relacionamento pessoal entre Ne’eman e Gell-Mann estão discutidos na Seção 5 abaixo.

Podemos avaliar o impacto da descoberta de Ne’eman a partir do seguinte trecho, assinado por “amigos de Yuval”, publicado no CERN Courier [65]:

De acordo com os multipletos $SU(3)$ de Gell-Mann e Ne’eman, os núcleons eram membros de uma representação octeto, em vez de pertencerem ao tripleto fundamental. Além do octeto, multipletos de massas mais altas também continham vários estados ainda não descobertos, incluindo a ilustre partícula Ω^- no decuplo.⁵ Sua descoberta em 1964 com as propriedades previstas forneceu uma corroboração

⁴Na Seção 4.1 é ilustrada a classificação $SU(3)$ de Ne’eman e Gell-Mann e são descritos os acontecimentos que levaram à sua aceitação.

⁵Ver final da Seção 4.1.

triumfal do esquema de classificação $SU(3)$ e físicos de partículas correram então a estudar teoria de grupos.

(A tradução é nossa.)

Portanto, a contribuição de Ne'eman para a compreensão dos estados hadrônicos, baseada na utilização de teoria de grupos de maneira não trivial — indo além da ideia de alguns bárions “privilegiados” na representação fundamental de um grupo — teve como consequência a valorização do próprio estudo de teoria de grupos. Vejamos esse aspecto com maior detalhe. O papel do grupo $SU(3)$ no modelo de Sakata estava ligado à extensão do uso da representação fundamental do grupo $SU(2)$ de isospin, adicionando-se a partícula Λ^0 ao próton e ao nêutron. (Exemplos da formação de partículas segundo esse modelo são dados na Referência [33].) Apesar de ter sido usado como exemplo de aplicação de teoria de grupos e como referência para seus aspectos técnicos [34], podemos dizer que a ênfase do modelo não era nas possíveis representações do grupo $SU(3)$, mas nos três objetos que definiam a representação fundamental. Tais objetos, as partículas (p, n, Λ^0) e suas anti-partículas, eram os constituintes de todos os hádrons, ou seja o modelo satisfazia a ideia — ou dogma, como dito mais tarde por Ne'eman [5] — de “pequenos tijolos sólidos e básicos” no coração da matéria. Por outro lado, a classificação de Ne'eman parecia ignorar a questão dos constituintes da matéria, já que os multipletos refletiam as representações de ordem mais alta do grupo, sem incluir a representação fundamental com três objetos. Como enfatizado em [23]: “a natureza parece preferir a simplicidade, mas tinha ignorado o *três* fundamental em favor do *oito*, ou será que não?”

A proposta de uma sub-estrutura, os quarks, por trás da classificação $SU(3)$ será discutida mais abaixo (Seção 4.2), incluindo a sugestão — anterior à proposta de Gell-Mann — feita por Ne'eman e Goldberg para interpretação da classificação como decorrente de três constituintes fundamentais.

Podemos ver como o interesse por teoria de grupos cresceu enormemente do início para a metade dos anos 60 e como o assunto não era conhecido anteriormente. Como exemplo, consideremos um curso de teoria de grupos ministrado por G. Racah no Instituto de Estudos Avançados em Princeton em 1951, frequentado por Gell-Mann e Salam, entre outros. No curso foram abordadas as representações do grupo $SU(3)$ como rotações em um espaço tridimensional complexo, além das rotações usuais, mas isso não foi lembrado por eles mais tarde, quando apenas descrições baseadas nas rotações usuais foram tentadas para a descrição inicial dos hádrons [1]. Como lembrou Abraham Pais [23]:

Desde o início ficou evidente que aqui nós, físicos, estávamos aprendendo a verdadeira arte.

...Porém na época eu, assim como os outros, não fui capaz de destilar as partes essenciais dessas aulas que, mais tarde, seriam úteis na física de partículas.

(A tradução é nossa.)

Na metade dos anos sessenta essa situação já tinha mudado, tendo surgido artigos de revisão com ferramentas de teoria de grupos em física de partículas para experimentais e não-especialistas, como [38]. Pouco tempo depois da proposta de Ne'eman e Gell-Mann, a classificação $SU(3)$ foi obtida também por D. Speiser e J. Tarski [35] como parte de um estudo detalhado em que foram analisados todos os grupos possíveis para a classificação de forma sistemática, em um tratamento mais geral. Observamos que os dois pesquisadores, do Instituto de Estudos Avançados em Princeton, iniciaram seu estudo em 1961, independentemente de Ne'eman e Gell-Mann. Como descrito em [36], contrariamente a seus contemporâneos, David Speiser tinha bastante familiaridade com teoria de grupos — tendo “caído dentro [do caldeirão] quando pequeno, como o mítico gaulês Obelix” — além de um conhecimento extenso em ciências humanas, que lhe permitiu dar contribuições em temas interdisciplinares como a história da arquitetura e a história da ciência. Em conclusão, a iniciativa dos autores da classificação $SU(3)$ mudou profundamente a maneira como era vista a teoria de grupos na época. É interessante notar a estória contada pelo físico matemático Freeman Dyson, reproduzida em [37]:

No início do século passado o matemático Oswald Veblen e o físico James Jeans estavam discutindo a reforma do currículo matemático da Universidade de Princeton. Jeans argumentou que a teoria de grupos deveria ser omitida, alegando que teoria de grupos era um assunto que jamais seria útil na física. Veblen deve ter vencido a discussão pois a teoria de grupos continuou a ser lecionada. É de fato irônico que a teoria de grupos não só se tornou um dos temas centrais da física, mas grande parte da pesquisa inovadora [na área] foi desenvolvida justamente em Princeton!

(A tradução é nossa.)

4 O Modelo de Quarks

Descrevemos nesta seção os aspectos principais do modelo de quarks, da introdução do conceito de força forte até o estabelecimento da teoria da Cromodinâmica

Quântica (QCD). Como dito anteriormente na Introdução, um ótimo livro didático sobre o assunto, em nível bastante introdutório, é a Ref. [1], de Ne’eman e Kirsh. (Duas boas referências em nível um pouco mais avançado são [44] e [45].) Um bom texto de divulgação pode ser encontrado em [46]. Aspectos históricos envolvendo a introdução e descoberta dos quarks são discutidos em detalhe em [20], [23] e em [47], que também discute aspectos sociológicos. Mencionamos também as seguintes referências originalmente em português: o livro [48] sobre a história da física de partículas e os artigos [41] e [42], respectivamente apresentando uma introdução didática à estrutura matemática dos estados ligados de quarks e uma discussão de questões epistemológicas ligadas à proposta dos quarks como partículas elementares.

4.1 Interação Forte e Simetria

Quando estudantes se deparam pela primeira vez com o modelo atômico de Rutherford-Bohr, uma questão natural é: Como podem os prótons permanecer ligados no núcleo atômico, sendo que eles possuem cargas elétricas de mesmo sinal e portanto deveriam se repelir? Essa questão é resolvida postulando-se uma nova “força”, a chamada força forte. Tal interação deve agir também sobre os nêutrons, que não possuem carga elétrica. Como o próprio nome diz, essa interação é de tal modo intensa que consegue manter ligadas as partículas no núcleo atômico, apesar da repulsão coulombiana entre os prótons. Por outro lado, a nova força deve possuir curto alcance, restringindo-se ao tamanho do núcleo, pois do contrário sua ação seria percebida em escalas maiores.

Em 1935, o físico japonês Hideki Yukawa propôs uma teoria [49] em que a força nuclear forte seria *intermediada* por certas partículas massivas, mais tarde chamadas *mésons* π , ou píons. Segundo essa teoria, quando ocorre interação pela força forte os núcleons trocam píons entre si, sendo o alcance da força determinado pela massa dos píons. A associação de uma interação com a troca de partículas (chamadas “mediadoras”) é natural na visão quantizada de campo, e dizemos, por exemplo, que a interação eletromagnética é *intermediada* por fótons. O alcance da interação está inversamente relacionado à massa da partícula mediadora; no caso dos fótons a massa é zero e o alcance é infinito. No caso da força forte, sabendo que o alcance é da ordem do tamanho do núcleo, foi possível estimar a massa prevista para os píons. Os mesmos foram chamados mésons porque sua massa está entre as massas altas dos núcleons (classificados como *bárions*) e a massa baixa dos elétrons (classificados como *léptons*). Os píons só foram descobertos em 1947, por nosso compatriota César Lattes, em colaboração com Giuseppe Occhialini e Cecil F. Powell [50].

A explicação da interação forte como troca de píons fornece uma teoria efetiva que descreve bastante bem alguns aspectos gerais da força nuclear forte, mas foi entendido posteriormente que a verdadeira interação forte ocorre em um nível mais fundamental, entre os *quarks*, que compõem os hádrons, através da troca de *glúons* (análogos aos fótons no eletromagnetismo). Desta forma, a força que mantém prótons e nêutrons ligados no núcleo atômico é dada por “resquícios” da interação entre os quarks; de maneira análoga, as forças de van der Waals entre moléculas são resquícios da força elétrica entre prótons e elétrons no interior dos átomos.

Nem todas as partículas interagem pela força forte. O elétron e os neutrinos, por exemplo, não *sentem* essa interação. Assim, podemos dividir as partículas (sem considerar as partículas mediadoras das interações) entre as que interagem pela força forte, chamadas de hádrons, e as que não interagem, os léptons. A proposta do modelo dos quarks engloba unicamente os hádrons, que por sua vez são divididos em: bárions — e.g. prótons e nêutrons — e mésons. Aos bárions pode ser associado o chamado *número bariônico*, que é conservado nos processos envolvendo a força forte. Já o número de mésons não é necessariamente conservado em tais processos. Por exemplo, um próton pode absorver energia e dar origem a um pión e um nêutron, como veremos mais abaixo na Seção 4.2. Neste caso é conservado o número bariônico (igual a 1 para o próton e para o nêutron) e é criado um méson, ou seja o número de mésons aumentou de 0 para 1 no processo.

Esse comportamento distinto de bárions e mésons está indiretamente relacionado ao *spin* dessas partículas. Já que o spin, assim como suas generalizações, constitui um número quântico muito importante na classificação das partículas elementares, descrevemos brevemente algumas de suas propriedades a seguir. (Maiores detalhes sobre o spin e sobre o momento angular em geral podem ser encontrados no Apêndice.) Em mecânica clássica o chamado *momento angular* de rotação — uma importante grandeza conservada quando não há aplicação de torques externos — está associado à revolução do corpo ao redor de um certo eixo. O spin, ou “momento angular intrínseco” de uma partícula, não possui uma explicação clássica desse tipo, mas pode ser previsto teoricamente na mecânica quântica relativística, a partir da equação de Dirac. É comum apresentar o spin como um análogo quântico de rotação da partícula ao redor de seu eixo interno.⁶ De fato, partículas com spin podem apresentar um momento de dipolo magnético μ (proporcional ao valor s do spin), como seria esperado na física clássica para uma carga em movimento de rotação. No caso

⁶É preciso enfatizar que esta é apenas uma analogia já que, como discutido no Apêndice, o momento angular de spin não corresponde a uma rotação física.

de um momento magnético não nulo, o spin tende a se alinhar com um campo magnético externo e este alinhamento pode ser observado experimentalmente. Tal efeito parece natural no caso de partículas que possuem carga elétrica, como o elétron, mas foi observado também para o nêutron; essa observação experimental foi uma das primeiras indicações de que o nêutron não era uma partícula realmente elementar, apresentando uma estrutura interna.⁷

Os spins podem ser pensados como vetores de módulo $\hbar\sqrt{s(s+1)}$, onde \hbar é a constante de Planck racionalizada e s é *quantizado*, podendo ser apenas um número inteiro ou semi-inteiro. Da mesma forma, as projeções do spin (por exemplo na direção do campo magnético) podem assumir apenas certos valores quantizados. Mais precisamente, no caso de um spin s temos $2s+1$ possíveis projeções, dadas por

$$-\hbar s, \hbar(-s+1), \dots, \hbar(s-1), \hbar s.$$

Ou seja, as projeções também são quantizadas.

No caso de spin inteiro a partícula é chamada de *bóson* e no caso semi-inteiro de *férmion*. Os elétrons, por exemplo, são férmions e tem spin igual a $1/2$, podendo portanto apresentar $2 \times 1/2 + 1 = 2$ valores para as componentes ou projeções: spin apontando para cima ou para baixo. Quanto aos hádrons, vemos que os bárions apresentam spin semi-inteiro, isto é, são férmions, enquanto que os mésons são bósons. Há uma diferença crucial de comportamento entre férmions e bósons, associada ao Princípio de Exclusão de Pauli, discutido Seção 4.3.

Outra grandeza importante para a classificação dos hádrons é a *hipercarga* Y dada por

$$Y = B + S, \quad (1)$$

onde B é o número bariônico descrito acima (i.e. 1 para bárions e 0 para mésons) e S é a *estranheza*, que também é conservada em processos envolvendo a força forte. A estranheza — associada a um número quântico S — foi introduzida por Murray Gell-Mann em 1953 para explicar o curioso fato de que, nas reações observadas em aceleradores, alguns hádrons eram produzidos apenas aos pares, apresentando depois um tempo de decaimento muito maior do que o esperado. Dizia-se então que as partículas com essa propriedade possuíam “estranheza”. Note que a conservação da estranheza explica que partículas estranhas sejam criadas aos pares, por exemplo com $S = 1$ e $S = -1$ de forma que a estranheza total seja 0, como na situação inicial. Fica também claro por que o decaimento dessas partículas é lento se supusermos

⁷NOTE: momento magnetico do neutrino, devido ‘a massa, vem de correcoes radiativas (e’ minusculo)

que a estranheza *não* seja conservada pela interação responsável pelo decaimento de uma partícula estranha em uma não-estranha. De fato, a interação forte conserva a estranheza e portanto tal decaimento deve ocorrer por ação da *força fraca*, o que determina o tempo de vida mais longo para tais partículas.

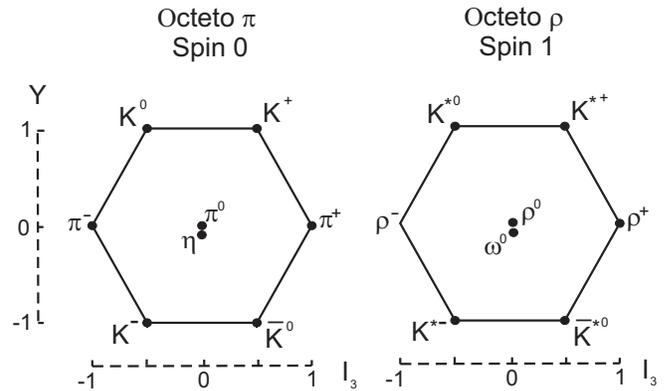


Figura 2: Diagramas (hexágonos) representando mésons no plano I_3 - Y . Cada octeto é formado por partículas de mesmo spin (respectivamente 0 e 1). Nos dois casos, temos $B = 0$.

Como já mencionado na Seção 3.2, uma grandeza central na classificação dos hádrons é o *isospin*. Ela foi introduzida por Werner Heisenberg em 1932 para representar próton e nêutron — que possuem praticamente a mesma massa — como dois estados diferentes de uma única partícula, o núcleon. Assim, por analogia com o spin, o isospin I do núcleon foi tomado igual a $1/2$, de forma que os “estados” próton e nêutron podem ser associados aos dois valores permitidos para a projeção do isospin na direção espacial z (por exemplo), indicada com I_3 . Temos assim os valores $I_3 = 1/2$ (correspondendo ao próton) e $-1/2$ (correspondendo ao nêutron). O isospin é conservado nas interações fortes, o que pode ser associado a uma invariância por “rotações” no espaço de isospin. Isto implica que a interação forte não distingue entre prótons e nêutrons e, conseqüentemente, não está relacionada à carga elétrica. Note que a simetria associada ao isospin não é perfeita na natureza, já que é respeitada pela força forte mas quebrada pela força elétrica. (Este é porém um efeito pequeno, já que a intensidade da força elétrica é pequena comparada com a da força forte.)

acabar com citacao de Fermi 1951, em Pais (p. 495) sobre fato de que proton/neutron/pion nao eram os componentes elementares da materia hadronica, ver genetic

O conceito de isospin pode ser generalizado para grupos de partículas com massas aproximadamente iguais, que também podem ser pensadas como “versões” diferentes da mesma partícula. Vemos que dentro de um

multiplete de partículas a carga elétrica varia de uma para outra por uma unidade, o que pode ser associado à projeção I_3 do isospin, de forma que as $2I + 1$ projeções para a componente I_3 do isospin com valor I representem as partículas do multiplete, que possuem mesmo número bariônico e spin. Temos assim por exemplo o multiplete de isospin formado pelos três píons (citado acima na Seção 3.2): (π^+, π^0, π^-) , com $I = 1$ (i.e. 3 partículas), $s = 0$, $B = 0$ e também para as partículas Δ : $(\Delta^{++}, \Delta^+, \Delta^0, \Delta^-)$, com $I = 3/2$ (i.e. 4 partículas), $s = 3/2$, $B = 1$. Vejamos agora a organização dos hádrons de acordo com as grandezas Y e I_3 . Note que esta classificação pode ser feita de maneira equivalente em termos da estranheza e da carga elétrica.

Se inicialmente dividirmos os hádrons em quatro grupos, de spin 0, 1/2, 1 e 3/2, e posteriormente os distribuímos num diagrama de hipercarga Y versus I_3 , obteremos os quatro diagramas das Figs. 2 e 3. Como dito acima, partículas com mesma hipercarga Y e isospin I formam *multipletos* (um por linha nas figuras), cujas partículas possuem aproximadamente a mesma massa e são indexadas pelos valores de I_3 , correspondendo a diferentes valores para a carga elétrica. Como dito acima, o número de elementos de cada multiplete é igual a $2I + 1$, sendo $I_3 = -I, -I + 1, \dots, I - 1, I$. Assim, as partículas de um dado multiplete possuem carga elétrica média \bar{Q} dada por $\bar{Q} = Y/2$. (Observe que, fixado o isospin I , o valor médio de I_3 é sempre zero.) A carga elétrica Q das partículas é dada pela fórmula de Gell-Mann-Nishijima [1]

$$Q = I_3 + \frac{1}{2}Y = I_3 + \frac{B + S}{2}. \quad (2)$$

Isso implica que $Y = 2(Q - I_3)$. Essas relações podem facilmente ser verificadas nas Figs. 2 e 3 e foram de grande importância na organização das partículas conhecidas inicialmente e na previsão de novas partículas hadrônicas.

Claramente, a organização dos multipletos de isospin da forma mostrada acima sugere uma forte simetria e a possibilidade de empregar teoria de grupos no estudo das propriedades das partículas. Porém é importante lembrar que na época dos trabalhos de Ne'eman e Gell-Mann ainda não se haviam observado todas as partículas presentes nos diagramas das Figs. 2 e 3, de modo que não estava clara a maneira de agrupar os vários hádrons, além de não se saber qual o grupo de simetria correto a se aplicar. Como explicado na Seção 3.2 acima, os trabalhos de Ne'eman [14] e de Gell-Mann [16] permitiram identificar o grupo de simetria $SU(3)$, que admite representações na forma de octeto e decuplete.

Posteriormente, Gell-Mann e Ne'eman publicaram juntos uma coleção de artigos sobre o esquema $SU(3)$ [15].

A descoberta da partícula $\Xi^*(1530)$, cuja massa estava

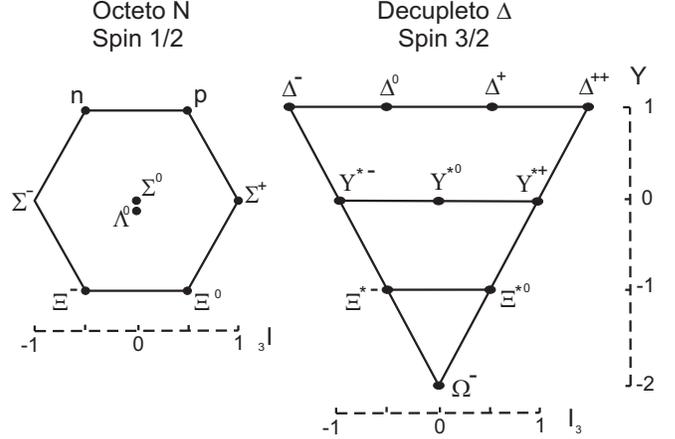


Figura 3: Diagramas representando bárions no plano I_3 - Y . No octeto as partículas possuem spin 1/2 e no decuplete as partículas possuem spin 3/2. Nos dois casos $B = 1$.

de acordo com a fórmula de Gell-Mann-Okubo, permitiu a previsão teórica de uma nova partícula [53], chamada na época de Z^- e hoje conhecida como Ω^- . Esses novos resultados levaram à aceitação do modelo de Gell-Mann e Ne'eman. Goldberg e Ne'eman. **hunters pg 201–206, Dynkin 205, Racah 201**

A propósito, é interessante a discussão recente de Harry J. Lipkin [34] sobre a importância de uma correta interpretação dos dados experimentais para a comprovação de uma teoria. Neste caso tal interpretação permitiu demonstrar, corretamente, o desacordo entre as previsões do modelo de Sakata e a natureza. Por outro lado, como descrito nessa referência, experimentos mal interpretados conduziram inicialmente à incorreta conclusão ...

Na próxima sub-seção discutimos como foi conciliada a identificação do grupo de simetria das interações fortes com a proposta de que os hádrons fossem compostos de partículas mais elementares, os quarks.

4.2 Introduzindo os Quarks

Apesar do ótimo acordo dos diagramas das Figs. 2 e 3 com a proposta de uma simetria $SU(3)$, restava entender *por que* a simetria era manifestada na forma de octetos (que pertencem à chamada representação *adjunta* do grupo) e não pela representação fundamental, que corresponderia a 3 objetos. see hargittai pg 47; ver Lipkin, outras refs? (refs 9, 11 de hargittai??)

Em 1962, trabalhando juntamente com Haim Goldberg (que tinha sido estudante de Giulio Racah em Israel), Ne'eman buscou compreender a origem desta simetria. Esse trabalho [51] resultou na proposta pioneira

Tabela 1: Propriedades dos três quarks mais leves. As colunas representam a carga elétrica Q , o número bariônico B , a componente I_3 do isospin e a estranheza S . Os quarks possuem spin $1/2$.

Quark (“sabor”)	Q	B	I_3	S
u	$2/3$	$1/3$	$1/2$	0
d	$-1/3$	$1/3$	$-1/2$	0
s	$-1/3$	$1/3$	0	-1

de um modelo no qual os hádrons não seriam mais vistos como verdadeiras partículas elementares, mas sim como estados ligados de constituintes fundamentais com número bariônico $1/3$, explicando a “contabilidade” dos estados de bárions, número bariônico $B = 1/3 \times 3 = 1$ e mésons, com $B = 1/3 - 1/3 = 0$. Mais precisamente, Ne’eman e Goldberg sugeriram que cada partícula do octeto de bárions (como prótons e nêutrons) fosse composta por três dessas componentes fundamentais [51, 52]. Essa nova teoria não teve destaque imediato. Em boa parte isso foi devido a resultados experimentais errados [34]. Como consequência, as ideias de Goldberg e Ne’eman foram consideradas em desacordo com os experimentos e temporariamente esquecidas.

A propósito, é interessante a discussão recente de Harry J. Lipkin [34] sobre a importância de uma correta interpretação dos dados experimentais para a comprovação de uma teoria. Neste caso tal interpretação permitiu demonstrar, corretamente, o desacordo entre as previsões do modelo de Sakata e a natureza. Por outro lado, como descrito nessa referência, experimentos mal interpretados conduziram inicialmente à incorreta conclusão ...

Porém, no ano de 1964 Murray Gell-Mann [52] e George Zweig [54] apresentaram trabalhos individuais independentes explicitando maiores detalhes de uma teoria semelhante, na qual Gell-Mann denominava as três partículas com número bariônico $1/3$ de *quarks*. O nome foi tomado por Gell-Mann da frase “Three quarks for Muster Mark!” do livro *Finnegan’s Wake* de James Joyce. Devido à descoberta em 1964 nos Laboratórios de Brookhaven da partícula Ω^- [55], prevista pela teoria, a classificação $SU(3)$ ganhou popularidade rapidamente. (O episódio da ligação da descoberta da partícula ao modelo de quarks é discutido na Seção abaixo.)

No modelo de Gell-Mann, a proposta da simetria $SU(3)$ para os hádrons corresponde aos três tipos — ou “sabores” — de quarks de menor massa (o suficiente para explicar os hádrons conhecidos na época), chamados up (u), down (d) e estranho (s). Os quarks têm spin $1/2$. Propriedades desses quarks são dadas na Tabela 1. Note que para cada quark há um anti-quark, com

números quânticos opostos. De acordo com o modelo dos quarks, os mésons são formados por um quark e um anti-quark e os bárions por três quarks. Prótons e nêutrons, por exemplo, são formados apenas por quarks u e d. Consideremos o decuplete da Fig. 3. Pelo modelo dos quarks, as partículas são constituídas pela combinação dos quarks up, down e estranho, como ilustrado na Fig. 4. Os estados ligados (hádrons) seriam formados a partir do chamado produto direto de objetos na representação fundamental, de forma que a composição de três quarks leve a 1 singlete, 2 octetos e 1 decuplete para os estados ligados, o que é representado como

$$3 \times 3 \times 3 = 1 + 8 + 8 + 10.$$

Da mesma forma, a combinação de um quark com um anti-quark leva a

$$3 \times \bar{3} = 1 + 8.$$

Na Fig. 4 apresentamos como ilustração o conteúdo de quarks para as partículas do decuplete de bárions da Fig. 3.

Pode-se verificar prontamente a equivalência da proposta de quarks com as conservações de números quânticos discutidas na seção anterior. Por exemplo, como vemos na Fig. 4, a partícula Ω^- é constituída por três quarks s. Como é definido que cada quark s possui carga $-1/3$, estranheza -1 , e número bariônico $1/3$, a soma total de suas propriedades confere exatamente com o fornecido pela nossa Fig. 3. Por exemplo, usando a Equação (1) temos $Y = 3 * 1/3 - 3 * 1 = -2$.

Apesar do sucesso do modelo em explicar as classes de hádrons, não houve, por um bom tempo, consenso a respeito da verdadeira existência dos quarks. O próprio Gell-Mann escreveu em 1964 sobre a possibilidade de essas entidades serem realmente partículas físicas [15, 52]:

É divertido especular sobre como os quarks se comportariam se fossem partículas físicas de massa finita (ao invés de entidades puramente matemáticas como elas seriam no limite de massa infinita).

(A tradução é nossa.)

Alguns defendiam que essas entidades eram apenas ferramentas matemáticas, usando como argumento a ausência de sua observação direta. Tal observação aparentemente seria simples, pois bastaria encontrar partículas com carga elétrica fracionária (ver Tabela 1). Citando mais uma vez Gell-Mann [15, 52]:

Uma busca por quarks estáveis de carga $-1/3$ ou $+2/3$... nos aceleradores de maior energia

(uuu) Δ^{++}	(uus) Y^{*+}	(uss) Ξ^{*0}	(sss) Ω^-
(uud) Δ^+	(uds) Y^{*0}	(dss) Ξ^{*-}	
(udd) Δ^0	(dds) Y^{*-}		
(ddd) Δ^-			

Figura 4: O decuplete da Fig. 3 acima, mas agora mostrando os conteúdos de quarks para cada bárion. **colocar $I=3/2$, etc nas verticais na figura!!**

ajudaria a nos assegurar da não-existência de quarks reais.

(A tradução é nossa.)

Podemos supor que Gell-Mann relutasse em defender diretamente a existência dos quarks. Note também que o artigo inicial de Ne’eman [51] não foi incluído no livro “The Eightfold Way”, de 1964. **nem o de Gell-Mann...**

Tal resistência pode talvez ser comparada à que se observou quando foram propostos os átomos. De fato ainda no início do século XX [56] químicos como Wilhelm Ostwald (prêmio Nobel em 1901) e físicos como Ernst Mach falavam de átomos e de moléculas como de uma hipótese artificial não necessária para o entendimento dos processos físicos e químicos. Mach chegou a comparar os átomos a símbolos algébricos. Claramente uma das principais objeções à teoria atômica era a impossibilidade de “ver” um átomo. Os resultados negativos dos experimentos para a procura de quarks livres produziram pontos de vista parecidos. Assim, nos anos sessenta e no começo dos anos setenta do século XX, muitos físicos importantes não acreditavam no modelo de quarks [1]. Entre eles, Werner Heisenberg (prêmio Nobel de física em 1932) considerava o problema da estrutura das partículas elementares como um problema de filosofia e não de física.

Hoje há amplas evidências para a existência dos quarks, apesar dos resultados negativos da busca por quarks livres [57]. A possível explicação da ausência de observação de um quark livre viria do que chamamos de *confinamento* dos quarks [1]. De fato, os experimentos mostram que a força entre dois quarks muito próximos é pequena, o que é chamado de liberdade assintótica. Quando tentamos afastar dois quarks, a força entre eles aumenta de tal modo que, quando a ligação se rompe, há energia suficiente para a produção de um novo par quark-antiquark (veja a Fig. 5). Consequentemente, não é permitido que um quark seja detetado sozinho, o que nos leva à proposta do confinamento dos quarks. O entendimento dessa propriedade é um dos maiores desafios da QCD Na próxima sub-seção discutimos uma outra inconsistência do modelo inicial de quarks, que levou à

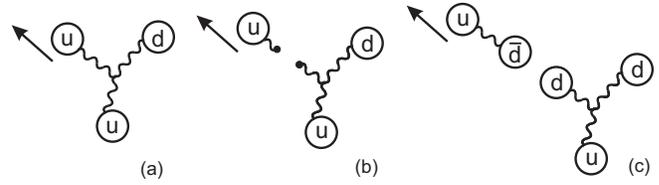


Figura 5: Os três quarks iniciais (uud) representam um próton. Em (a) iniciamos a forçar um quark up a se separar dos demais. Finalmente em (b) a ligação se rompe, porém imediatamente em (c) vemos a formação de um quark down e um anti-down com a energia provinda da ligação, de modo que acabamos observando um píon positivo e um nêutron, mas não um quark livre. Fig. adaptada de [1].

introdução de um novo número quântico relacionado à interação forte.

4.3 Dos Quarks à QCD

Mencionamos anteriormente que há uma distinção crucial entre férmions — que possuem spin semi-inteiro e obedecem ao princípio de Pauli — e bósons, que possuem spin inteiro e não obedecem a esse princípio. O “Princípio da Exclusão” de Pauli, de modo simplista, diz que férmions iguais não podem coexistir no mesmo estado quântico. Podemos entender a importância desse princípio se notarmos que é devido a ele que o elétron (que é um férmion) só pode ocupar um estado de energia que já contenha um outro elétron se os dois tiverem projeções opostas do spin. Desta forma, os estados de energia do átomo, chamados orbitais, podem conter apenas dois elétrons cada um, o que dá origem à elaborada estrutura de camadas dos elétrons nos átomos que formam os diversos elementos, determinando suas propriedades químicas.

Logo após a proposta do modelo dos quarks, vários físicos chamaram a atenção para o fato de que, nesse modelo, dois ou três quarks em um hádron teriam que ocupar o mesmo estado quântico. Em particular, tomava-se como exemplo a partícula Δ^{++} , que apresenta spin 3/2 e é formada por três quarks *up* (ver Figs. 3 e 4). Isto só é possível, no estado de momento angular $L = 0$ [1], se os três quarks (idênticos) tiverem spins paralelos, o que violaria o Princípio de Pauli, sendo os quarks férmions idênticos de spin 1/2. De fato, o princípio de Pauli já não permite que haja dois férmions nesta situação, mas aparentemente temos três! (A mesma crítica pode ser feita a outras partículas dos multipletos descritos acima.) Esse problema foi resolvido por Moo-Young Han e Yoichiro Nambu [58], que propuseram a existência de mais um número quântico, que poderia apresentar três diferentes

valores para cada quark. No caso do Δ^{++} , os três quarks u poderiam apresentar números quânticos idênticos para spin, número bariônico, estranheza, carga elétrica, mas diferente para o novo número quântico, que foi chamado de “cor”. A partícula Ω^- , formada por três quarks s, poderia ser explicada de forma análoga. O nome cor foi sugerido porque, em analogia com a teoria das cores de Newton, a combinação de três quarks de cores (primárias) diferentes (e.g. vermelho, verde e azul), assim como a combinação de um quark com uma determinada cor e um anti-quark com sua correspondente “anti-cor”, formariam uma partícula “branca”, sem carga de cor. Essas seriam todas as partículas observadas. Assim, um importante princípio associado às cargas de cor é que todos os mésons e bárions são “brancos”. Logo antes do trabalho de Han e Nambu, Oscar W. Greenberg [59] tentou explicar a aparente violação do Princípio de Pauli introduzindo a chamada *para-estatística*, i.e. permitindo que um dado estado físico fosse ocupado por três partículas. A equivalência entre a solução apresentada por Greenberg e a teoria de cores de Nambu e Han foi demonstrada no artigo [60].

A ideia mais interessante [23] apresentada no trabalho de Han e Nambu [58] foi a introdução de uma nova simetria $SU(3)$, relacionada à carga de cor e por isso indicada como $SU(3)_c$. Ao mesmo tempo, essa simetria de cor foi associada à força forte e à formação dos estados ligados de quarks, i.e. os hádrons. Juntamente com a simetria $SU(3)_c$, foram também introduzidos oito *campos de gauge* de spin 1, correspondentes ao oito geradores do grupo $SU(3)_c$, chamados (quando?) de glúons. Na verdade, a ideia de Han e Nambu passou despercebida em 1965 [23]. Mais tarde, nos anos setenta, a ideia de uma simetria de gauge baseada no grupo de cores $SU(3)_c$ voltou a ser considerada, culminando na chamada Cromodinâmica Quântica (QCD). A QCD é uma teoria quântica de campos de tipo Yang-Mills [61, 62] que descreve as partículas que interagem pela força forte, todas compostas por quarks, através da troca de glúons. (Note que a simetria proposta por Ne’eman e Gell-Mann era apenas aproximada, enquanto que a simetria de cor na QCD é exata.) O grande sucesso da QCD foi a demonstração para esta teoria da propriedade de liberdade assintótica (ver Seção 4 acima) por Gross, Wilczek e Politzer em 1973 [63].

Com a grande evolução na detecção de partículas nos anos seguintes, evidenciaram-se vários novos hádrons com diferentes propriedades, criando-se a necessidade de acrescentar mais três sabores de quarks à teoria: *charm*, *bottom* e *top*. Atualmente, no Modelo Padrão [1], toda a matéria conhecida é explicada em termos dos seis sabores de quarks, dos seis léptons e das respectivas anti-partículas. A simetria $SU(3)$ de sabor introduzida por Ne’eman e Gell-Mann permanece como uma simetria

aproximada da QCD para os hádrons leves (compostos pelos três quarks mais leves). As transições entre esses sabores ocorrem pela interação fraca, descrita de maneira geral pela chamada matriz CKM, introduzida por Cabibbo para os 3 sabores mais leves de quarks e mais tarde generalizada para todos os 6 sabores por Kobayashi e Maskawa, em um estudo que recebeu o prêmio Nobel de física de 2008.

5 Nirvana e Intervenção Divina

Descrevemos nesta seção alguns aspectos da personalidade de Ne’eman e de seu relacionamento com alguns outros físicos.

No ano de 1969, Gell-Mann recebeu sozinho o prêmio Nobel, por suas contribuições e descobertas relativas à classificação das partículas elementares e suas interações. A ausência da citação de Yuval Ne’eman para a premiação deixou muitos membros da comunidade científica descontentes, tendo em vista suas importantes e pioneiras contribuições na área. Como mencionado anteriormente e descrito em maior detalhe a seguir, Ne’eman fez a sua proposta da simetria $SU(3)$ ao mesmo tempo que Gell-Mann. Ele também propôs uma forma preliminar de modelo de três componentes bariônicos dois anos antes do modelo de quarks de Gell-Mann e Zweig. É interessante notar, porém, que não houve uma verdadeira rivalidade entre os dois cientistas.

De fato, Ne’eman enfatizava que os dois eram amigos, tendo organizado juntos a publicação dos artigos relacionados à simetria $SU(3)$ para os hádrons no livro “The Eightfold Way” [15] e tendo chegado juntos à conclusão de que a descoberta da partícula Ω^- confirmava o modelo proposto por ambos para classificação dos hádrons [20].

Como vimos, Murray Gell-Mann divulgou em Janeiro 1961 o artigo “The eightfold way: a theory of strong interaction symmetry” [16], em que expôs com detalhes sua utilização do grupo $SU(3)$ para descrição dos hádrons. (Na verdade, o manuscrito acabou não sendo publicado oficialmente.) A expressão “eightfold way” (via óctupla) foi sugerida devido à existência de multipletos com oito componentes associados à simetria $SU(3)$ das interações fortes⁸ por associação ao “nobre caminho óctuplo” da religião budista (o caminho que as pessoas devem seguir, de acordo com oito preceitos dados pelo budismo, para atingir a plenitude espiritual ou nirvana). No mês seguinte, Ne’eman publicou o artigo “Derivation of strong interaction from a gauge invariance” [15], onde expõe ideias semelhantes. Como descrito na Seção 3.2, antes de escolher o grupo $SU(3)$, Ne’eman tentou associar os

⁸Como discutido anteriormente, essa simetria, relativa aos três sabores de quarks de menor massa, é apenas aproximada.

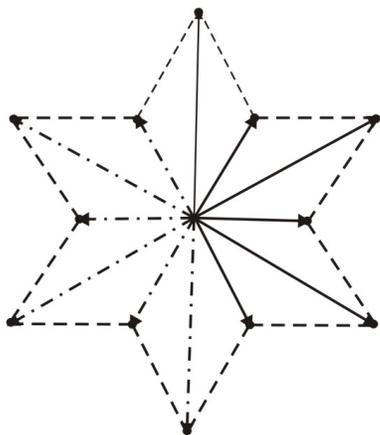


Figura 6: Diagrama associado a representações do grupo $G(2)$.

estados ligados de quarks a outro grupo, cujas representações obedeciam diagramas na forma da Estrela de Davi (ver Fig. 6). Sua relutância em abandonar esse grupo como possibilidade acabou atrasando a publicação de seus resultados. Há um relato seu a respeito desse episódio [1]:

...como podia ser visto diretamente do diagrama de Dynkin, o $G(2)$ era um dos cinco excepcionais; eu tive que reconstruí-lo a partir do diagrama de Dynkin para saber o que ele poderia fazer — e acontece que era a estrela de seis pontas de David!! Se eu fosse um devoto ou um místico, teria interpretado o fato como uma intervenção divina. Não tendo essa mentalidade, verifiquei as previsões do $G(2)$ e vi que elas não estavam de acordo com as observações.

(A tradução é nossa.)

É curioso notar que houve grande rivalidade entre Gell-Mann e Feynman, mas que Ne’eman e Feynman eram amigos.

No ano de 1963, Ne’eman obteve uma bolsa de dois anos de estudos no Caltech, onde veio a conhecer e tornar-se um grande amigo do famoso físico americano Richard Feynman, professor do Caltech desde 1954. No artigo intitulado “The Elvis Presley of Science” [64], Ne’eman descreve suas experiências pessoais com Feynman, comentando sobre a enorme popularidade deste:

...Feynman foi o único que atingiu verdadeira fama durante sua vida, e desde a sua morte ele é o único físico — com exceção talvez de Albert Einstein e Stephen Hawking — a ser aclamado pelo público fora da comunidade cientí-

fica. Em nossos dias, Feynman é praticamente o Elvis Presley da ciência — o “rei”.

(A tradução é nossa.)

Episódio dos três juntos [64]

Quando me ausentei do Caltech por uma semana em Outubro de 1964 para a inauguração do campus da Universidade de Tel Aviv, Feynman, Gell-Mann e eu jantamos juntos e o assunto Israel e os judeus veio à tona. “Por que preservar esse fóssil?” perguntou-me Feynman à mesa, referindo-se ao povo judeu. “Não seria melhor acelerar a assimilação?” Como eu tentasse enumerar as inúmeras contribuições que os judeus fizeram à humanidade, incluindo conquistas na ciência moderna, ele me cortou. “Judeus na ciência? compare isso com os húngaros! olhe o impacto que eles tiveram!” ao que Gell-Mann respondeu: “Mas você não sabe que todos esses húngaros eram judeus?” E aparentemente, ele não sabia.

(A tradução é nossa.)

ver: Cosmic anger (bookmarks), livro sobre Salam turbante em Stockolmo

Na Referência [40], Michael J. Duff — que também foi estudante de Abdus Salam — recorda como foi visionária a posição de Ne’eman e também a de Salam, que o aceitou como estudante:

...Talvez porque suas próprias ideias beirassem o absurdo, ele [Abdus Salam] era tão tolerante em relação à excentricidade dos outros; ele era capaz de reconhecer pérolas de sabedoria onde o resto de nós via apenas irritantes grãos de areia. Um exemplo disso foi o adido militar da embaixada israelense em Londres que apareceu um dia com suas ideias sobre física de partículas. Salam ficou suficientemente impressionado com ele para tomá-lo sob sua tutela. O homem era Yuval Ne’eman e o resultado foi [a simetria] $SU(3)$ de sabor.

(A tradução é nossa.)

6 Conclusão

A história dos quarks envolveu períodos de grande incerteza, e as conquistas foram devidas à persistência de pessoas como Ne’eman

Apesar de não ter ganhado o prêmio Nobel, Ne’eman recebeu diversas premiações nacionais e internacionais, como o Prêmio Israel (1969), a Medalha Einstein (1970), a Medalha Wigner (1982) e o prêmio EMET (2003).

Ne’eman teve um papel importante na divulgação da física, tendo deixado um ótimo texto introdutório sobre física de partículas, escrito em conjunto com Yoram Kirsh [1].

Além das contribuições descritas na Introdução para o estabelecimento de instituições científicas em Israel, Ne’eman fundou o “Center for Particles and Fields” da Universidade do Texas (Austin) em 1968.

Pode-se dizer que a iniciativa de Ne’eman foi surpreendente, considerando como se apresentava caótica a situação na época e dado que ele estava apenas iniciando seus estudos de física de partículas, como descrito nas Seções 2 e 3 acima.

Na Referência [2], Shlomo Sternberg (matemático britânico) conta-nos que conheceu Ne’eman no ano de 1962, atendendo ao pedido de que apresentasse algumas aulas sobre Topologia dos Grupos de Lie para o grupo de pesquisa de Ne’eman. Inicialmente, Sternberg não compreendeu qual o interesse do grupo de físicos nessa área da matemática, mas posteriormente conheceu a utilização do grupo $SU(3)$ para descrição dos hádrons. Essas poucas aulas acabaram originando 43 anos de colaboração. O último trabalho em conjunto foi publicado no Physics Reports em 2005.

It is hard to explain how one person could successfully perform so many tasks. Obviously he had an enormous capacity for hard work and was extremely well organized. Two other traits that I could observe first hand were: He always had his mind on the big picture: he did get involved in the details but was always able to relate them to the overall goal. A second trait was his personal charm combined with an ability to delegate authority. Once he trusted someone’s ability to do a job, he inspired that person to charge ahead while keeping himself informed of the progress. This is a rare trait of true leadership.

7 Agradecimentos

Agradecemos a C.C.B. dos Santos e T.M. Schlittler por sugestões e comentários e a A. Manes, editor da revista eletrônica “PhysicaPlus”, pelo uso da fotografia na Fig. 1. T.B.M. agradece ao CNPq pelo apoio financeiro (a elaboração de uma versão preliminar deste manuscrito fez parte de seu projeto de Iniciação Científica). A.C. e T.M. agradecem à Fapesp e ao CNPq por apoio financeiro parcial.

8 Apêndice

Neste Apêndice descrevemos alguns aspectos gerais dos grupos de Lie. Tomamos inicialmente o exemplo das rotações (tridimensionais) em mecânica quântica, dadas como representações do grupo $SO(3)$ associado ao momento angular. A descrição do spin do elétron em termos de representações do grupo $SU(2)$ segue por analogia. Utilizando as regras para adição de momentos angulares, demonstramos então a obtenção de representações para a simetria $SU(2)$ de isospin, mencionada nas Seções 3.2 e 4.1.

Os grupos de Lie descrevem transformações associadas a simetrias contínuas, como dito na Seção 3.1 acima. Nesse caso, o grupo pode ser associado a sua *álgebra* de Lie, dada pelo espaço das *transformações infinitesimais* do grupo. Essas são transformações pequenas, próximas da operação identidade, por exemplo uma rotação por um ângulo infinitesimal. O fato de que os grupos de Lie são (quase completamente) especificados por sua álgebra, que por sua vez depende somente das características *locais* do grupo (i.e. relativas às transformações infinitesimais) constitui uma grande vantagem. Em particular, a álgebra constitui um *espaço linear* — i.e. um espaço usual, que contém as somas de seus elementos e a multiplicação deles por constantes — com estrutura dada por *comutadores* dos chamados *geradores* do grupo (ver exemplo abaixo). A análise de tal espaço é bem mais simples do que a do respectivo grupo, o que em geral envolveria operações não-lineares.

Um exemplo familiar em mecânica quântica é o grupo $SO(3)$, associado à simetria por rotações em três dimensões, cujos geradores podem ser identificados com as componentes cartesianas L_x, L_y, L_z do vetor momento angular (orbital) \mathbf{L} . Assim como ocorre para a energia e para o momento linear, temos no caso quântico que L_x, L_y, L_z são *operadores*, atuando na função que descreve o estado (quântico) do sistema, a *função de onda*. Vejamos primeiramente como estão relacionadas entre si as componentes de \mathbf{L} . Analogamente à expressão clássica, temos $\mathbf{L} = \mathbf{r} \times \mathbf{p}$, ou seja \mathbf{L} é dado pelo *produto vetorial* da posição \mathbf{r} pelo momento linear $\mathbf{p} = m\mathbf{v}$. (Por exemplo, no caso clássico de movimento circular uniforme em uma órbita de raio r para um corpo de massa m e velocidade v , o momento angular é um vetor de módulo mvr e direção perpendicular ao plano que contém o círculo.) O produto vetorial “mistura” as componentes x, y, z dos vetores envolvidos, sendo e.g. a componente z de \mathbf{L} dada em termos das componentes x e y dos vetores \mathbf{r} e \mathbf{p} por

$$L_z = xp_y - yp_x.$$

Por sua vez, as componentes do *operador* momento linear são dadas, no caso quântico, por derivadas espaciais, e.g. $p_x = -i\hbar\partial/\partial x$, sendo \hbar a constante de Planck

racionalizada. No caso do operador L_z podemos aplicar a uma função de x , y e z as operações definidas pela expressão de p_x (e suas formas análogas para as coordenadas y e z) e obter

$$L_z = -i\hbar \frac{\partial}{\partial \phi},$$

onde ϕ é o ângulo ao redor do eixo z .⁹ Isto significa que uma rotação por um ângulo infinitesimal $\delta\phi$ estará associada à operação $I + \delta\phi L_z$, onde I é a identidade. (O resultado decorre diretamente da expansão de Taylor da função de onda do sistema em relação à variável ϕ .)

Como em mecânica clássica, \mathbf{L} é uma grandeza conservada para sistemas isolados, em consequência da invariância por rotação. Em particular, isto vale para cada componente de \mathbf{L} . No estudo do caso quântico, porém, devemos considerar as relações de comutação entre os operadores envolvidos, ou seja, o fato de que, para dois operadores A e B gerais, o *comutador* $[A, B] \equiv AB - BA$ não será nulo. No caso da posição e momento linear na direção x , temos

$$[x, p_x] = xp_x - p_x x = i\hbar.$$

Tais relações são consistentes com o *princípio da incerteza* de Heisenberg, que limita o conhecimento simultâneo da posição e do momento de uma partícula [1]. Para as componentes de \mathbf{L} , obtemos assim as relações de comutação

$$[L_x, L_y] = i\hbar L_z, [L_y, L_z] = i\hbar L_x, [L_z, L_x] = i\hbar L_y.$$

Como para o caso de momento linear e posição visto acima, o fato de duas componentes de \mathbf{L} não *comutarem* (i.e. terem comutador não-nulo) implica que há uma imprecisão ou incerteza — da ordem de \hbar — na medida simultânea dessas grandezas. Ou seja, não será possível conhecer ao mesmo tempo mais do que uma das componentes do vetor \mathbf{L} . Por outro lado, podemos notar que o operador $\mathbf{L}^2 = L_x^2 + L_y^2 + L_z^2$ comuta com todas as componentes de \mathbf{L} , o que significa que os estados do sistema podem ser descritos por uma das componentes do momento angular, por exemplo L_z , e pelo módulo do vetor \mathbf{L} , relacionado ao operador \mathbf{L}^2 .

Além disso, as relações de comutação acima determinam a *quantização* do momento angular, ou seja o fato de que apenas certos valores sejam permitidos para as componentes de \mathbf{L} . Mais precisamente, pode-se escrever a função de onda do sistema em termos das *autofunções* ou *autoestados* dos operadores \mathbf{L}^2 e L_z , i.e. um conjunto de funções (em comum para os dois operadores)

que não se alteram sob ação desses operadores, exceto pela multiplicação por um valor constante, ou *autovalor*. Os autovalores associados a \mathbf{L}^2 e L_z são indexados respectivamente pelas constantes l e m . Utilizando as relações de comutação e impondo que a função que descreve o estado do sistema não se altere por uma rotação de 360° , verifica-se que l e m podem assumir apenas valores inteiros. Em particular, l deve ser inteiro e pode ser tomado positivo. Para cada valor fixo de l , temos $2l + 1$ valores possíveis para as projeções m , dados pelos números inteiros entre $-l$ e l . Em resumo, o sistema será descrito pelos *números quânticos* l e m , associados respectivamente ao módulo do momento angular e à sua componente L_z , com valores

$$l = 0, 1, 2, \dots \quad \text{e} \quad m = -l, -l + 1, \dots, l - 1, l.$$

As regras acima podem ser aplicadas também à adição de momentos angulares, como para o momento angular total conservado de um sistema de partículas interagentes. Dessa forma, pode ser identificado um momento angular *intrínseco* (independente de \mathbf{L}) para as partículas elementares, o *spin* \mathbf{S} . Mais precisamente, observa-se a combinação de \mathbf{L} com o operador de spin \mathbf{S} , cujas componentes obedecem a relações de comutação análogas às do momento angular orbital vistas acima. Portanto, as propriedades resultantes dessas relações, como a quantização dos autovalores dos operadores \mathbf{S}^2 e S_z , serão as mesmas que para o operador \mathbf{L} . Note porém que nesse caso não há uma correspondência clássica, como havia para o vetor \mathbf{L} (dado por $\mathbf{r} \times \mathbf{p}$), e o número quântico s associado ao módulo de \mathbf{S} (o equivalente de l acima) poderá assumir valores semi-inteiros além de inteiros, o que determina algumas propriedades peculiares do spin. Por exemplo, o estado de uma partícula com número quântico de spin $1/2$, como o elétron, *não* permanece inalterado após uma rotação de 360° de suas coordenadas, mas será multiplicado por um fator global -1 . Tal fator não pode ser detetado diretamente, mas traz consequências dramáticas para a diferença de comportamento entre partículas com spin inteiro e semi-inteiro, como discutido na Seção 4.1.

Claramente, na discussão acima, não houve a *necessidade* de invocar a teoria de grupos. Por outro lado, vimos que as relações de comutação associadas ao momento angular no caso quântico são *exatamente* as relações entre os geradores das rotações infinitesimais, que determinam a álgebra para a representação do grupo $SO(3)$ por matrizes ortogonais 3×3 . De fato, como visto acima, o gerador de rotações infinitesimais ao redor do eixo z pode ser identificado com L_z e assim por diante. Assim, apenas pela análise de teoria de grupos poderíamos saber de antemão, por exemplo, os números quânticos permitidos para o momento angular \mathbf{L} de um sistema com simetria rotacional, e poderíamos as-

⁹Note que, utilizando a regra da cadeia e as expressões das coordenadas x e y em termos de ϕ , podemos escrever $\partial/\partial\phi = x\partial/\partial y - y\partial/\partial x$.

sociar os estados físicos desse sistema às representações do grupo das rotações. De fato, a linguagem de transformações de simetria é tão poderosa que a simples observação de que um problema com potencial central — i.e. no qual a força depende apenas da distância r da partícula até a origem, e não da posição dela — possui simetria esférica (i.e. simetria por rotação) permite a determinação da estrutura dos níveis quânticos de energia para o sistema. Uma ilustração disso para o átomo de hidrogênio é feita a seguir.

Notemos que os geradores da operação de simetria, L_x , L_y , L_z , comutam com a hamiltoniana H do sistema, um operador formado pelo termo cinético $\mathbf{p}^2/2m_e$ e pelo termo potencial de interação coulombiana entre o próton e o elétron. (Nossa descrição da evolução do sistema é feita para o movimento do elétron apenas, já que o próton é muito mais massivo e pode ser considerado em repouso.) Lembrando que as rotações serão obtidas a partir dos geradores do grupo¹⁰, temos que o operador associado a qualquer rotação comuta com a hamiltoniana do sistema. Ao mesmo tempo, a energia do sistema é obtida pela aplicação da hamiltoniana, já que o estado quântico é dado como combinação de autofunções de H , ou seja funções Ψ para as quais vale

$$H|\Psi\rangle = E|\Psi\rangle,$$

i.e. a ação do operador H sobre o autoestado Ψ (representado na notação usual de mecânica quântica por $|\Psi\rangle$) é multiplicar o estado por sua energia E .

Portanto, o estado quântico “rodado” do sistema terá a mesma energia que o estado original, o que implica que os estados quânticos do sistema serão dados por funções radiais (i.e. que dependem apenas de r) multiplicadas por funções angulares, representações irredutíveis do grupo $SO(3)$. Essas funções são indexadas pelos números quânticos l e m vistos acima. As autofunções do problema, obtidas da multiplicação das partes radial e angular, serão portanto $\Psi_{n,l,m}$, onde n é o número quântico associado à parte radial. Note que, em princípio, apenas estados com mesmo valor de l são *degenerados*, i.e. têm a mesma energia. No entanto, no caso do átomo de hidrogênio, estados de l diferente podem ter a mesma energia se tiverem o mesmo valor de n . Esta degenerescência adicional está relacionada ao operador excentricidade [32]. Uma descrição mais completa dos níveis de energia do átomo de hidrogênio deve incluir os efeitos relativos ao spin do elétron. Tais efeitos surgem levando-se em conta interações adicionais no sistema, e.g. a interação do spin do elétron com o campo magnético produzido pela “rotação” do próton vista no referencial do elétron, o chamado efeito spin-órbita.

¹⁰Mais precisamente, o operador rotação será obtido pela exponencial de combinações lineares dos geradores do grupo.

As propriedades associadas ao spin do elétron podem ser obtidas, de forma análoga ao procedimento acima, a partir das representações do grupo $SU(2)$. Em particular, temos dois autoestados para a componente S_z (análogo a L_z acima) do operador de spin 1/2, com autovalores $+\hbar/2$ e $-\hbar/2$. Tais estados correspondem a spin “para cima” e “para baixo” em relação ao eixo z e podem ser escritos como vetores unitários, respectivamente

$$\chi_+ = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad \chi_- = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Isto significa que o estado do sistema de spin 1/2 será uma “mistura” dos dois possíveis autoestados χ_+ e χ_- , i.e. uma soma dos dois vetores, com coeficientes c_{\pm} complexos: $c_+\chi_+ + c_-\chi_-$. Uma medida experimental do spin ao longo do eixo z dará $+\hbar/2$ ou $-\hbar/2$ com probabilidade dada em termos¹¹ dos coeficientes c_{\pm} . A operação de simetria por reflexão dos spins é gerada pelas chamadas matrizes de Pauli

$$\sigma_x = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_y = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix},$$

geradores do grupo $SU(2)$ de matrizes 2×2 complexas unitárias. As componentes do operador \mathbf{S} podem ser identificadas com as matrizes acima multiplicadas pelo fator $\hbar/2$. Em particular, a componente S_z , associada à reflexão em relação ao eixo z , é obtida de σ_z , cujos autovalores são 1 e -1 , associados aos autoestados χ_+ e χ_- introduzidos acima. Da mesma forma, as relações de comutação entre as componentes de \mathbf{S} seguem das relações para as matrizes σ . Como esperado, essas relações são as mesmas que para o momento angular \mathbf{L} , já que a álgebra do grupo $SU(2)$ é a mesma que a do grupo $SO(3)$. Como consequência, as representações de $SU(2)$ são também representações de $SO(3)$, mas com valores duplos no caso de spin semi-inteiro. [A cada elemento de $SO(3)$ serão associados dois objetos da representação de $SU(2)$, com sinais opostos.]

Vejamos agora como podem ser obtidas representações de ordens mais altas partir de combinações de objetos na representação fundamental, no caso do spin 1/2. O resultado da adição de dois momentos angulares de spin 1/2, por exemplo a combinação dos spins de dois elétrons, é um operador vetorial com as mesmas relações de comutação dos spins individuais, como pode ser visto escrevendo as somas para as componentes x , y , z . Os números quânticos associados ao novo operador são obtidos a partir dos valores permitidos para as componentes, e.g. a soma das componentes S_z para os dois spins pode assumir os valores -1 , 0 , 1 . Como tínhamos

¹¹Em geral considera-se uma combinação normalizada, i.e. com $|c_+|^2 + |c_-|^2 = 1$, de forma que as probabilidades de uma medida dar $+\hbar/2$ ou $-\hbar/2$ serão respectivamente $|c_+|^2$ e $|c_-|^2$.

quatro combinações possíveis dos autoestados χ_+ e χ_- de cada elétron, temos uma representação de dimensão quatro, que será agora indexada pelos autovalores do spin total, cujo autovalor s pode ser 0 ou 1, já que são esses os valores do “módulo” do spin que correspondem às projeções possíveis. Em particular, o caso $s = 0$ corresponde a uma única projeção possível, $m = 0$, e o caso $s = 1$ a três projeções, $-1, 0, 1$. Vemos portanto que os autoestados serão quatro, como esperado. Em outras palavras, a partir da combinação, ou *produto direto* de duas representações de dimensão dois, obtivemos uma representação de dimensão quatro, *soma direta* de representações irredutíveis de dimensão 1 (no caso $s = 0$) e 3 (caso $s = 1$), o que é geralmente representado simbolicamente como

$$2 \otimes 2 = 1 \oplus 3.$$

A representação resultante é associada ao operador obtido pela soma dos spins, e seus autoestados serão dados por combinações dos autoestados individuais χ_+ e χ_- para cada elétron. Por exemplo o estado com projeção S_z máxima (presente no caso $s = 1$) corresponde a ter os dois spins no autoestado χ_+ , e pode ser representado por $\chi_+(1) \otimes \chi_+(2)$. O caso de projeção -1 é análogo, e corresponde a $\chi_-(1) \otimes \chi_-(2)$. Já o caso de projeção 0, presente tanto para $s = 1$ quanto para $s = 0$, envolve combinações de $\chi_+(1) \otimes \chi_-(2)$ e $\chi_-(1) \otimes \chi_+(2)$, já que essas duas configurações possuem projeção S_z igual a zero. Mais precisamente, a combinação referente ao caso $s = 1$ é dada por

$$[\chi_+(1) \otimes \chi_-(2) + \chi_-(1) \otimes \chi_+(2)]/\sqrt{2},$$

enquanto que o caso $s = 0$ corresponde a

$$[\chi_+(1) \otimes \chi_-(2) - \chi_-(1) \otimes \chi_+(2)]/\sqrt{2}.$$

Podemos notar que os três autoestados relativos a $s = 1$ tem a propriedade de simetria por troca dos spins, i.e. trocando o estado da partícula “1” pelo da “2” nas expressões acima. O caso $s = 0$, por sua vez, é antissimétrico em relação a essa operação, ou seja fica multiplicado por um fator -1 . As três combinações referentes a $s = 1$ formam o chamado *triplete* e a referente a $s = 0$ é chamada de *singleto*.

Vimos portanto que a análise de teoria de grupos auxilia na compreensão de problemas de mecânica quântica, além de proporcionar uma metodologia para catalogar as representações de um dado grupo de simetria. O procedimento demonstrado acima para obtenção de representações do grupo $SU(2)$ pode ser estendido para produtos diretos de um número arbitrário de objetos, e as representações resultantes são características desse grupo. O conceito de spin como representação de $SU(2)$ foi generalizado para a descrição inicial de hádrons como

representações associadas à simetria de isospin, como descrito na Seção 3.2. Tal descrição era incompleta, mas serviu de inspiração para o esquema introduzido mais tarde por Ne’eman e Gell-Mann, que era baseado nas representações do grupo $SU(3)$, levando em conta tanto a simetria de isospin quanto a hipercarga.

Referências

- [1] Y. Ne’eman e Y. Kirsh, *The Particle Hunters* (Cambridge University Press, segunda ed., 1996).
- [2] S. Sternberg, *Yuval Ne’eman*, anais da “Albert Einstein’s Century International Conference” (realizada em Paris, França, 2005), AIP Conf. Proc. **861**, 247 (2006).
- [3] A. Watson, *Yuval Ne’eman Dies at 80*, obituário na revista “Science” (versão eletrônica) em 26 de abril de 2006, [link??](#).
- [4] A. T. Wolf, *Hydropolitics along the Jordan River* (United Nations University Press, 1995).
- [5] M. Hargittai e I. Hargittai, *Candid Science IV: Conversations With Famous Physicists* (Imperial College Press, Londres, 2004).
- [6] T. Ne’eman, *In Remembrance of Yuval Ne’eman (1925–2006)*, obituário na revista eletrônica “PhysicaPlus”, editada pela Sociedade Israelense de Física, No. 7, <http://physicaplus.org.il/zope/home/en/1124811264/>.
- [7] F. Forsyth, *O Dossê Odessa* (Editora Record, 1972).
- [8] G. Pape e T. Aspler, *The Scorpion Sanction* (Bantam books, 1981).
- [9] L. Joffe, *Yuval Ne’eman*, obituário no jornal britânico “The Guardian” em 15 de maio de 2006. [link??](#)
- [10] Y. Ne’eman, *Hadronic Octaves: Symphony in Treble Clef*, anais da “9th International Conference on Hadron Spectroscopy” (realizada em Protvino, Rússia, 2001), AIP Conf. Proc. **619**, 259 (2002).
- [11] Esse relato pode ser encontrado na página eletrônica <http://www.mth.kcl.ac.uk/~streater/SU3.html> de R. F. Streater (Professor Emérito do King’s College).
- [12] <http://home.web.cern.ch/topics/large-hadron-collider>.

- [13] Y. Ne'eman, *The Periodic Table and Genetic Code of the Hadrons*, anais da "XXIV Workshop on High Energy Physics and Field Theory" (realizada em Protvino, Rússia, 2001), editados por V. A. Petrov (Institute for High Energy Physics, 2001).
- [14] Y. Ne'eman, *Derivation of Strong Interactions from a Gauge Invariance*, Nucl. Phys. **26**, 222 (1961).
- [15] M. Gell-Mann e Y. Ne'eman, *The Eightfold Way: a Review with a Collection of Reprints* (W. A. Benjamin, 1964).
- [16] M. Gell-Mann, *The Eightfold Way: A Theory Of Strong Interaction Symmetry*, Caltech report CTSL-20 (1961).
- [17] R. Feynman, *The Character of Physical Law* (MIT Press, 1965).
- [18] C. Jordan, *Traité des substitutions et des équations algébriques* (Gauthier-Villars, Paris, 1870).
- [19] J. P. Elliot e P. G. Dawber, *Symmetry in Physics*, Volume 1 (Macmillan Education, 1979).
- [20] M. Riordan, *The Hunting of the Quark, a True Story of Modern Physics* (Simon & Schuster, 1987).
- [21] L. Bonolis, *From the Rise of the Group Concept to the Stormy Onset of Group Theory in the New Quantum Mechanics. A saga of the invariant characterization of physical objects, events and theories*, La Rivista del Nuovo Cimento **27**, No. 4-5, 1 (2004).
- [22] A. Borrelli, *The emergence of selection rules and their encounter with group theory, 1913-1927*, Studies In History and Philosophy of Science Part B: Studies In History and Philosophy of Modern Physics **40**, No. 4, 327 (2009).
- [23] A. Pais, *Inward Bound, of Matter and Forces in the Physical World* (Oxford University Press, 1986).
- [24] S. Sakata, *On A Composite Model For The New Particles*, Prog. Theor. Phys. **16**, 686 (1956).
- [25] M. Ikeda, S. Ogawa and Y. Ohnuki, *A Possible Symmetry in Sakata's Model for Bosons-Baryons System*, Progr. Theor. Phys. **22**, 715 (1959).
- [26] R. E. Behrends and A. Sirlin, *Weak-Coupling Currents and Symmetries of Strong Interactions*, Phys. Rev. **121**, 324 (1961).
- [27] E. Fermi e C. N. Yang, *Are Mesons Elementary Particles?*, Phys. Rev. **121**, 324 (1961).
- [28] L. B. Okun, *The impact of the Sakata model*, Prog. Theor. Phys. Suppl. **167**, 163 (2007).
- [29] R. Gilmore, *Lie groups, physics, and geometry: an introduction for physicists, engineers and chemists* (Cambridge University Press, 2008).
- [30] W. K. Tung, *Group Theory in Physics* (World Scientific, 1985).
- [31] H. Georgi, *Lie Algebras In Particle Physics: from Isospin To Unified Theories* (Westview Press, segunda edição, 1999).
- [32] W. Greiner, B. Müller, *Quantum Mechanics: Symmetries*, (Springer, segunda edição, 2004)
- [33] José M. F. Bassalo e Mauro S. D. Cattani, *Teoria de Grupos* (Livraria da Física, segunda edição, 2008).
- [34] H. J. Lipkin, *From Sakata Model to Goldberg-Ne'eman Quarks and Nambu QCD Phenomenology and "Right" and "Wrong" Experiments*, Progr. Theor. Phys. Suppl. **167**, 155 (2007).
- [35] R. Speiser e J. Tarski, *Possible schemes for global symmetry*, J. Math. Phys. **4**, 588 (1963).
- [36] Kim Williams, *Two Cultures: Essays in Honour of David Speiser* (Springer, 2006).
- [37] D. Joyner, *Adventures in group theory: Rubik's cube, Merlin's machine, and other mathematical toys* (Johns Hopkins University Press, 2002).
- [38] K. W. McVoy, *Symmetry Groups in Physics*, Rev. Mod. Phys. **37**, 84 (1965).
- [39] Harald Fritzsche, *Murray Gell-Mann — A Scientific Biography*, Int. J. Mod. Phys. A **25** 3879 (2010).
- [40] M. J. Duff, *A Layman's Guide to M-Theory*, anais do "Abdus Salam Memorial Meeting" (realizado em Trieste, Itália, 1997), em *The Mathematical Sciences after the Year 2000* (World Scientific, 2000).
- [41] C. Oldoni da Silva e P. L. Natti, *Modelo de Quarks e Sistemas Multiquarks*, Rev. Bras. Ens. Fis. **29**, 175 (2007).
- [42] M. A. Moreira, *A Física dos Quarks e a Epistemologia*, Rev. Bras. Ens. Fis. **29**, 161 (2007).
- [43] J.M.F. Bassalo, *Os Primeiros Quarks*, Revista de Ensino de Física **3**(4), 13 (1981).
- [44] D.J. Griffiths, *Introduction to Elementary Particles* (Wiley, segunda edição, 2008).

- [45] F. Halzen e A.D. Martin, *Quarks & Leptons: An Introductory Course in Modern Particle Physics* (Wiley, 1984).
- [46] R. Gilmore *O Mágico dos Quarks - A Física de Partículas ao Alcance de Todos* (Jorge Zahar Editor, 2002).
- [47] Andrew Pickering, *Constructing quarks: a sociological history of particle physics* (University of Chicago Press, 1984).
- [48] F. Caruso, V. Oguri e A. Santoro (editores), *Partículas Elementares: 100 anos de descobertas* (Editora da Universidade Federal do Amazonas, 2005).
- [49] H. Yukawa, *On the Interaction of Elementary Particles*, Proc. Phys. Math. Soc. Japan **17**, 48 (1935).
- [50] C. M. G. Lattes, H. Muirhead, G.P.S. Occhialini e C.F. Powell, *Processes Involving Charged Mesons*, Nature **159**, 694 (1947).
- [51] H. Goldberg e Y. Ne'eman, *Baryon Charge and R-Inversion in the Octet Model*, Nuovo Cim. **27**, 1 (1963).
- [52] M. Gell-Mann, *A Schematic Model Of Baryons And Mesons*, Phys. Lett. **8**, 214 (1964).
- [53] S. L. Glashow and J. J. Sakurai, *The 27-fold way and other ways: symmetries of mesons-baryon resonances*, Nuovo Cim. **25**, 337 (1962); *On the tenfold way*, ibid. **26**, 622 (1962).
- [54] G. Zweig, *An SU(3) Model for Strong Interaction Symmetry and its Breaking*, CERN-TH-401 (1964).
- [55] V. E. Barnes *et al.*, *Observation of a Hyperon with Strangeness -3*, Phys. Rev. Lett. **12**, 204 (1964).
- [56] E. Segrè, *From X-Rays To Quarks, Modern Physicists and Their Discoveries* (W.H. Freeman and Co., 1980).
- [57] W.-M. *et al.*, *The Review of Particle Physics*, Journal of Physics **G 33**, 1 (2006). **atualizar!!**
- [58] M. Y. Han e Y. Nambu, *Three-Triplet Model with Double SU(3) Symmetry*, Phys. Rev. **139B**, 1006 (1965).
- [59] O. W. Greenberg, *Spin And Unitary Spin Independence In A Paraquark Model Of Baryons And Mesons*, Phys. Rev. Lett. **13**, 598 (1964).
- [60] O. W. Greenberg e D. Zwanziger, *Saturation in Triplet Models of Hadrons*, Phys. Rev. **150**, 1177 (1966).
- [61] K. Moriyasu, *An elementary primer for gauge theory* (World Scientific, 1983).
- [62] M. Kaku, *Quantum Field Theory, a modern introduction* (Oxford Univ. Press, 1993).
- [63] Ver, por exemplo, o site http://nobelprize.org/nobel_prizes/physics/laureates/2004/index.html.
- [64] Y. Ne'eman, *The Elvis Presley of Science*, no jornal diário israelense Haaretz em 8 de outubro de 1999.
- [65] <http://cerncourier.com/cws/article/cern/29667/6>.
- [66] ??? non citato ??? A. Kantorovich e Y. Ne'eman, *Serendipity as a Source of Evolutionary Progress in Science*, Studies in History and Philosophy of Science **20**, 505 (1989).