

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
INSTITUTO DE FÍSICA DE SÃO CARLOS
LABORATÓRIO AVANÇADO DE FÍSICA

FLUTUAÇÃO ESTÁTICA NA DESINTEGRAÇÃO RADIOATIVA

1. INTRODUÇÃO

O decaimento radiativo é um processo aleatório. Conseqüentemente, qualquer medida que esteja baseada na observação de radiação emitida numa desintegração nuclear está sujeita, em algum grau, a flutuações estatísticas. Esta prática trata da análise estatística necessária para processar os resultados de experiências de contagem nuclear assim como dos testes de avaliação da aleatoriedade do sistema de medidas.

Na primeira experiência proposta são calculados os parâmetros que caracterizam uma coleção de N medidas independentes de uma mesma grandeza. Estes parâmetros que são a média (\bar{n}) e os desvios médio (d) e padrão (σ), constituem o valor mais provável da grandeza e o nível de confiança associável a ela respectivamente.

A segunda experiência trata do problema freqüentemente enfrentado pelos pesquisadores que diz respeito ao tamanho que deve ter uma amostra (número de eventos), ou o tempo de contagem, a fim de evitar que uma medida seja realizada com precisão inadequada. Esta questão pode ser resolvida de modo relativamente simples quando se tem a noção do valor do desvio padrão (σ) da variável quantitativa que está sendo estudada.

Finalmente, a terceira experiência trata do teste do χ -quadrado, utilizado para determinar se as flutuações observadas em nossas medidas são consistentes com as flutuações esperadas, as quais tem origem somente estatístico. Teremos a oportunidade de verificar que o χ -quadrado é um número com o auxílio do qual se pode testar a hipótese de que os desvios entre as frequências submetidas à comparação podem ser consideradas como casuais, contra a de que tais desvios sejam significativos. Com base nos dados obtidos traçaremos um histograma representativo e construiremos a curva normal sobreposta a ele.

2. EXPERIÊNCIA 1: CARACTERIZAÇÃO DOS DADOS

Tomando-se uma amostra radioativa e repetindo-se várias vezes sua contagem, supondo-se que o tempo entre uma contagem e outra seja desprezível, frente à meia vida, não se obtém sempre o mesmo valor. Isso se deve ao fato da emissão de radiação, bem como da sua detecção não ser constante, seguir uma distribuição estatística.

1) Coloque a fonte dentro do castelo de Pb, perto do detector, e conte pelo menos 50 vezes sucessivamente, em períodos de um minuto ou próximo desse tempo conforme permita o contador digital Leybold 57548.

2) As observações devem ser realizadas uma após a outra, sem interrupções longas e não devem ser mudadas as condições da experiência.

3) Calcule os seguintes parâmetros:

a) - contagem média $\bar{n} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N n_i$

onde n_i são os valores das contagens e N o número de observações.

b) - desvios da contagem média: $\delta_i = |n_i - \bar{n}|$

c) - quadrados dos desvios: δ_i^2

d) - soma dos desvios: $\sum \delta_i$

e) - desvio padrão: $\sigma = \sqrt{\frac{\sum \delta_i^2}{N-1}} \approx \sqrt{\bar{n}}$

f) - desvio médio: $d = \frac{\sum \delta_i}{\sqrt{N(N-1)}}$

3. EXPERIÊNCIA 2: DISTRIBUIÇÃO DO TEMPO DE CONTAGEM ENTRE A AMOSTRA E A RADIAÇÃO DE FUNDO - DETERMINAÇÃO DO TEMPO DE CONTAGEM E/OU NÚMERO DE EVENTOS.

3.1. Introdução

Dada uma certa amostra, o **ritmo de contagem** é definido como a razão entre o número acumulado num certo tempo e esse tempo $r = \frac{n}{t}$.

Então, tomando-se uma amostra de 100 cpm e contando-se durante um minuto, o seu erro estatístico será $\sqrt{100} = 10$; logo o erro porcentual será 10%. Tomando-se agora outra amostra de 10000 cpm e contando-se durante um minuto, seu erro estatístico será $\sqrt{10000} = 100$, logo o erro porcentual será 1%. Assim o erro da medida é dependente da atividade da amostra.

Na prática, ao ser realizada uma dada experiência, não se pode em geral dispor de amostras com atividade conveniente para um certo valor do erro. Para contornar isso, deve-se então aumentar o tempo de contagem de modo a obter-se, com qualquer atividade, o erro que for desejado.

3.2. Cálculo do erro padrão quando se faz a contagem durante um certo tempo

O ritmo de contagens é então dado por:

$$r = \frac{n}{t} \quad (3)$$

Pela teoria dos erros calcula-se:

$$\sigma_r^2 = \left(\frac{\delta r}{\delta t} \right)^2 \sigma_t^2 + \left(\frac{\delta r}{\delta n} \right)^2 \sigma_n^2 \quad (4)$$

Desprezando o erro no tempo e lembrando que $\sigma_n = \sqrt{n}$ obtem-se:

$$\sigma_r^2 = \left(\frac{n}{t^2} \right) \quad \therefore \quad \sigma_r = \frac{\sqrt{n}}{t} \quad (5)$$

Assim o erro no ritmo de contagens será:

$$r \pm \sigma_r \quad \text{ou} \quad r \pm \frac{\sqrt{n}}{t} \quad \text{ou} \quad r \pm \sqrt{\frac{r}{t}} \quad (6)$$

Assim, se for contada a amostra de 100 contagens durante 100 minutos, tem-se:

$$r \pm \sqrt{\frac{100}{100}} = r \pm 1 \quad \therefore \quad \varepsilon = \frac{1}{100} = 1\% \quad (7)$$

O erro porcentual é dado por:

$$\varepsilon = \frac{\sigma_r}{r} = \frac{\sqrt{\frac{r}{t}}}{r} = \frac{1}{\sqrt{rt}} = \frac{1}{\sqrt{n}} \quad (8)$$

Na prática isto só é válido quando a radiação de fundo é desprezível, caso contrário, deve ser levada em consideração.

Chamando:

r_A - ritmo de contagem da amostra

r_T - ritmo de contagem da amostra mais radiação de fundo

r_B - ritmo de contagem da radiação de fundo tem-se:

$$r_A = r_T - r_B$$

Quando se faz a diferença, os erros estatísticos se somam:

$$\sigma_{rA}^2 = \sigma_{rT}^2 + \sigma_{rB}^2 \quad (9)$$

$$r_T = \frac{n_T}{t_T} \quad \sigma_{rT} = \frac{\sqrt{n_T}}{t_T} \quad (10)$$

$$r_B = \frac{n_B}{t_B} \quad \sigma_{rB} = \frac{\sqrt{n_B}}{t_B} \quad (11)$$

$$\sigma_{rA} = \sqrt{\frac{n_T}{t_T^2} + \frac{n_B}{t_B^2}} = \sqrt{\frac{r_T}{t_T} + \frac{r_B}{t_B}} \quad (12)$$

3.3. Distribuição do tempo entre contagem da amostra e da radiação do fundo para obter um erro mínimo

Seja T_T o tempo total para a contagem da amostra e da radiação de fundo: $T_T = t_T + t_B$.

A primeira ideia é contar menos tempo a amostra que possui contagem mais alta e mais tempo a radiação de fundo que obviamente será menor. Entretanto, isso é completamente falso.

Temos:

$$\sigma_{rA}^2 = \frac{r_T}{t_T} + \frac{r_B}{t_B} \quad (13)$$

mas

$$T_T = t_T + t_B \quad (14)$$

diferenciando teremos

$$dT_T = dt_T + dt_B = 0, \quad (15)$$

porque T_T é um tempo disponível fixo que temos para efetuar as medidas, então

$$dt_T = - dt_B \quad (16)$$

Como deseja-se cometer o mínimo erro possível, compatível com o tempo T disponível, diferencia-se a equação (1) para impor a condição de mínimo:

$$2\sigma_{rA} d\sigma_{rA} = -\frac{r_T dt_T}{t_T^2} - \frac{r_B dt_B}{t_B^2} = 0 \quad (17)$$

e segue

$$\frac{r_T}{r_B} = \frac{t_T^2}{t_B^2} \quad (18)$$

$$\frac{t_T}{t_B} = \sqrt{\frac{r_T}{r_B}} \quad (19)$$

3.4. Procedimento experimental

1 - Faça uma contagem de um minuto apenas para ter a ordem de grandeza da fonte e da radiação de fundo.

2 - Faça uma medida da fonte dada com precisão da ordem de 1%. Apresente os cálculos feitos.

3 - Suponha dispor de quinze minutos para fazer uma contagem da amostra e da radiação de fundo. Calcule a melhor distribuição do tempo.

4 - Faça a medida e verifique qual o erro porcentual cometido.

4. EXPERIÊNCIA 3: *TESTE DO χ QUADRADO*

4.1. Verificação do funcionamento de um sistema de contagens

Colocando-se num sistema de contagens uma amostra radioativa de vida longa comparada ao tempo de observação e repetindo-se sucessivamente a contagem num mesmo intervalo de tempo, sendo as contagens baixas, teremos os resultados distribuídos teoricamente como a distribuição de Poisson ou de Gauss.

Se o sistema está funcionando satisfatoriamente, verifica-se que esta previsão teórica é verdadeira. Por outro lado, se os resultados não se ajustam a uma distribuição normal, isto indica que há defeitos no sistema de detecção: ou no detector ou no equipamento eletrônico.

Consequentemente, deve realizar-se periodicamente, o chamado teste de funcionamento adequado do sistema de contagens.

Quando um equipamento de contagem é suspeito de registrar espúrias, provenientes de fatores que não dizem respeito à radiação nuclear, pode-se fazer ensaios comparando os desvios nos resultados de medidas sucessivas.

Uma técnica muito útil é a do chamado **teste do χ quadrado**, que permite avaliar a probabilidade de um certo conjunto de contagens ser uma distribuição gaussiana.

χ^2 é uma quantidade definida como:

$$\chi^2 = \frac{\sum_{i=1}^N (\bar{n} - n_i)^2}{\bar{n}} \quad (20)$$

onde N é o número de determinações feitas, n_i o valor da i ésima contagem e \bar{n} o valor médio das contagens.

Obtido este valor de χ^2 , recorre-se a tabelas de distribuição de χ^2 , nas quais se encontra a **probabilidade P** de obter certos valores de χ^2 para certos valores de N. Quanto menor for o valor de P, menor será a probabilidade das discrepâncias entre as contagens observadas terem ocorrido por acaso. Um valor de P muito pequeno leva então a suspeitar da existência de algum defeito no sistema de contagem. Do mesmo modo, um valor muito alto de P indica um acordo muito perfeito, o que também leva a suspeitar de algum vício sistemático no sistema de contagem. Na prática, aceita-se em geral, P entre 5 e 95%.

Agora que já sabemos calcular o valor de χ^2 , suponhamos que fizéssemos uma infinidade de experiências. E evidente que, após cada uma dessas séries, poderíamos calcular um χ^2 , obtendo assim uma infinidade desses valores. Se com tal infinidade de valores fizéssemos um gráfico, colocando em ordenada as porcentagens acumuladas com que eles foram encontrados, obteríamos uma distribuição de valores de $\chi^2 > e a$ área delimitada por esta curva, dentro de determinados limites, estará associada à probabilidade de ocorrência de um determinado valor de χ^2 .

Esta é a informação básica encontrada nas tabelas em anexo da distribuição de χ^2 . Estas ordenam as probabilidades de ocorrência (valores da integral da distribuição) entre 0.9995 e 0.0005 (99.95 - 0.05 %), e os valores de χ^2 para os vários graus de liberdade do sistema (entre 1 e 200). O número de graus de liberdade de uma estatística, representado por ν , é definido como o número de observações independentes da amostra (isto é, seu tamanho) menos o número de informações que são necessários ao cálculo dos valores esperados teoricamente.

Assim, por exemplo, numa experiência com uma moeda, fazendo lances de cara ou coroa, temos $2 - 1 = 1$ grau de liberdade, pois existem duas classes de resultados e precisamos de uma única informação da amostra para calcular os valores esperados em cada uma delas. Num dado de 6 faces teremos $\nu = 6 - 1 = 5$.

Suponhamos por exemplo que queremos pôr a prova a hipótese de que os dados de uma amostragem se apresentam segundo uma distribuição de Gauss, contra a hipótese alternativa de que isso não é verdadeiro. Se após o cálculo, realizado como descrito no exemplo 1 era anexo, obtemos $\chi^2 = 3.29$, então, procurando na tabela de distribuição de χ^2 o valor 3.29 na fileira correspondente a 7 graus de liberdade, verificamos que a probabilidade está entre $0.8 < P < 0.9$. Isto significa que aceitamos que em 80 % dos experimentos similares esperamos valores de χ^2 superiores ou iguais a 3.29. Podemos concluir pela aceitação da hipótese de que nossos dados têm uma distribuição de Gauss, visto que o χ^2 obtido indica que a diferença entre a distribuição observada e a esperada (Gaussiana) não é significativa.

Nas tabelas de distribuição de χ^2 em anexo podem ser encontrados os valores de P calculados

através da integral entre χ^2 e ∞ (\int_d), e entre zero e χ^2 (\int_g).

4.2. Procedimento experimental

1 - Coloque a fonte no fundo do castelo e faça 100 contagens de um minuto. As observações devem ser realizadas uma após a outra sem interrupções longas e não devem ser alteradas as condições experimentais.

2 - Desenhe um histograma do número de eventos vs frequência, separando os dados em intervalos de 5 (ou 10 ou 20) unidades.

3 - Calcule o valor de χ^2 e procure na tabela o valor da probabilidade P correspondente a este número de observações.

5. Análise e questionário

5.1. Em relação a montagem experimental

a - Exemplifique o funcionamento de um detetor de radiação Geiger-Muller.

b - Exemplifique o processo de desintegração radiativa da fonte de Césio - 137.

c - Determine a atividade de 1 grama de ^{137}Cs (em curies, Ci) se a sua semi-vida para a desintegração beta é de 27 anos. (1 Ci = 3.7×10^{10} desc/s).

(dica: Veja a referência 4.)

5.2. Experiência 1:

a - Verifique e justifique:

- a raiz quadrada da média $\sqrt{\bar{n}}$ é igual ao desvio padrão.

- a razão entre o desvio médio e o desvio padrão é da ordem de 4/5.

b - Enumere as vezes em que o desvio é maior do que o dobro do desvio padrão: deve ocorrer em 4.6 % dos casos.

c - Enumere as observações nas quais o desvio é maior do que o desvio padrão: isto deve ocorrer em cerca de 31.7 % dos casos.

5.3. Experiência 2:

Com os resultados da contagem de 15 minutos para a amostra e a radiação de fundo, calcule o erro porcentual cometido quando desprezamos a radiação de fundo ($\varepsilon = \frac{1}{\sqrt{n}}$) ou quando a

consideramos $\varepsilon_A = \frac{\sigma_{rA}}{r_A}$. Discuta seus resultados.

5.4. Experiência 3

a - A partir do valor de P encontrado indique se o sistema merece confiança ou não.

b - Trace a curva normal sobreposta ao histograma dos valores observados. Um procedimento sugerido para a obtenção dos dados necessários se encontra no exemplo 1 em anexo.

c - Um teste alternativo é constituído pelo chamado "Teste da hipótese da distribuição*". Quando se quer pôr a prova a hipótese de que os dados se apresentam segundo uma distribuição dada, deve-se calcular:

$$\chi^2 = \sum \frac{(O - e)^2}{e} \quad (21)$$

onde O é o valor observado experimentalmente e e é valor teórico esperado segundo a distribuição. A probabilidade extraída da tabela de distribuição do χ^2 vai permitir concluir, ou não, pela aceitação da hipótese enunciada acima, visto que o χ^2 indicará se a diferença entre a distribuição observada e a esperada é ou não significativa. (Veja o exemplo 1 em anexo e a ref. 2).

d - Calcule o segundo e o terceiro momento (centrados na média) da distribuição observada e investigue a sua simetria. Para isto se pode utilizar as expressões seguintes:

$$m_2 = \left(\frac{\sum fx^2}{n} - \frac{(\sum fx)^2}{n^2} \right) i^2 \quad (22)$$

$$m_3 = \left(\frac{\sum fx^3}{n} - \frac{3\sum fx \sum fx^2}{n^2} + \frac{2(\sum fx)^3}{n^3} \right) i^3 \quad (23)$$

$$g_1 = \frac{m_3}{m_2^{3/2}} \quad (24)$$

onde os dados estão agrupados em classes (codificadas) x , de frequência absoluta f , e com intervalo de classe i (veja exemplo 1), n é o tamanho da amostragem. O coeficiente de Fisher, g_1 , é igual a zero quando a distribuição é simétrica. Ele indicará assimetria positiva quando for positivo ($g_1 > 0$)

e, ao contrário, um alargamento da cauda da distribuição à esquerda da média quando for negativo ($g_1 < 0$).

Bibliografia

- 1) Helene, Otaviano Augusto Marcondes, Tratamento estatístico de Dados em Física Experimental (USP/SIBI-IFSC 511.43 H474t), ed. E. Blucher Ltda, 1981.
- 2) A. Beiser, Conceitos de Física Moderna (caps. 13 e 15), (USP/SIBI-IFSC 539, B423).
- 3) Meyer, Paul L, Probabilidade, aplicações à estatística (USP/SIBI-IFSC 519.2, M613).

EXEMPLO 1

Numa experiência (imaginária) de desintegração radioativa realizamos 30 contagens de 5 segundos cada. Os resultados e sua análise estatística estão resumidos na tabela a seguir, onde a frequência f é o número de vezes que medimos uma certa contagem definida num intervalo (por exemplo, entre 45 e 49 na primeira contagem).

Na última coluna, O é o valor observado (f) e e é o valor esperado teoricamente (Gaussiana $y(x)$).

contagem	código	freq.				$x-x$	$y(x)$	$\frac{(O-e)^2}{e}$
	x	f	fx	fx^2	fx^3			
47	- 4	2	- 8	32	- 128	-3.9	1.05	0.86
52	- 3	4	- 12	36	- 108	-2.9	2.23	1.40
57	- 2	4	- 8	16	-32	-1.9	3.78	0.01
62	- 1	6	- 6	6	- 6	- 0.9	5.15	0.14
67	0	5	0	0	0	0.1	5.61	0.07
72	1	3	3	3	3	1.1	4.91	0.74
77	2	3	6	12	24	2.1	3.44	0.06
82	3	2	6	18	54	3.1	1.94	0.00
87	4	1	4	16	64	4.1	0.89	0.01
total:		30	- 15	139	- 129			3.29

$$\bar{x} = \frac{\sum fx}{n} = 67 + \frac{-15}{30} = 66.50 \quad (\text{codificado como } 0.1) \quad (25)$$

$$s = \sqrt{\frac{\sum fx^2 - \frac{(\sum fx)^2}{n}}{n-1}} = 2.13 \quad (26)$$

$$y = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \frac{n}{s} \left(-\frac{1}{2} \left(\frac{x-\bar{x}}{s} \right)^2 \right) \quad (27)$$

$\chi^2 = 3.29(0.8 < P < 0.9)$ indica que a diferença entre a distribuição observada e a esperada não

é significativa.

$$m_2 = \left(\frac{139}{30} - \frac{(15)^2}{(30)^2} \right) 5^2 = 109.5 \quad (28)$$

$$m_3 = \left(-\frac{129}{30} - \frac{3(-15)139}{30^2} + \frac{2(-15)^3}{30^3} \right) 5^3 = 300 \quad (29)$$

$$g_1 = \frac{300}{\sqrt{(109.5)^3}} = 0.26 \quad (30)$$

g_1 não difere significativamente de zero, ou seja, a distribuição é simétrica.

ESPECIFICAÇÕES GERAIS

a) Tubo GM Leybold 55901

partículas detectáveis: α , β , γ

tensão de funcionamento: 450 V

largura do patamar: 200 V

vida: $> 10^{10}$ pulsos

ruído no patamar: $\sim 0,2$ pulsos/s com blindagem de 50 m de Pb e 30 mm de Al

janela: mica $\phi 9$ mm, espessura $2,5 \text{ mg/cm}^2$

gás: halógeno

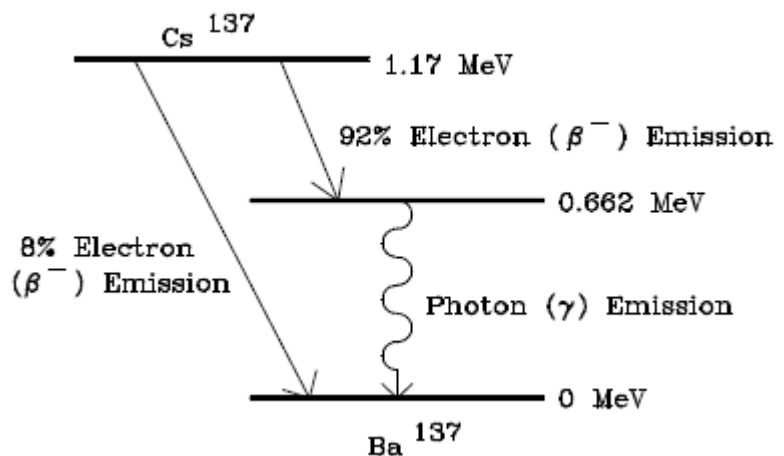
b) Tubo GM Phywe, tipo A com conector BNC

Características similares ao da Leybold, ver [Tubo GM tipo A com entrada BNC 0902511](#) no site.

c) Fonte Cs¹³⁷

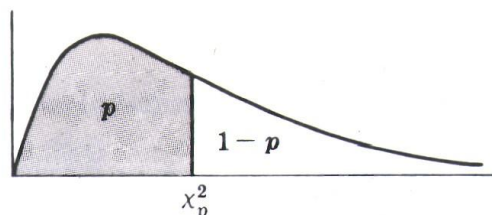
atividade: $\sim \mu \text{ Ci}$

- Vida média de decaimento ~ 30 anos
- Converte em Ba¹³⁷
- Emissão de raios β de $0,52 \text{ MeV}$ para o estado excitado do Ba¹³⁷
- Emissão de raios γ de $0,662 \text{ MeV}$ para o estado fundamental do Ba¹³⁷



APÊNDICE E

Valores dos Percentis (χ_p^2)
para a Distribuição Qui-Quadrado
com ν graus de liberdade



ν	$\chi_{.005}^2$	$\chi_{.01}^2$	$\chi_{.025}^2$	$\chi_{.05}^2$	$\chi_{.10}^2$	$\chi_{.25}^2$	$\chi_{.50}^2$	$\chi_{.75}^2$	$\chi_{.90}^2$	$\chi_{.95}^2$	$\chi_{.975}^2$	$\chi_{.99}^2$	$\chi_{.995}^2$	$\chi_{.999}^2$
1	,0000	,0002	,0010	,0039	,0158	,102	,455	1,32	2,71	3,84	5,02	6,63	7,88	10,8
2	,0100	,0201	,0506	,103	,211	,575	1,39	2,77	4,61	5,99	7,38	9,21	10,6	13,8
3	,0717	,115	,216	,352	,584	1,21	2,37	4,11	6,25	7,81	9,35	11,3	12,8	16,3
4	,207	,297	,484	,711	1,06	1,92	3,36	5,39	7,78	9,49	11,1	13,3	14,9	18,5
5	,412	,554	,831	1,15	1,61	2,67	4,35	6,63	9,24	11,1	12,8	15,1	16,7	20,5
6	,676	,872	1,24	1,64	2,20	3,45	5,35	7,84	10,6	12,6	14,4	16,8	18,5	22,5
7	,989	1,24	1,69	2,17	2,83	4,25	6,35	9,04	12,0	14,1	16,0	18,5	20,3	24,3
8	1,34	1,65	2,18	2,73	3,49	5,07	7,34	10,2	13,4	15,5	17,5	20,1	22,0	26,1
9	1,73	2,09	2,70	3,33	4,17	5,90	8,34	11,4	14,7	16,9	19,0	21,7	23,6	27,9
10	2,16	2,56	3,25	3,94	4,87	6,74	9,34	12,5	16,0	18,3	20,5	23,2	25,2	29,6
11	2,60	3,05	3,82	4,57	5,58	7,58	10,3	13,7	17,3	19,7	21,9	24,7	26,8	31,3
12	3,07	3,57	4,40	5,23	6,30	8,44	11,3	14,8	18,5	21,0	23,3	26,2	28,3	32,9
13	3,57	4,11	5,01	5,89	7,04	9,30	12,3	16,0	19,8	22,4	24,7	27,7	29,8	34,5
14	4,07	4,66	5,63	6,57	7,79	10,2	13,3	17,1	21,1	23,7	26,1	29,1	31,3	36,1
15	4,60	5,23	6,26	7,26	8,55	11,0	14,3	18,2	22,3	25,0	27,5	30,6	32,8	37,7
16	5,14	5,81	6,91	7,96	9,31	11,9	15,3	19,4	23,5	26,3	28,8	32,0	34,3	39,3
17	5,70	6,41	7,56	8,67	10,1	12,8	16,3	20,5	24,8	27,6	30,2	33,4	35,7	40,8
18	6,26	7,01	8,23	9,39	10,9	13,7	17,3	21,6	26,0	28,9	31,5	34,8	37,2	42,3
19	6,84	7,63	8,91	10,1	11,7	14,6	18,3	22,7	27,2	30,1	32,9	36,2	38,6	43,8
20	7,43	8,26	9,59	10,9	12,4	15,5	19,3	23,8	28,4	31,4	34,2	37,6	40,0	45,3
21	8,03	8,90	10,3	11,6	13,2	16,3	20,3	24,9	29,6	32,7	35,5	38,9	41,4	46,8
22	8,64	9,54	11,0	12,3	14,0	17,2	21,3	26,0	30,8	33,9	36,8	40,3	42,8	48,3
23	9,26	10,2	11,7	13,1	14,8	18,1	22,3	27,1	32,0	35,2	38,1	41,6	44,2	49,7
24	9,89	10,9	12,4	13,8	15,7	19,0	23,3	28,2	33,2	36,4	39,4	43,0	45,6	51,2
25	10,5	11,5	13,1	14,6	16,5	19,9	24,3	29,3	34,4	37,7	40,6	44,3	46,9	52,6
26	11,2	12,2	13,8	15,4	17,3	20,8	25,3	30,4	35,6	38,9	41,9	45,6	48,3	54,1
27	11,8	12,9	14,6	16,2	18,1	21,7	26,3	31,5	36,7	40,1	43,2	47,0	49,6	55,5
28	12,5	13,6	15,3	16,9	18,9	22,7	27,3	32,6	37,9	41,3	44,5	48,3	51,0	56,9
29	13,1	14,3	16,0	17,7	19,8	23,6	28,3	33,7	39,1	42,6	45,7	49,6	52,3	58,3
30	13,8	15,0	16,8	18,5	20,6	24,5	29,3	34,8	40,3	43,8	47,0	50,9	53,7	59,7
40	20,7	22,2	24,4	26,5	29,1	33,7	39,3	45,6	51,8	55,8	59,3	63,7	66,8	73,4
50	28,0	29,7	32,4	34,8	37,7	42,9	49,3	56,3	63,2	67,5	71,4	76,2	79,5	86,7
60	35,5	37,5	40,5	43,2	46,5	52,3	59,3	67,0	74,4	79,1	83,3	88,4	92,0	99,6
70	43,3	45,4	48,8	51,7	55,3	61,7	69,3	77,6	85,5	90,5	95,0	100	104	112
80	51,2	53,5	57,2	60,4	64,3	71,1	79,3	88,1	96,6	102	107	112	116	125
90	59,2	61,8	65,6	69,1	73,3	80,6	89,3	98,6	108	113	118	124	128	137
100	67,3	70,1	74,2	77,9	82,4	90,1	99,3	109	118	124	130	136	140	149

FONTE: PEARSON E.S. e HARTLEY H.O. *Biometrika Tables for Statisticians*,
Vol. 1 (1966), Tábua 8, págs. 137 e 138. Com permissão.