

Condutividade Elétrica e Efeito Hall em Semicondutores – em função da temperatura

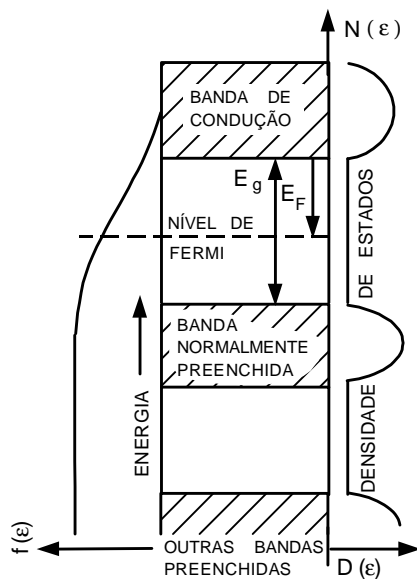
Introdução

Do ponto de vista prático, um semicondutor é um material cuja resistividade elétrica, à temperatura ambiente, possui um valor dentro da faixa de $10^{-2} - 10^9 \Omega\text{-cm}$. As propriedades de um semicondutor são definidas pelo comportamento dos portadores de carga: elétrons (portadores de carga negativa) e buracos (portadores de carga positiva). Se o semicondutor é um cristal puro, o número de elétrons n é igual ao número de buracos p , pois para cada elétron que passa para a banda de condução, é criado um buraco na banda de valência. Estes são denominados de portadores de carga intrínsecos.

Para uso prático de um semicondutor, este é impurificado de tal forma que seja capaz de doar elétrons para a banda de condução (fazendo com que seja um cristal tipo n) ou de aceitar elétrons da banda de valência, criando buracos (fazendo com que seja um cristal tipo p). As impurezas que produzem este efeito são denominadas de portadores carga extrínsecos; em tais cristais a concentração de portadores é diferente ($n \neq p$).

A estrutura de bandas de energia de um semicondutor sem impurezas seria aquela mostrada na figura 1, onde do lado esquerdo temos a distribuição de Fermi $f(\epsilon)$ para um gás de elétrons livres e do lado direito temos a densidade de estados $D(\epsilon)$.

A posição do nível de Fermi é medida a partir da banda de condução e definida por



$$E_F = -\frac{E_g}{2} + kT \ln \left(\frac{m_h^*}{m_e^*} \right)^{\frac{3}{4}} \quad (1)$$

Como o nível de Fermi fica debaixo da banda de condução, E_F é um valor negativo, E_g é a energia da banda proibida e m_h^* e m_e^* são as massas efetivas dos buracos e elétrons respectivamente, k a constante de Boltzmann e T a temperatura absoluta. Sejam ϵ_C e ϵ_F a posição da banda de condução e do nível de Fermi, respectivamente, acima da energia de ponto zero, então:

$$e_F = e_C + E_F \quad (2)$$

Fig. 1 - Estrutura de bandas de energia num semicondutor sem impurezas.

Para encontrar o número de elétrons na banda de condução (ou de buracos na banda de valência) basta integrar a densidade de estados vezes a distribuição sobre o intervalo de energia entre $\epsilon = \epsilon_C$ até ∞ .

$$\int_{\epsilon_C}^{\infty} N(\epsilon) d\epsilon = \frac{8\mathbf{p}}{h^3} \int_{\epsilon_C}^{\infty} \sqrt{2m^* \epsilon} \left\{ \exp\left(\frac{\epsilon_F - \epsilon}{kT}\right) + 1 \right\}^{-1} d\epsilon \quad (3)$$

porém quando o expoente

$$-(\epsilon_F - \epsilon) \simeq \frac{E_g}{2} + E \gg kT \quad (4)$$

a distribuição de Fermi degenera para uma distribuição de Boltzmann (onde ϵ é a energia dos elétrons assim medida do fundo da banda de condução).

Com esta superposição a integração dá como resultado

$$n = \left(\frac{2\mathbf{p} m_e^* kT}{h^2} \right)^{3/2} e^{\epsilon_F / kT} \simeq \left(\frac{2\mathbf{p} m_e^* kT}{h^2} \right)^{3/2} e^{-E_g / 2kT} \quad (5)$$

da mesma maneira

$$p = \left(\frac{2\mathbf{p} m_h^* kT}{h^2} \right)^{3/2} e^{-(E_g + \epsilon_F) / kT} \simeq \left(\frac{2\mathbf{p} m_h^* kT}{h^2} \right)^{3/2} e^{-E_g / 2kT} \quad (6)$$

É interessante notar que o produto np independe da posição do nível de Fermi especialmente se tomamos $m_e^* = m_h^*$:

$$n_i^2 = np = 2.31 \times 10^{31} T^3 e^{-E_g / kT} \quad (7)$$

À medida que a temperatura aumenta, os portadores de carga intrínsecos do semiconductor aumentarão numa proporção exponencial caracterizado por $E_g/2kT$. Esta temperatura é geralmente muito alta, por exemplo para o Germânio Ge, $E_g = 0,7$ eV que corresponde a $T = 8.000$ K.

Uma das características do semiconductor fica determinada pelas impurezas do cristal, especialmente a baixas temperaturas, onde poucos portadores de carga intrínsecos estão populando a banda de condução. Estas impurezas, quando estão no seu estado fundamental, ficam geralmente concentradas num nível de energia simples muito próximo da banda de condução (se são impurezas doadoras) ou muito próximo da banda de valência (se são impurezas aceptoras) como representamos esquematicamente na figura 2.

Fazendo a aproximação para baixas temperaturas, teremos que o número de elétrons na banda de condução está dado por

$$n = N_d \left(\frac{2\mathbf{p} m_e^* kT}{h^2} \right)^{3/2} e^{-E_d / 2kT} \quad (8)$$

onde N_d é o número de doadores e E_d a separação entre o nível de doadores e a banda de condução. Devemos tomar em consideração essa aproximação, pois é válida só para baixas temperaturas, note-se por exemplo para o Ge:

$$E_g = 0,7eV \quad \text{e para} \quad kT = 0,7eV \Rightarrow T = 8.000^\circ K$$

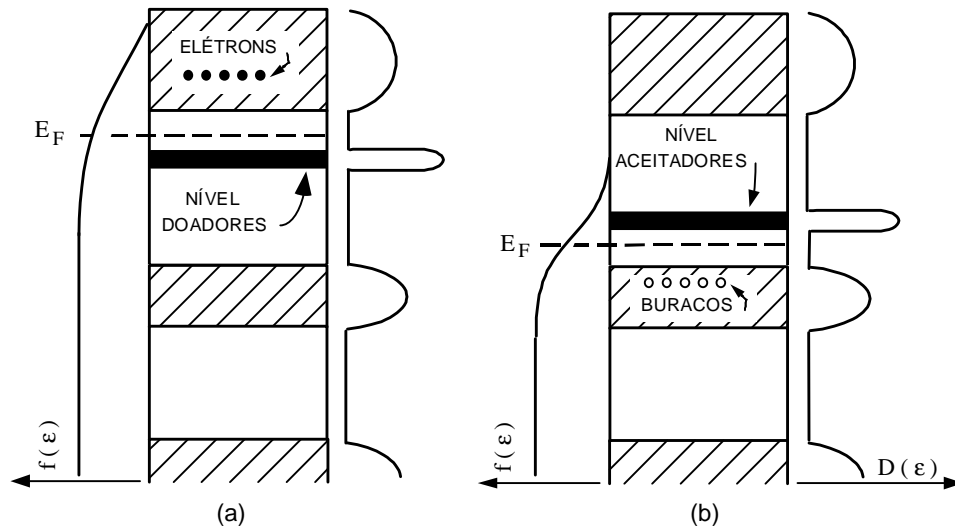


Figura 2 - Estrutura de bandas de energia quando o semiconductor é impurificado com (a) doadores, ficando o nível de impurezas ligeiramente abaixo da banda de condução e (b) aceptores, ficando o nível ligeiramente acima da banda de valência.

entretanto para

$$E_d = 0,01eV \quad \text{e para} \quad kT = 0,01eV \Rightarrow T = 120^\circ K$$

Assim para temperaturas $T > 120K$ a maioria das impurezas doadoras estarão na banda de condução e no lugar da equação (8) teremos $n \simeq N_d$; o número de portadores de carga impuros fica saturado. Uma vez neste estado de saturação os portadores de carga impuros na banda de condução se comportaram como se fossem elétrons livres de um metal.

Estudaremos em função da temperatura observando o comportamento dos portadores de carga intrínsecos do Ge.

Condutividade Elétrica: Modelo de Drude

Para estudar a condutividade elétrica usaremos a seguinte notação:

\vec{J} = densidade de corrente

\vec{I} = corrente

\vec{A} = seção transversal por onde a corrente flui

\mathbf{s} = condutividade, tal que $\mathbf{s} \vec{E} = \vec{J}$; $\mathbf{r} = \frac{1}{\mathbf{s}}$ = resistividade

e = carga do elétron

n = densidade de portadores negativos (elétrons)

p = densidade de portadores positivos (buracos)

\vec{v} = velocidade de deslocamento

\vec{E} = campo elétrico aplicado

\mathbf{m} = mobilidade; tal que $\mathbf{m} \vec{E} = \vec{v}$

m^* = massa efetiva; m_e^* , m_h^* para elétron e buraco, respectivamente

λ = livre caminho médio entre colisões

É fácil derivar que a densidade de corrente está dada por:

$$\vec{J} = \frac{\vec{I}}{A} = e(n\vec{V}_e - p\vec{V}_h) \quad (9)$$

Considerando as colisões térmicas e sendo s e t a distância e o tempo, respectivamente, entre colisões consecutivas teremos que

$$s = \frac{1}{2} \omega t^2 = \frac{1}{2} \frac{e|\vec{E}|}{m^*} t^2 \quad (10)$$

e

$$\bar{v} = \frac{s}{t} = \frac{1}{2} \frac{e|\vec{E}|}{m^* t} \quad (11)$$

que em termos de livre caminho médio $t = \frac{l}{v}$, onde v é a velocidade térmica, teremos

$$\frac{m^* v^2}{2} = \frac{3}{2} kT \quad (12)$$

assim

$$v = \frac{e l \vec{E}}{2\sqrt{3kRm^*}} \quad (13)$$

Caso tenhamos um só tipo de portadores de carga:

$$\vec{J} = en\vec{v} = en\mathbf{m}\vec{E} \quad (14)$$

e

$$\mathbf{s} = en\mathbf{m} = \frac{ne^2 \mathbf{l}}{2\sqrt{3kTm^*}} \quad (15)$$

Assim, se o número de portadores é constante e o livre caminho médio permanece constante, então a condutividade deverá diminuir com $T^{-1/2}$. A primeira destas condições é válida na região extrínseca após todos os portadores de carga extrínsecos ficarem na banda de condução; porém a segunda condição do livre caminho médio não é verdadeira pois à temperatura alta aumentam as vibrações reticulares do cristal que afetam o espalhamento dos portadores. Um cálculo simples sugere uma dependência de $\frac{1}{kT}$ para \mathbf{l} , de tal maneira que

$$\mathbf{s} = ne\mathbf{m} = C \frac{ne^2}{m^*} T^{-\frac{3}{2}} \quad (16)$$

onde C é uma constante. Neste ponto cabe advertir que esta dependência não é sempre observada experimentalmente.

Efeito Hall

Realmente a experiência de condutividade não revela o tipo de portador de carga que está presente no semiconductor. Esta informação pode ser obtida através de medidas do efeito Hall que é

uma ferramenta básica para a determinação de mobilidades. Este efeito foi descoberto por E.H. Hall em 1879.

Para explicar o efeito Hall consideremos o cristal da figura 3, o qual está submetido a uma voltagem V_x e um campo magnético H na direção z .

Quando aplicamos a voltagem V_x entre os pontos 1 e 2 fluirá uma corrente I através do cristal na direção x , aparecendo uma voltagem induzida entre os pontos 3 e 4 devido ao efeito do campo magnético que polariza os portadores de carga, esta voltagem é denominada de voltagem de Hall (V_y).

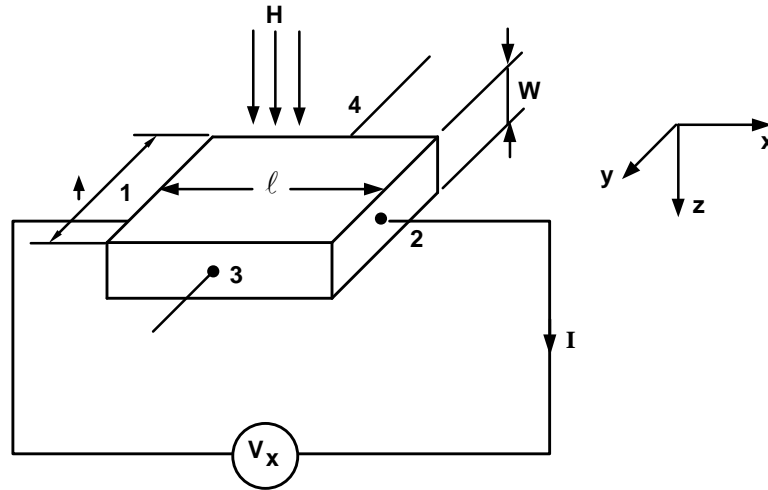


Figura 3 - Esquema do efeito Hall.

Podemos calcular a voltagem de Hall para o caso em que os portadores de carga sejam de um tipo único.

A força magnética sobre os portadores de carga é

$$\vec{F}_m = e(\vec{V} \times \vec{H}) = evH\hat{y} \quad (17)$$

que é compensado pelo campo de Hall

$$\vec{F}_H = e\vec{E}_H = eE_y\hat{y} \quad (18)$$

desta forma

$$E_y = \bar{v}H$$

mas $\bar{v} = \mathbf{s} E_x$, então $E_y = H\mathbf{s} E_x$. O coeficiente de Hall R_H está definido como

$$|R_H| \equiv \frac{E_y}{J_x H} = \frac{\mathbf{m} E_x}{J_x} = \frac{\mathbf{m}}{\mathbf{s}} = \frac{1}{ne} \quad (19)$$

Portanto para um campo magnético e corrente fixos, a voltagem de Hall R_H é proporcional a $1/n$. Como consequência a mobilidade vem a ser

$$\mathbf{m}_H = R_H \mathbf{s} \quad (20)$$

R_H é expressada em $[m^3 C^{-1}]$ e \mathbf{s} em $[\Omega^{-1} m^{-1}]$, assim \mathbf{m} está dado em $[m^2 V^{-1} s^{-1}]$.

À medida que a voltagem aplicada for constante, define-se o ângulo de Hall como a razão das voltagens aplicada e medida.

$$\Phi = \frac{V_y}{V_x} = \frac{E_y t}{E_x \ell} \quad (21)$$

onde ℓ é o comprimento e t a largura da amostra.

O ângulo de Hall é proporcional à mobilidade e

$$r V_y = \left(\frac{t}{1} H \right) \frac{1}{ne} \quad (22)$$

onde novamente é proporcional a $1/n$ e portanto a $[R_H]$.

Procedimento

1. **Calibração do campo magnético** - Antes de realizar as medições dos parâmetros da condutividade e voltagem de Hall é necessário levantar uma curva de calibração do eletroímã, isto é, obter uma curva de campo magnético B contra a corrente alimentada no eletroímã. Para realizar essa calibração basta recorrer a uma sonda de Hall disponível no Laboratório Avançado. Consulte o manual e o professor para tomar conhecimento sobre sua operação.
2. **Medidas de Condutividade e efeito Hall:** Existem placas com laminas de metais e semicondutores, de geometrias caracterizadas, com conexões e terminais apropriados para aplicar e medir voltagens na determinação da condutividade elétrica e o efeito Hall. Algumas das placas possuem um circuito de aquecimento para mudar a temperatura e um termopar de medida.

Placas para metais:

- Medida de condutividade em função da temperatura (placa 11808.00) para um fio de cobre.
- Efeito Hall no cobre (em função da temperatura, placa 11803.00) e no zinco (somente a temperatura ambiente, placa 11804.01)

Placas para Germânio

- Medida de condutividade intrínseca do Germânio em função da temperatura (placa 11807.00).
- Medida do efeito Hall em laminas de Germânio dopado com impurezas tipo n (placa 11802.00) e tipo p (placa 11805.00), em função da temperatura.

Importante:

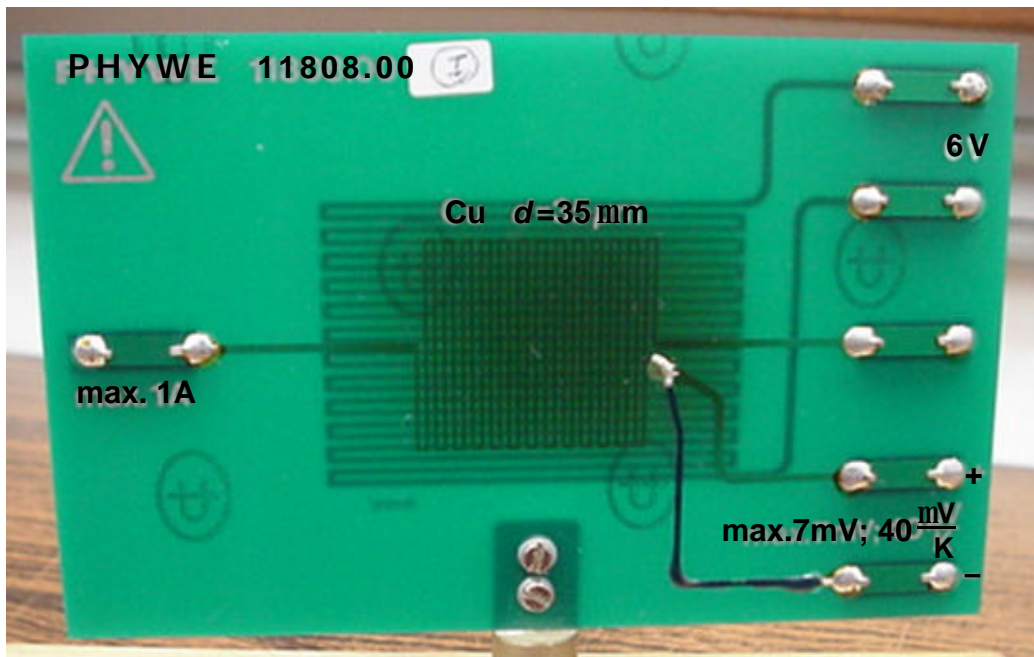
- O termopar (Cu-CuNi) fornece uma variação da tensão de $40\mu\text{V}$ por K. Confira a voltagem para temperatura ambiente antes de aplicar voltagens nos terminais do aquecedor.
- **Não ultrapasse a temperatura máxima de operação das placas (170°C): seja extremamente cuidadoso com as voltagens aplicadas no aquecedor e confira atentamente a tensão medida no termopar.**
- Nas medidas de efeito Hall, ajuste o potenciômetro de compensação para voltagem zero em ausência de campo magnético. Porque é necessário fazer este ajuste?

Questões experimentais sugeridas

- 1) Analisar a dependência da condutividade com a temperatura no Cu. Explicar.
- 2) Verificar o comportamento da voltagem Hall com o campo magnético, a corrente e a temperatura no cobre. Determinar o sinal e a concentração dos portadores de carga.
- 3) Determinar o sinal e a concentração dos portadores de carga no Zn. Explicar.
- 4) Analisar a dependência da condutividade com a temperatura no Ge. Comparar com o comportamento observado no metal (Cu). Verificar a existência de regimes intrínseco e extrínseco. Determinar a energia do gap.
- 5) Verificar a dependência do efeito Hall com a temperatura no germânio dopado (n e p). Verificar sinal e concentração de portadores de carga. Explicar os comportamentos observados.

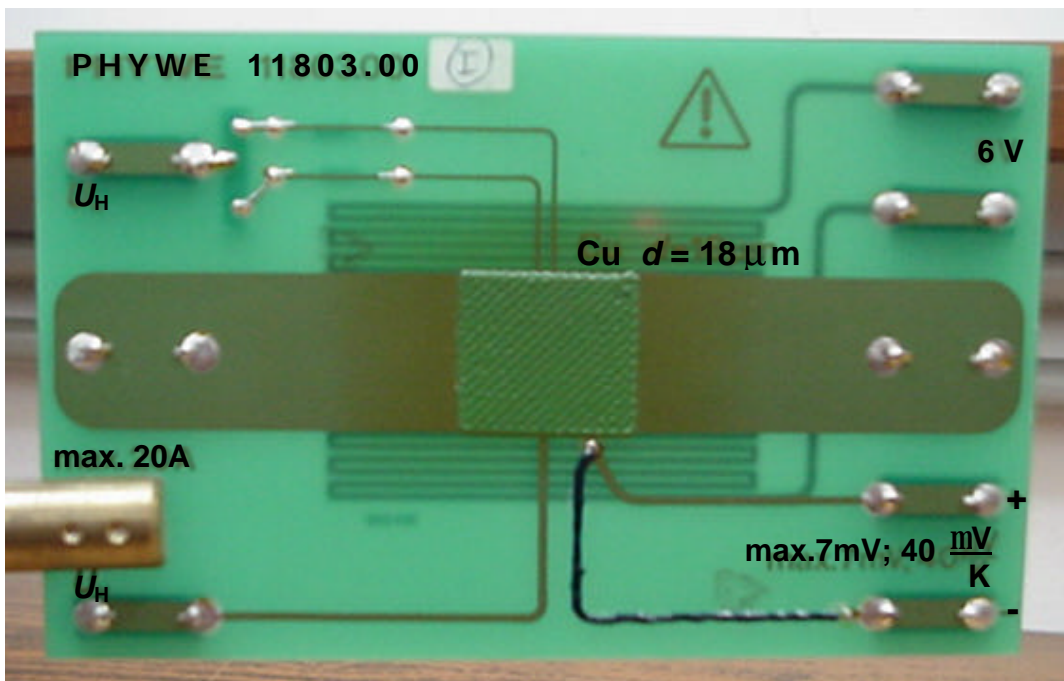
Referências

- A. Melissinos, “Experiments in Modern Physics”, Ed. Acad. Press (1966). Biblioteca IFQSC/USP, 539, M523e.
- Adler, Smith, Longini, “Introduction to Semiconductor Physics”, Biblioteca IFQSC/USP 530.41, M478s.



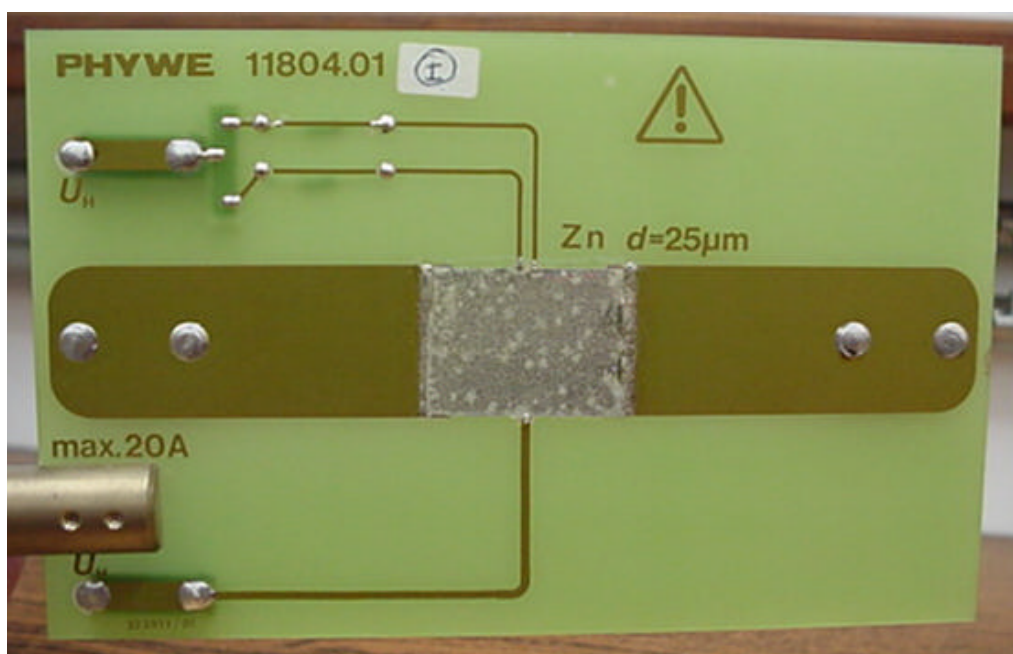
Placa 11808.00: Condutividade do Cobre

Para demonstrar a diminuição da condutividade em metais ao aumentar a temperatura (ao contrário do que ocorre com semicondutores). Amostra de cobre impresso, com sistema de aquecimento e termopar incorporados, para medir a condutividade do cobre em função da temperatura. Todas as conexões elétricas dispostas com bornes de 4mm.



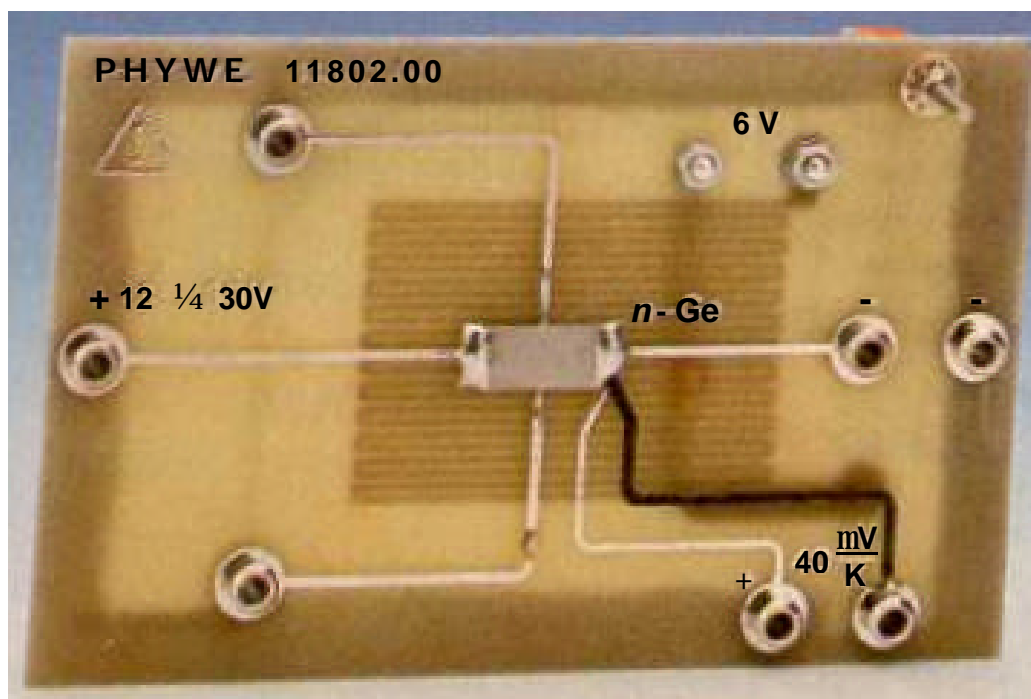
Placa 11803.00: Efeito Hall do Cobre

Para demonstrar o efeito Hall em metais. Vem com sistema de aquecimento e termopar incorporado. É para mostrar como a tensão de Hall independe da temperatura (ao contrário com semicondutores). A disposição dos bornes permite colocar a placa no entre-núcleo do eletroímã.



Placa 11804.01: Efeito Hall do Zinco

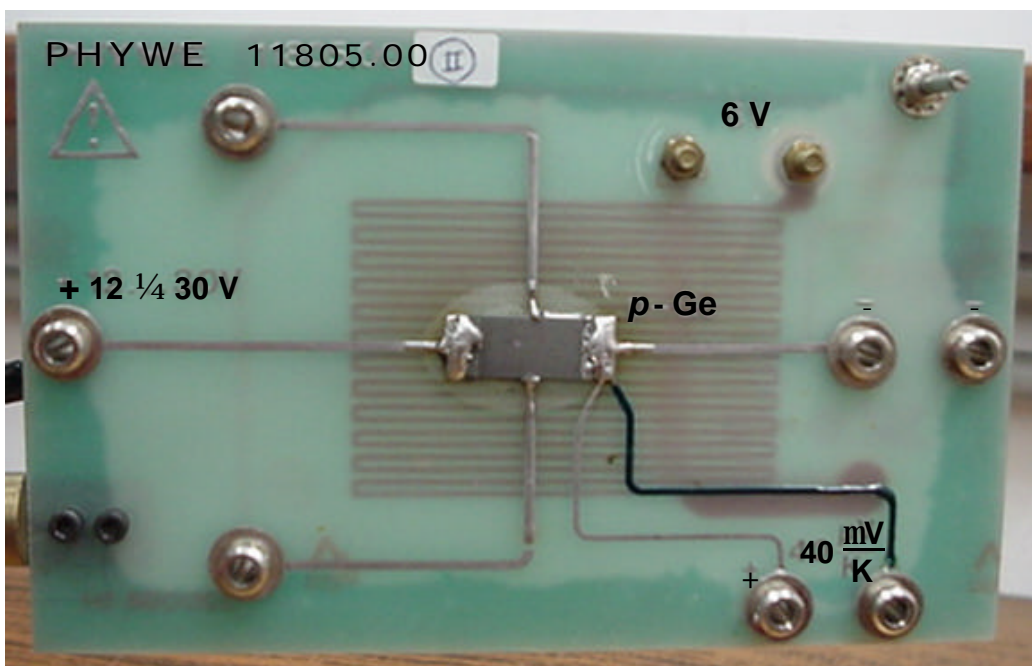
É para mostrar o efeito Hall anômalo no Zinco. Não possui sistema de aquecimento nem termopar.



Placa 11802.00: Condutividade elétrica e efeito Hall do Germânio tipo - *n*

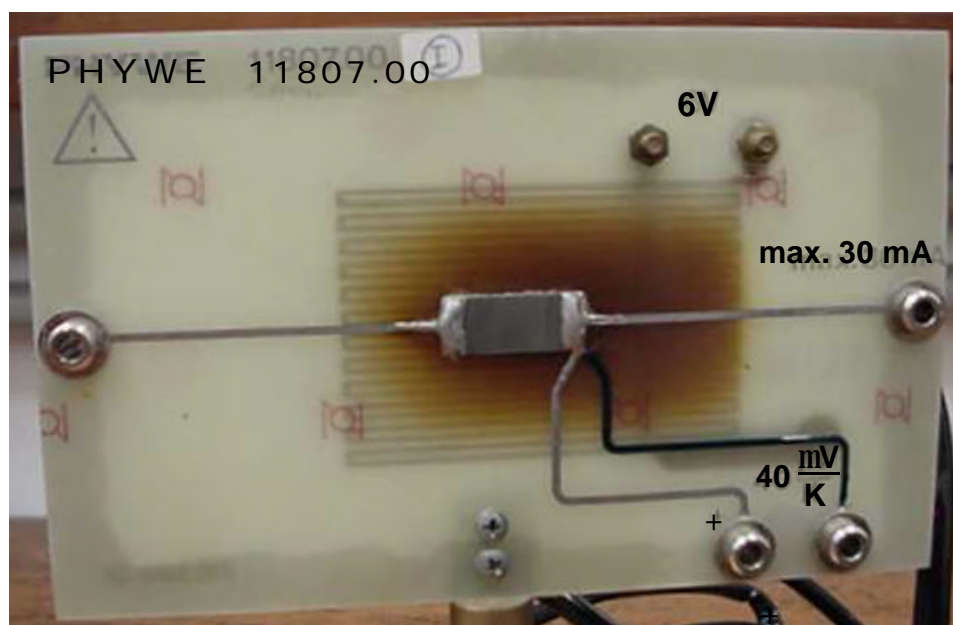
Para estudar a condutividade elétrica e a tensão de Hall de semicondutores dopados tipo -*n* em função da temperatura. Com os resultados das medidas é possível obter o valor da banda proibida do Germânio, o tipo de portador de carga responsável pela condução a concentração e a mobilidade.

A placa é impressa dos dois lados, com aquecedor e termopar integrados. Também tem um regulador de corrente estabilizada, para assegurar uma conexão constante diante a forte variação da resistência do semicondutor.



Placa 11805.00: Condutividade elétrica e efeito Hall do Germânio tipo - p

Analogamente ao caso do Germânio tipo- n , esta placa é dedicada para o estudo da condutividade elétrica e a tensão de Hall de semicondutores dopados tipo- p . Além de obter valores para a banda proibida do Ge, tipo de portador de carga, concentração de impurezas e mobilidade é possível observar a inversão de polaridade na tensão de Hall que ocorre em 120°C , mostrando visivelmente que os buracos tem uma mobilidade menor que os elétrons.



Placa 11807.00: Condutividade intrínseca do Germânio.

Para estudar a condutividade elétrica de semicondutores não dopados em função da temperatura. É possível obter a energia da banda proibida do Germânio. Possui sistema de aquecimento e termopar incorporado.

CARACTERÍSTICAS DAS PLACAS IMPRESSAS

| Placa | Condutividade do Cobre 11808.00 | Efeito Hall do Cobre 11803.00 | Efeito Hall do Zinco 11804.01 | Condutividade e Efeito Hall Ge- <i>n</i> 11802.00 | Condutividade e Efeito Hall Ge- <i>p</i> 11805.00 | Condutividade intrínseca do Ge 11807.00 |
|--------------------------------------|------------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|--|--|--|
| Amostra | cobre | cobre | zinco | Ge- <i>n</i> | Ge- <i>p</i> | Ge sem dopante |
| Resistência @ 25°C | 1 | ----- | ----- | ----- | ----- | ----- |
| Espessura da amostra | 35 μ | 18 μ | 25 μ | 1 mm | 1 mm | 1 mm |
| Formato da amostra | | 25 x 25 mm ² | 25 x 25 mm ² | 20 x 10 mm ² | 20 x 10 mm ² | 20 x 10 mm ² |
| Corrente máxima na amostra | 1 A | 20 A | 20 A | 30 mA | 30 mA | 30 mA |
| Compensação de tensão | ----- | potenciômetro | potenciômetro | potenciômetro | potenciômetro | ----- |
| Temperatura máxima | 175°C | 175°C | ----- | 175°C | 175°C | 175°C |
| Voltagem/Corrente do aquecedor | 6 V / 5 A | 6 V / 5 A | ----- | 6 V / 5 A | 6 V / 5 A | 6 V / 5 A |
| Termopar | Cu-CuNi | Cu-CuNi | ----- | Cu-CuNi | Cu-CuNi | Cu-CuNi |
| Coefficiente de Tensão do termopar | 40 μV/K | 40 μV/K | ----- | 40 μV/K | 40 μV/K | 40 μV/K |
| Regulador de corrente | | | | | 30 mA ajustável | 30 mA ajustável |
| Alimentação do regulador de corrente | | | | | 12 - 30 V | 12 - 30 V |