

Física II

Cintia Rejane Consonni
Daniel Thomaz Fernandes
Raquel de Arruda Russolo

Questão 29 – Lei da Gravitação de Newton:

A massa da Terra é de $5,97 \times 10^{24}$ kg e o seu raio é de 6370 km. O raio da Lua é de 1738 km. A aceleração da gravidade na superfície da Lua é $1,62 \text{ m/s}^2$. Qual a razão entre a densidade média da Lua e a da Terra?

Resolução:

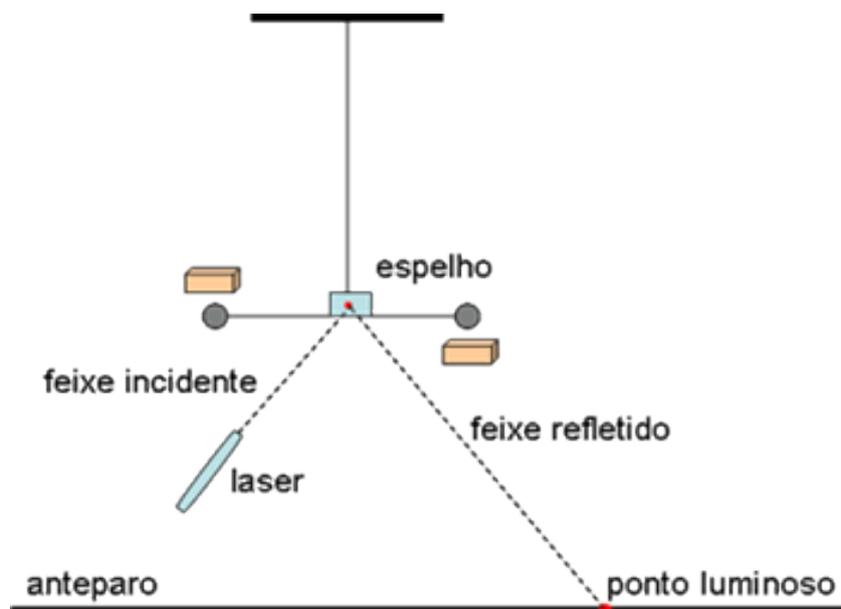
Antes de resolver o exercício proposto, vale recordar a Lei da Gravitação de Newton. Baseando-se nas leis empíricas sobre o movimento dos planetas de Kepler e Tycho Brahe, Newton encontrou uma relação entre a aceleração de qualquer planeta na sua respectiva órbita a uma força exercida pelo Sol sobre ele. De maneira geral, a lei da gravitação de Newton afirma que entre quaisquer dois corpos há uma força de atração que é proporcional ao produto das massas dos dois corpos e inversamente proporcional ao quadrado da distância que os separa. Assim, o módulo da força gravitacional é dado por:

$$F = \frac{G \cdot M \cdot m}{r^2}$$

Sendo G a constante da gravitação universal cujo valor é:

$$G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N.m}^2/\text{kg}^2$$

A teoria de Newton foi publicada em 1686, e a determinação experimental exata de G foi feita por Cavendish na experiência representada pela figura abaixo.



Valendo-se da Segunda Lei de Newton e da Lei da Gravitação de Newton,

$$F = m \cdot a$$

$$F = \frac{G \cdot M \cdot m}{r^2}$$

Respectivamente, temos:

$$m \cdot a = \frac{G \cdot M \cdot m}{r^2}$$

Logo:

$$a = \frac{G \cdot M}{r^2}$$

Na superfície da Terra a aceleração é a da gravidade, portanto:

$$g = \frac{G \cdot M}{r^2}$$

Dados do exercício:

Massa da Terra: $5,97 \times 10^{24}$ kg

Raio da Terra: 6370 km

Raio da Lua: 1738 km

Gravidade da Lua: $1,62 \text{ m/s}^2$

O que o exercício pede:

Calcular a razão entre a densidade média da Lua e a da Terra: $d_{\text{Lua}} / d_{\text{Terra}}$

Cálculos:

Para calcular a densidade da Terra é necessário calcular primeiramente seu volume, utilizando para isso o raio fornecido no problema:

$$\text{Volume da Terra} = \frac{4}{3} \pi r^3$$

$$\text{Volume da Terra} = \frac{4}{3} \pi (6370 \text{ km})^3$$

$$\text{Volume da Terra} = 1,082696932 \cdot 10^{12} \text{ km}^3$$

$$\text{Densidade da Terra} = \frac{\text{massa da Terra}}{\text{volume da Terra}}$$

$$\text{Densidade da Terra} = \frac{5,97 \cdot 10^{24} \text{ kg}}{1,082696932 \cdot 10^{12} \text{ km}^3}$$

$$\text{Densidade da Terra} = 5,51 \cdot 10^{12} \text{ kg/km}^3$$

Para calcular a densidade da Lua é necessário calcular primeiramente sua massa a partir da gravidade e calcular o volume a partir do raio fornecido:

$$g = \frac{GM}{r^2}$$

$$M = \frac{g \cdot r^2}{G}$$

$$M = \frac{(1,62 \text{ m/s}^2) \cdot [(1738 \cdot 10^3 \text{ m})^2]}{(6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2)}$$

$$M = 7,336496672 \cdot 10^{22} \text{ kg}$$

$$\text{Volume da Lua} = \frac{4}{3} \pi r^3$$

$$\text{Volume da Lua} = \frac{4}{3} \pi (1738 \text{ km})^3$$

$$\text{Volume da Lua} = 2,199064287 \cdot 10^{10} \text{ km}^3$$

$$\text{Densidade da Lua} = \frac{\text{massa da Lua}}{\text{volume da Lua}}$$

$$\text{Densidade da Lua} = \frac{7,336496672 \cdot 10^{22} \text{ kg}}{2,199064287 \cdot 10^{10} \text{ km}^3}$$

$$\text{Densidade da Lua} = 3,34 \cdot 10^{12} \text{ kg/km}^3$$

Cálculo da razão entre a densidade média da Lua e a densidade média da Terra:

$$R = \frac{\text{Densidade da Lua}}{\text{Densidade da Terra}}$$

$$R = \frac{(5,51 \cdot 10^{12} \text{ kg/km}^3)}{(3,34 \cdot 10^{12} \text{ kg/km}^3)}$$

$$R = 0,606$$

Observação: Não foi necessária a conversão da unidade de medida da densidade para as unidades de medida do sistema internacional uma vez que no cálculo da razão entre as densidades as unidades de medida seriam canceladas. Foi necessário porém estabelecer uma mesma unidade de medida para ambas as densidades a fim de calcular a razão entre elas.

Bibliografia:

http://portaldefisica.50webs.com/exp_classicos/cavendish_exp.htm

TIPLER, P.A. Física mecânica, oscilações e ondas, termodinâmica, Volume 1, 4ª edição, capítulo 11