Física II – Teoria Cinética dos Gases

João Francisco Fuzile Rodrigues Garcia -- 8549323

Maiara Fernanda Moreno -- 8549344

Otávio Massola Sumi -- 8549452

Ex. 18.63 **•• Explique, em termos do movimento molecular, por que a pressão nas paredes de um vaso com gás aumenta quando o volume do gás é reduzido a temperatura constante.**

• Introdução Teórica

-Teoria cinética dos gases

A descrição do comportamento de um gás em termos das variáveis macroscópicas de estado P, V e T pode ser relacionada a médias simples de quantidades microscópicas, como a massa e a rapidez de um gás. A teoria resultante, chamada de teoria cinética dos gases, fornece um modelo detalhado para gases diluídos.

Sob o ponto de vista da teoria cinética, um gás confinado consiste em um grande número de partículas em movimento.

Em um gás a temperatura ambiente, um grande número de moléculas se move com alta velocidade. Estas moléculas sofrem colisões elásticas tanto entre si quanto com as paredes do recipiente. Neste contexto estudado, podemos desprezar a gravidade, e portanto não haverá posições ou orientações preferenciais para as moléculas. As moléculas estão separadas em média por distâncias grandes, comparadas com o seu diâmetro. Elas também não exercem forças umas sobre as outras durante as colisões. (Fazendo essa suposição podemos chamar o gás de ideal).

Sabemos que as propriedades de amostras de gás que possuem pequena massa específica levam a definição da escala de temperatura de gás ideal. Se comprimirmos um gás mantendo sua temperatura constante, a pressão sobre ele aumenta.

-Calculando a pressão exercida por um gás

A pressão que um gás exerce sobre seu recipiente é devida ás colisões entre as moléculas do gás e as paredes do recipiente. Esta pressão é uma força por unidade de área, e pela segunda Lei de Newton, esta força é a taxa de variação da quantidade de movimento das moléculas de gás colidindo com as paredes.

Seja um recipiente de volume V, contendo N moléculas de gás, cada uma de massa *m,* movendo-se com velocidade *v*. Calcularemos a força exercida por essas moléculas na parede de área A. As moléculas que atingem essa parede em um intervalo de tempo Δt são aquelas que se encontram a uma distância de até ($v_x \, \Delta t$ da parede), conforme a figura abaixo. Sendo assim, o número de moléculas que atingem a parede num intervalo de tempo Δt, é o número por unidade de volume N/V multiplicado pelo volume ($A \, v_x \, \Delta t$) multiplicado por ½, porque na média, apenas metade das moléculas estão se movendo.

$$moléculas \ que \ colidem \ com \ a \ parede = \frac{1}{2}\frac{N}{V}\,|v_x|\,\Delta t\, A$$

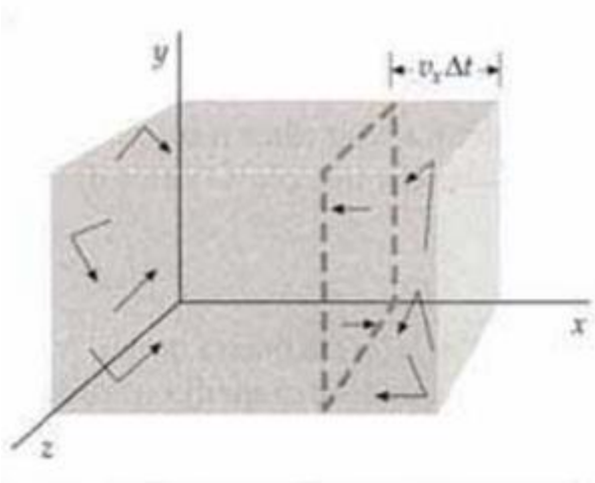

Figura 1: moléculas de um gás num vaso paralelepipédico, onde num certo instante Δt as moléculas que estão à distância $v_x\Delta t$ da parede da direita atingem esta parede se estiverem em movimento para a direita

A componente x da quantidade de movimento de uma molécula é +mvx antes de atingir a parede, e $-mv_x$ depois de uma colisão elástica com a parede. A variação da quantidade de movimento é de $2mv_x$. A magnitude da variação total da quantidade de movimento $|\Delta\vec{p}|$ de todas as moléculas no interior de tempo Δt é $2m|v_x|$ multiplicado pelo número de moléculas que atingem a parede durante o intervalo:

$$|\Delta\vec{p}| = (2m|v_x|) \times \left(\frac{1}{2}\left(\frac{N}{V}\right)|v_x|\,\Delta t\, A\right) = \frac{N}{V}\; m v_x^2\, A\,\Delta t$$

A magnitude da força exercida pela parede sobre as moléculas, que é a magnitude da força exercida pelas moléculas na parede é a razão $|\frac{\Delta\vec{p}}{\Delta t}|$. A pressão é a magnitude dessa força dividida pela área A:

$$P = \frac{F}{A} = \frac{1}{A}\left|\frac{\Delta\vec{p}}{\Delta t}\right| = \frac{N}{V}\; m{v_x}^2$$

$$PV = N\, m{v_x}^2$$

Para dar conta do fato de que todas as moléculas no recipiente não possuem a mesma rapidez, substituimos a v_x^2 por uma $v_x^2{}_{média.}$ Então, escrevendo a equação em termos da energia cinética ½ mv_x^2 associada ao movimento ao longo do eixo x temos:

$$PV = 2N \left(\frac{1}{2} m{v_x}^2\right)_{média}$$

-A interpretação molecular da temperatura

Comparando a equação definida acima, com PV= N.k.T, que foi obtida experimentalmente para qualquer gás com pequena massa específica, podemos ver que:

$$N.k.T = 2N \left(\frac{1}{2} m{v_x}^2\right) med \;\; ou \;\; \left(\frac{1}{2} m{v_x}^2\right) med = \frac{1}{2} k.T$$

Assim, a energia cinética média associada ao movimento ao longo do eixo x é ½ k.T. Mas não há nada de especial em relação à direção x.

Consequentemente,

$$({v_x}^2)med = ({v_y}^2)med = ({v_z}^2)med \;\; e \;\; (v^2) = 3(v_x^2)med$$

Fazendo $(v_x^2)_{med} = 1/3\ (v^2)_{med}$ e chamando de K a energia cinética média de translação das moléculas, teremos, substituindo esse valor na comparação feita acima, a seguinte equação:

$$K = \frac{1}{2}(mv^2) = \frac{3}{2} k.T$$

• <u>Resolução</u>

Para a resolução desse exercício, deve-se levar em conta aquilo que foi apresentado na Introdução Teórica. Pelo enunciado, tem-se que a temperatura permanece constante durante a compressão, ou seja, ocorre uma compressão *isotérmica* do gás. Isso significa que a velocidade molecular permanecerá inalterada perante a variação de volume, uma vez que a energia cinética média das moléculas do gás permanecerá inalterada (pois são grandezas proporcionais, como mostrado na equação à seguir):

$$\overline{K} = \frac{1}{2} m\, \bar{v}^2 \; \frac{3}{2}\, k\, T$$

A pressão é a medida da variação média da quantidade de movimento por segundo das moléculas de um gás, que colidem com as paredes de um recipiente:

$$\frac{\Delta\rho}{\Delta t} = \frac{N}{V}\, m\, \overline{v_x}^2\, A$$

$$\frac{\Delta\rho}{\Delta t}\frac{1}{A} = \frac{F}{A} = \frac{N}{V}\, m\, \overline{v_x}^2$$

$$P = \frac{N}{V}\, m\, \overline{v_x}^2$$

Tendo, em vista esse conceito, se o volume diminui, então a pressão aumenta (grandezas inversamente proporcionais, analisando a equação acima), uma vez que mais moléculas irão colidir com uma unidade de área das paredes do recipiente num dado intervalo ($\frac{\Delta\rho}{\Delta t}$ aumenta).

A imagem abaixo é um bom exemplo da situação proposta:

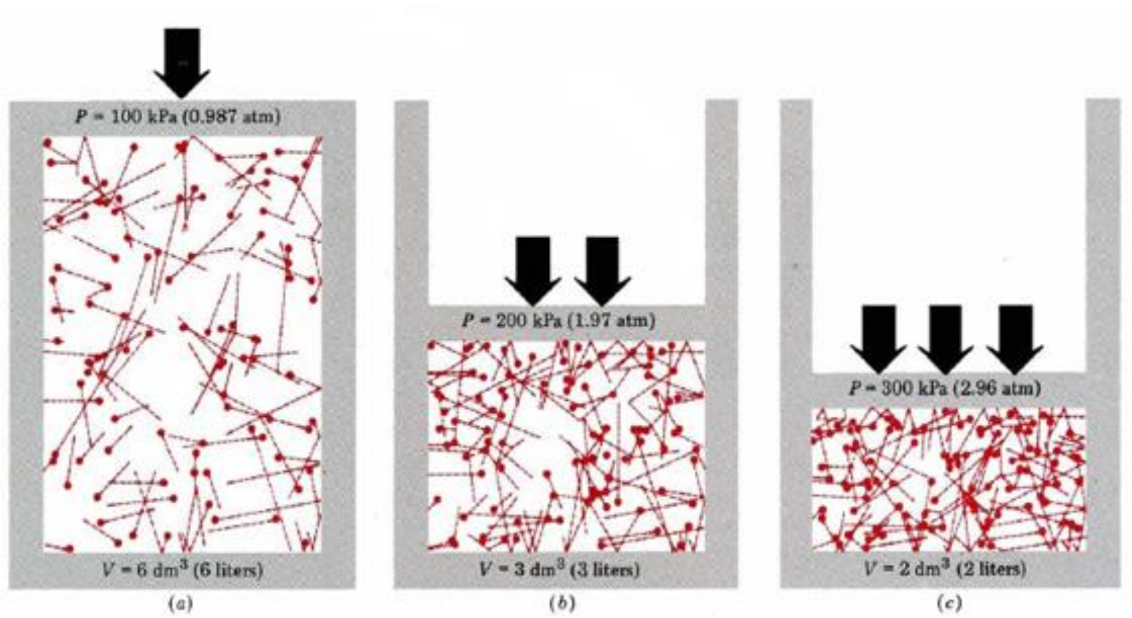

Figura 2: Exemplo de compressão isotérmica de um gás num recipiente fechado. O número de moléculas em cada recipiente é o mesmo. Nota-se que a pressão aumenta conforme o volume é comprimido

Pela Figura 2, observa-se que há um mesmo número de moléculas nos recipientes (a), (b) e (c). Assim, conforme o volume diminui, devido à compressão (que é isotérmica), o número de moléculas por unidade de volume aumenta. Logo, o número de moléculas colidindo com determinada área das paredes do recipiente também aumenta, o que por sua vez aumenta a força exercida nessa área. Tendo que a pressão é a força por unidade de área, com o aumento da força, a pressão irá se elevar.

• **Bibliografia**

Paul A.Tipler - Física para cientistas e engenheiros – Quarta edição; V1.