

# Radiação de Cherenkov

CAROLINA SAYURI TAKEDA

Instituto de Física de São Carlos - USP

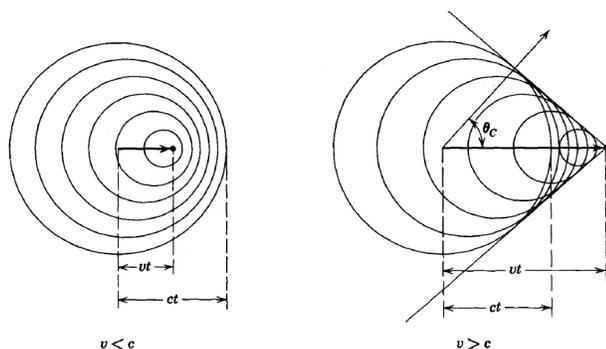
Maio de 2018

## Resumo

O fenômeno da radiação de Cherenkov é alvo de muitos estudos recentes. Isto se deve ao fato de ser um efeito importante e com várias possíveis aplicações. Consiste na emissão de luz azulada quando uma partícula carregada atravessa um meio dielétrico transparente a uma velocidade maior do que a velocidade da luz neste meio. Neste trabalho, esta radiação foi introduzida, focando principalmente no entendimento da física. Uma breve discussão sobre suas aplicações foi feita, em especial o observatório de neutrinos, IceCube. Conclui-se que a radiação de Cherenkov está presente em muitos experimentos atuais, contribuindo para o desenvolvimento da ciência. Há possibilidade de contribuir ainda mais, com aplicações atualmente em estudo na área de biomedicina.

## I. INTRODUÇÃO

A luz diminui a sua velocidade ao passar em um meio, como água por exemplo. Portanto, nessas condições, é possível uma partícula estar com uma velocidade maior do que a da luz (ainda menor do que a velocidade da luz no vácuo). Quando uma partícula carregada movimenta-se em um meio, acaba excitando as moléculas. Estas, por sua vez, emitem radiação eletromagnética quando retornam ao seu estado fundamental. As ondas emitidas se espalham de forma esférica e acabam se adicionando quando a velocidade da partícula é maior do que a velocidade da luz no meio (como mostra a fig.1). A soma dessas ondas geram um radiação em um certo ângulo  $\theta$ , que é chamada de radiação de Cherenkov. Ela é análoga ao jato super sônico que gera um choque de ondas afastando-se no formato de um cone.

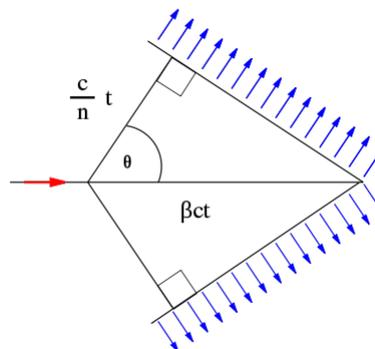


**Figura 1:** Partícula viajando com velocidade menor e maior do que a da luz no meio. ( $c$  nesta imagem é a velocidade da luz no meio) [1]

esse efeito, foram os cientistas Pierre e Marie Curie em 1900, durante seus experimentos com rádio. Porém, somente em 1934 foi detectada experimentalmente por Pavel Cherenkov, portanto, em sua homenagem, a radiação recebeu esse nome. Três anos depois, foi desenvolvida uma teoria pelos cientistas Igor Tamm e Ilya Frank. A radiação de Cherenkov possui diversas aplicações, como na medicina, reatores nucleares e experimentos de astrofísica e física de partículas.

## II. TEORIA

Frank e Tamm mostraram que as intensidades da radiação emitidas por um elétron se movendo uniformemente em um meio são somadas na direção definida pelo ângulo de Cherenkov  $\theta_c$ :



**Figura 2:** Esquema da radiação de Cherenkov. As setas azuis apontam para a direção da radiação. A velocidade da luz no meio é dada por  $c/n$ . [2]

Os primeiros a observarem uma luz azulada devido a

Pela imagem acima, podemos notar que:

$$\cos\theta_c = 1/\beta_n, \quad \beta_n = vn/c \quad (1)$$

com  $n$  sendo o índice de refração do meio e  $v$  a velocidade da partícula. Por exemplo, na água ( $n = 1,33$ ), a partícula precisaria se mover a uma velocidade de pelo menos  $2,3 \cdot 10^8$  m/s para gerar radiação de Cherenkov. Nessa velocidade próxima a da luz, é preciso levar em conta a relatividade. Uma partícula com massa de repouso  $m_0$  e momento  $P_0$  movimenta-se em um meio com índice de refração  $n$ . Pela radiação de Cherenkov, é emitido um fóton com momento dado por  $P_c = h/\lambda = h\nu/c$ , pois  $\lambda = c/nv$ . Por conservação de momento, obtemos [3]:

$$P^2 = P_0^2 + P_c^2 - 2P_0P_c\cos\theta_c \quad (2)$$

Por conservação de energia, temos:

$$(P_0^2c^2 + m_0^2c^4)^{\frac{1}{2}} = (P^2c^2 + m_0^2c^4)^{\frac{1}{2}} + h\nu \quad (3)$$

Resolvendo para  $\cos\theta_c$ , juntando (2) e (3):

$$\cos\theta_c = \frac{2(P_0^2c^2 + m_0^2c^4)^{\frac{1}{2}} + (n^2 - 1)h\nu}{2P_0cn}$$

Utilizando a relação (1) e desconsiderando o segundo termo da equação acima, obtemos a velocidade da partícula:

$$v = \frac{P_0c^2}{(P_0^2c^2 + m_0^2c^4)^{\frac{1}{2}}}$$

Assim, sabendo o ângulo de emissão da radiação de Cherenkov, é possível encontrar a velocidade da partícula. A partir dela, descobre-se a massa de repouso. Ou seja, é possível obter várias informações sobre as partículas através desse fenômeno. Isso é muito útil para os estudos de física de partículas e astrofísica, como será mostrado na seção III. Aplicações.

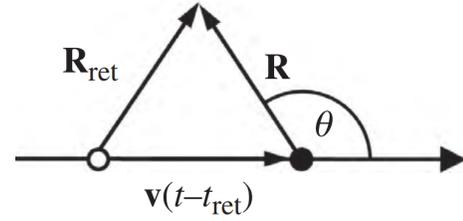
### i. Potenciais

Para calcular os potenciais  $\mathbf{A}$  e  $\varphi$ , utilizam-se os potenciais de Liénard-Wiechert no gauge de Lorentz<sup>1</sup> [5]:

$$\begin{aligned} \varphi(\mathbf{r}, t) &= \frac{1}{4\pi\epsilon} \left[ \frac{q}{R - \beta_n \cdot \mathbf{R}} \right]_{ret}; \\ \mathbf{A}(\mathbf{r}, t) &= \frac{\mu}{4\pi} \left[ \frac{q\mathbf{v}}{R - \beta_n \cdot \mathbf{R}} \right]_{ret} \end{aligned} \quad (4)$$

O observador situa-se em  $r$  e após um certo tempo  $t$ , a partícula carregada por uma carga  $q$  encontra-se em  $r'$ . Foi definido  $\mathbf{R} = |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|$  e utilizado a relação (1).

<sup>1</sup>O gauge de Lorentz exclui a possibilidade de radiação da partícula em movimento retilíneo uniforme. [4]



**Figura 3:** Posição no tempo  $t$  (ponto preto) e posição no tempo retardado (ponto branco) de uma carga movendo-se a velocidade constante  $v$ .  $\mathbf{R}$  e  $\mathbf{R}_{ret}$  apontam para o observador. [6]

Assim a equação que determina o tempo retardado é (com  $c_n = c/n$ ):

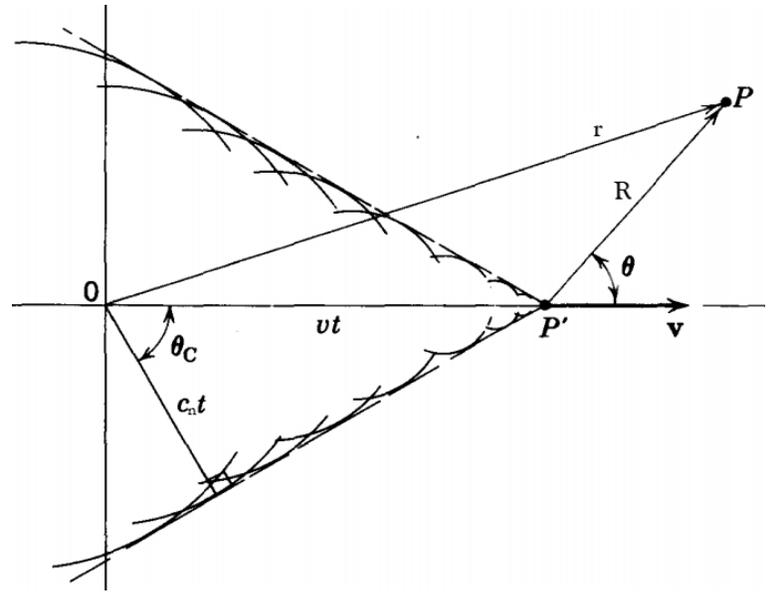
$$t_r - t = \frac{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'(t_r)|}{c_n}$$

E a partir da figura 3, sabe-se que:

$$R_r = |\mathbf{R} + \mathbf{v}(t - t_r)| \quad (5)$$

O quadrado da equação (4), nos leva a uma equação quadrática para  $t - t_r$ , cujas soluções são:

$$t - t_r = \frac{-\mathbf{v} \cdot \mathbf{R} \pm \sqrt{(\mathbf{v} \cdot \mathbf{R})^2 - (v^2 - c_n^2)R^2}}{v^2 - c_n^2} \geq 0 \quad (6)$$



**Figura 4:** Esquema do cone de Cherenkov. Adaptado de [1]

Somente soluções reais e positivas possuem significado físico. Analisando as possibilidades, nota-se que para  $v < c$  a raiz quadrada é sempre positiva e maior do que

$|\mathbf{R} \cdot \mathbf{v}|$ . Ou seja, há apenas uma solução válida. Para  $v > c$ , caso da radiação de Cherenkov, existem mais soluções. Quando a raiz é real, ainda é menor do que  $|\mathbf{R} \cdot \mathbf{v}|$ . Assim, há solução apenas quando o ângulo entre  $\mathbf{R}$  e  $\mathbf{v}$ , dado por  $\theta$  na figura 4, não é agudo ( $\theta > \pi/2$ ). Ou seja, não há campos à frente da partícula. Também é possível notar que a raiz é imaginária para  $\cos(\theta)^2 < [1 - 1/\beta_n^2]$ .

Então, para ângulos:

$$\cos^{-1} \left[ - \left( 1 - \frac{1}{\beta_n^2} \right)^{\frac{1}{2}} \right] < \theta < \pi$$

existem duas soluções, positivas e reais. Portanto, os potenciais existem somente dentro do cone de Cherenkov, dado por  $\cos\theta = -[1 - (1/\beta_n^2)]^{\frac{1}{2}}$ .

Os valores de  $R - \beta_n \cdot \mathbf{R}$  ficam então:

$$R - \beta_n \cdot \mathbf{R} = \mp \frac{1}{c_n} [(\mathbf{R} \cdot \mathbf{v})^2 - (v^2 - c^2)R^2]^{\frac{1}{2}} = \mp R \sqrt{1 - \beta_n^2 \sin^2\theta} \quad (7)$$

Juntando (7) e os potenciais de Lénard-Wiechert (4), obtemos:

$$\varphi(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{2\pi\epsilon} \frac{q}{R\sqrt{1 - \beta_n^2 \sin^2\theta}}; \quad \mathbf{A}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{v}\mu\varphi(\mathbf{r}, t)$$

Esses potenciais são válidos dentro do cone de Cherenkov, tornam-se uma singularidade na superfície do cone e não existem fora. Representam uma onda viajando na direção de  $\theta_c$  com velocidade  $c_n$ . A singularidade vem da consideração de que a velocidade da luz independente da frequência. Porém, isso não é compatível com a realidade, assim essa variação suavizará a singularidade.

## ii. Energia Radiada

A partir das equações de Maxwell:

$$\mathbf{E} = -\nabla\varphi - \frac{\partial\mathbf{A}}{\partial t} \quad e \quad \mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A}$$

e os potenciais obtidos, é possível calcular os campos elétrico e magnético. É de interesse encontrar o espectro da radiação, por isso é preciso aplicar a transformada de Fourier e assim obter  $\hat{\mathbf{E}}(\omega)$  a partir de  $\mathbf{E}(t)$ . A energia radiada por unidade de área e frequência é dada por [6]:

$$\frac{d^2U_{rad}}{d\omega dA} = \frac{\epsilon c_n}{\pi} |\hat{\mathbf{E}}(\omega)|^2$$

Normalmente, é analisada a distribuição espectral por unidade de comprimento  $l$ . Transformando a expressão acima, obtemos:

$$\frac{d^2U_{rad}}{d\omega dl} = \frac{\mu(\omega)q^2\omega}{4\pi} \left( 1 - \frac{1}{\beta_n^2(\omega)} \right) \quad (8)$$

Como (8) é uma função crescente da frequência, a radiação é mais intensa para frequências maiores. Por isso que a radiação de Cherenkov é vista com uma cor azulada. A maioria dos dielétricos transparentes possuem um índice de refração que não varia muito com a frequência na parte visível do espectro, por isso pode-se afirmar que a luz emitida é azul. Confirma-se isso vendo o gráfico da figura 5, que mostra um exemplo de dielétrico transparente. Muito além dessa frequência, na faixa do ultravioleta, não há emissão de radiação, pois como mostra a imagem, o índice de refração é menor que 1 e assim não existe  $\theta_c$  real que satisfaz (1).

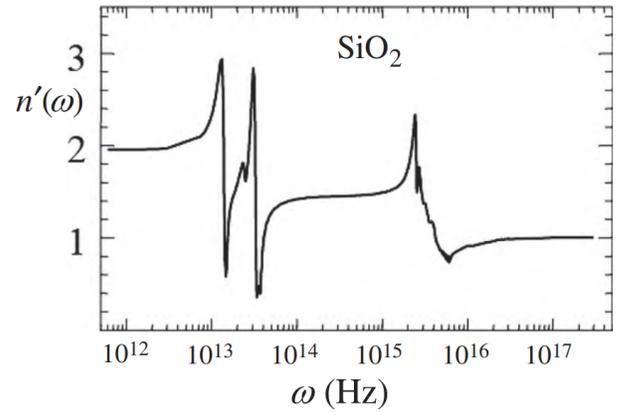


Figura 5: Gráfico do índice de refração por frequência do vidro  $\text{SiO}_2$ . [6], Cap.18

## III. APLICAÇÕES

Algumas das principais aplicações da radiação de Cherenkov serão brevemente discutidas abaixo:

**Biomoléculas** [7]: A radiação de Cherenkov é utilizada para detectar pequenas concentrações de biomoléculas. Também pode ter várias aplicações em biomedicina e seu estudo nessa área tem crescido muito, recentemente.

**Reatores Nucleares**: A radiação de Cherenkov é usada para detectar partículas de altas energias. Em reatores nucleares, a intensidade dessa radiação está relacionada à frequência dos eventos de fissão, assim é uma forma de medida da intensidade da reação.

**Astrofísica**: Esse efeito é utilizado para determinar a fonte e a intensidade de raios cósmicos e portanto, é im-

portante para vários experimentos sobre raios cósmicos. Alguns exemplos são: IceCube, SNO, VERITAS, HESS, etc. Também é usado para determinar propriedades de objetos astronômicos que emitem raios gama, como remanescentes de supernovas. Este trabalho irá focar em apenas uma aplicação, o IceCube, que será explicado abaixo.

### i. IceCube

O IceCube é um observatório de neutrinos localizado no polo sul. Assim como explicado acima, é preciso um meio dielétrico e transparente para ocorrer o fenômeno de Cherenkov. Por isso, foi escolhido o gelo profundo da Antártida que é um dos materiais mais transparentes existentes. Na profundidade do IceCube, o gelo tem mais de 100,000 anos de idade e nele, a luz consegue percorrer até 200 metros. Quando um neutrino interage com átomos no gelo, produz partículas carregadas que emitem uma luz azulada do efeito de Cherenkov.

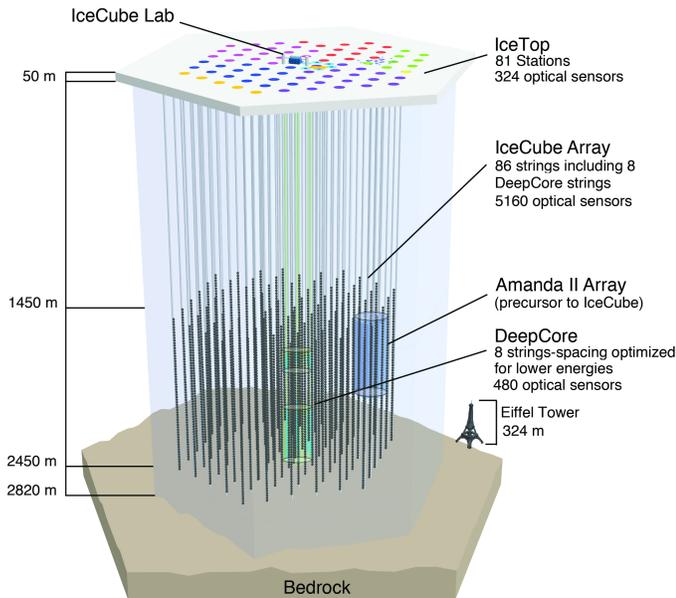


Figura 6: Esquema do IceCube. [8]

Vários detectores, ligados como uma corda cheia de nós, estão enterrados a profundidade de até 2500 metros no gelo, como mostra a figura 6. 81 dessas "cordas" formam uma rede de fotomultiplicadores que coletam e enviam as informações para o laboratório que fica na superfície acima. A partir dos dados, é possível encontrar informações sobre os neutrinos, como sua energia e direção. Os neutrinos podem originar-se não somente de eventos astronômicos, mas a maior parte da própria atmosfera e de raios cósmicos. Por ano, são detectados apenas em torno

de 10 eventos de neutrinos de altas energias, produzidos fora da nossa galáxia. O objetivo do IceCube é o desenvolvimento da ciência, procurando respostas para as mais diversas questões, como a natureza da matéria escura, propriedades dos neutrinos, entre outros. Também nos traz informações de eventos astronômicos, como explosões de estrelas e contribui para os estudos das oscilações dos neutrinos. A colaboração internacional do IceCube conta com 49 instituições em 12 países e para o futuro, estão planejando um ampliado do observatório.

## IV. CONCLUSÃO

A física da radiação de Cherenkov foi discutida neste trabalho, e a partir de seu entendimento, foi possível notar sua importância devido a alta aplicabilidade. É um fenômeno muito interessante que pode ser entendido pela eletrodinâmica, considerando os efeitos relativísticos. Esse efeito tem contribuído para o estudo em diversas áreas da física, como foi exemplificado pelo observatório de neutrinos, IceCube. As suas aplicações ainda estão em estudo, como possíveis utilidades em biomedicina.

## REFERÊNCIAS

- [1] Jackson J. D., *Classical Electrodynamics*, (John Wiley & Sons, Inc., 1962), Capítulo 14.
- [2] <https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Cherenkov.svg> (Imagem 2, acessado em 20/05/18).
- [3] <http://large.stanford.edu/courses/2014/ph241/alaian2/> (An Introduction to Cherenkov Radiation, acessado em 20/05/18).
- [4] <https://link.springer.com/content/pdf/10.1134%2FS106377961003004> (The Mechanism of Vavilov-Cherenkov Radiation, acessado em 20/05/18).
- [5] Courteille Ph. W., *Eletrodinâmica - Aulas em Física para pós-graduação*, (Instituto de Física de São Carlos-USP, 2018), Capítulo 6.
- [6] Zangwill A., *Modern Electrodynamics*, (Cambridge University Press, 2012), Capítulo 23.
- [7] <https://www.ncbi.nlm.nih.gov/pmc/articles/PMC5145313/> (Cherenkov radiation fluence estimates in tissue for molecular imaging and therapy applications, acessado em 20/05/18).
- [8] <https://icecube.wisc.edu/> (Site do IceCube, acessado em 20/05/18).