

Eletricidade e Magnetismo

José Schneider
IFSC-USP

Escola de Física Contemporânea 2012

Eletricidade e Magnetismo

- Carga, campo e potencial elétrico
- Corrente elétrica
- Circuitos de corrente contínua
- Resistência e potência elétrica

- Campo magnético
- Leis de Ampere e Faraday
- Indutores
- Corrente alternada: circuitos RLC
- Ressonância

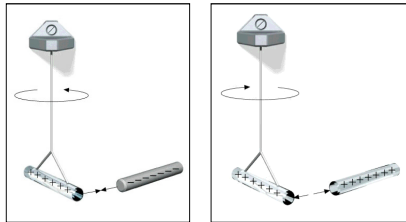
Carga elétrica

Processos de eletrização:

- Atrito
- Contacto com corpos carregados
- Indução: proximidade com corpos carregados

Tipos de carga:

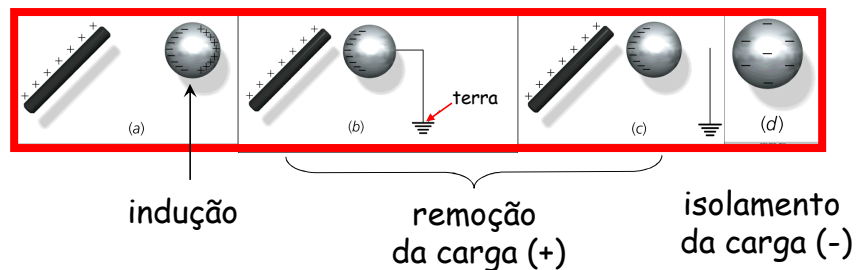
- Polaridade: atração e repulsão



Tipos de materiais:
Condutores e isolantes

Carga elétrica

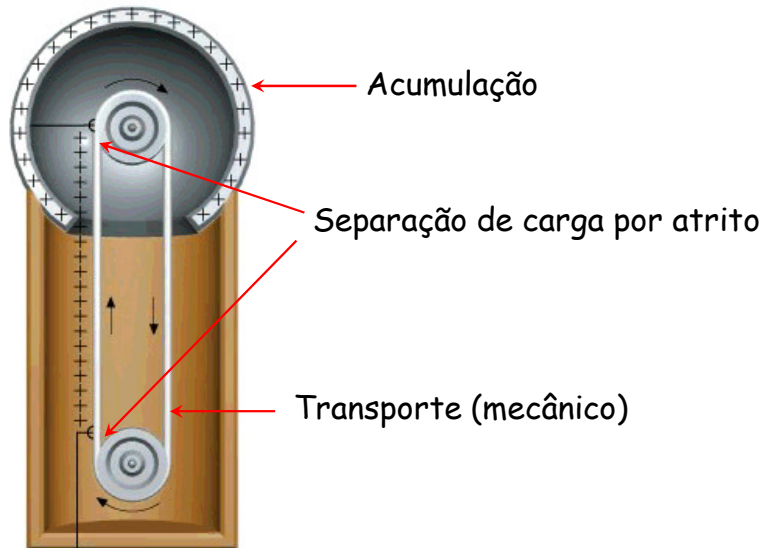
A carga de uma polaridade pode ser separada de corpos inicialmente neutros



A carga é conservada: Não se cria ou destrói

A matéria é eletricamente neutra

Gerador Van der Graff



O que é a carga elétrica ?

Fluido contínuo ou partículas ?

- J.J.Thomson (1897)

- A carga elétrica está quantizada: múltiplos de uma carga elementar.

- Partículas carregadas (-), os **elétrons**, são emitidas por metais aquecidos (efeito termo-iônico).

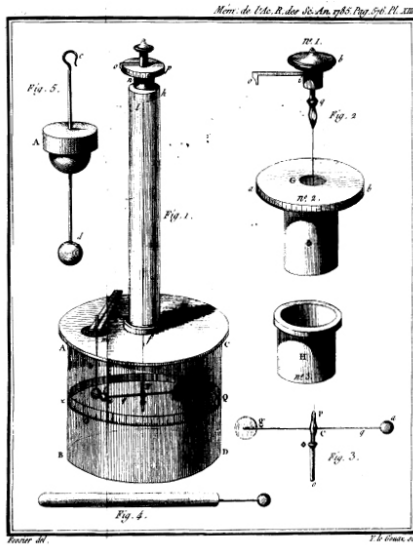
- Atualmente sabemos que o elétron tem:

carga: $-e$ $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ Coulomb (Robert Millikan, 1914)

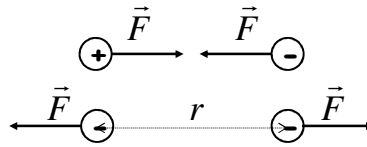
massa: $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31}$ Kg

Força elétrica: Lei de Coulomb

Charles Coulomb (1780): Balança de torção



$$F = k \frac{q_1 \cdot q_2}{r^2} \quad \text{cargas pontuais}$$



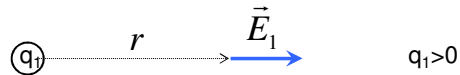
Unidade de carga elétrica:
Coulomb

Sistema Internacional (MKS):

$$k = 8,99 \cdot 10^9 \frac{N \cdot m^2}{C^2}$$

Campo elétrico

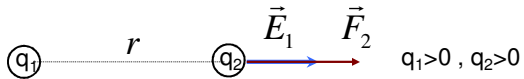
$$E_1 = k \frac{q_1}{r^2}$$



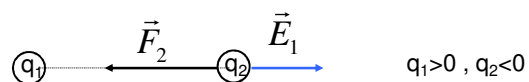
A carga q_1 produz um campo elétrico E_1 no espaço vizinho, exista ou não uma outra carga nesse ponto!

Uma carga q_2 ("carga de prova") colocada em r experimenta uma força proporcional ao campo elétrico:

$$F_2 = q_2 E_1$$



$$F_2 = q_2 k \frac{q_1}{r^2}$$



Lei de Coulomb

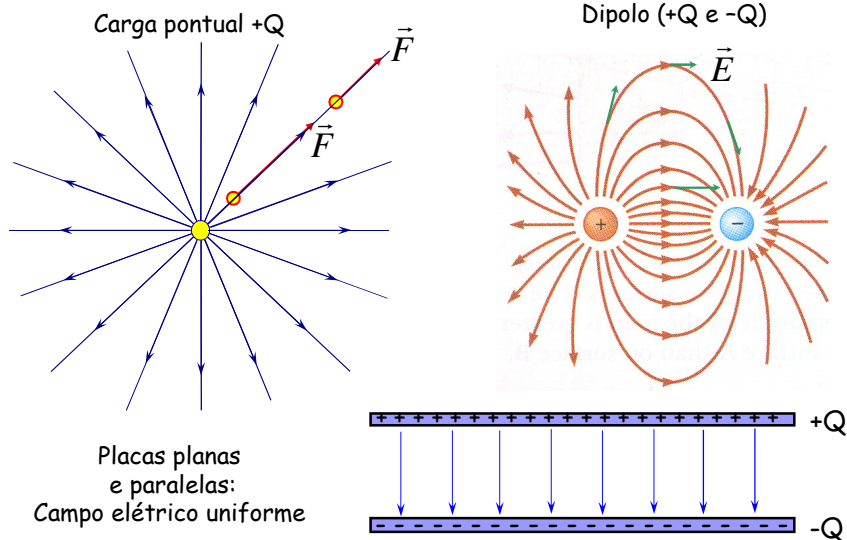
Força e Campo Elétricos

$$\vec{F} = q \vec{E}$$

Força sobre a carga de prova Carga de prova Campo elétrico (produzido por outras cargas)

Campo elétrico: linhas de campo $\vec{F} = q \vec{E}$

- Indicam a direção da força sobre uma carga de prova positiva.
- Densidade de linhas: proporcional à intensidade



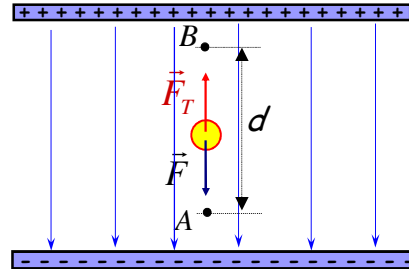
Trabalho e Potencial elétrico

Qual é o trabalho que devemos fazer para deslocar uma carga de prova q numa região de campo elétrico uniforme?

Trabalho feito pela força F_T para deslocar a carga entre os pontos A e B:

$$W_{AB} = F_T d$$

$$W_{AB} = q E d$$



Diferença de Potencial elétrico:
trabalho por unidade de carga transportada entre A e B

$$V_{AB} = \frac{W_{AB}}{q} = E d$$

Potencial elétrico

$$V = E d$$

(para campo uniforme)

Este trabalho por carga é independente do caminho escolhido para fazer o transporte para pontos separados numa distância d .

Unidades do potencial elétrico:

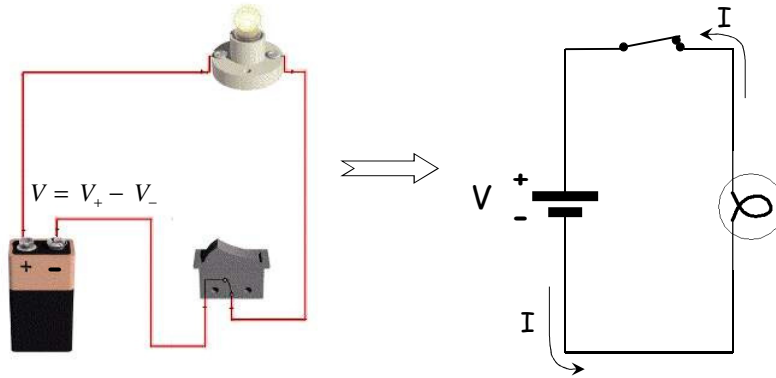
$$[V] = [\text{Trabalho}] / [\text{Carga}] = \text{Joule} / \text{Coulomb} = \text{Volt}$$

Unidades do campo elétrico:

$$[E] = [\text{Força}] / [\text{Carga}] = \text{Newton} / \text{Coulomb} = \text{Volt/m}$$

Circuitos elétricos

Conjunto de condutores que transportam cargas elétricas através de um trajeto fechado.

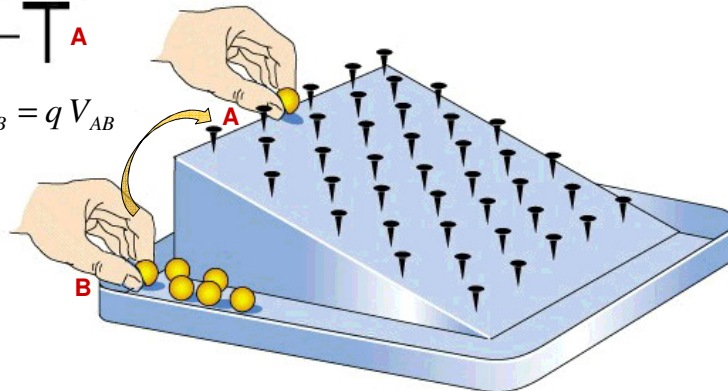


V : Diferença de potencial entre os extremos da bateria:
Trabalho por elétron para deslocá-lo ao longo do circuito.

Bateria

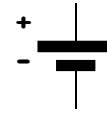
V  V : diferença de potencial entre os extremos

$$W_{AB} = q V_{AB}$$



Faz trabalho sobre as cargas para elas se deslocarem pelo circuito.

Bateria de potencial V



Faz trabalho $W = V e$ para transportar um elétron entre o terminal (+) e o terminal (-)

Exemplo: trabalho *por elétron* feito pela bateria de 1,5 Volt:

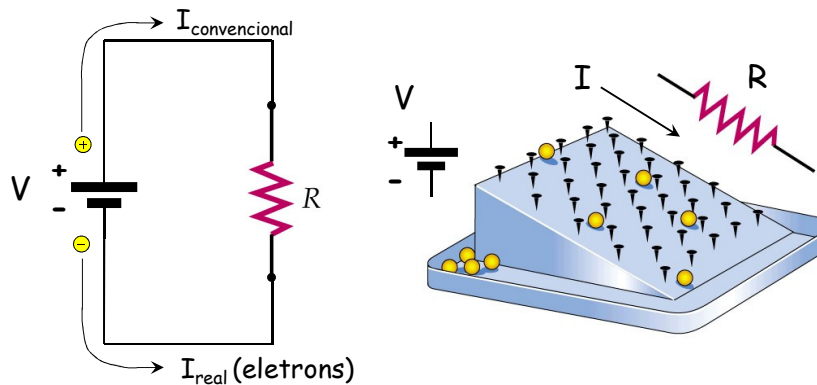
$$W = 1,5\text{Volt} \times 1,6 \cdot 10^{-19}\text{C} = 2,4 \cdot 10^{-19}\text{Joule}$$

Compare:

Trabalho para levantar uma massa de 1Kg até 1m de altura

$$W = m g h = 1\text{Kg} \times 9,8\text{m/s}^2 \times 1\text{m} = 9,8 \text{ Joule}$$

Circuitos elétricos: corrente e resistência



- **Corrente (I)**: deslocamento das cargas através dos fios
- **Resistência (R)**: oposição do material à passagem de corrente. Transferência de energia cinética das cargas para vibrações do sólido, através de colisões.

Condução em metais

Metal:

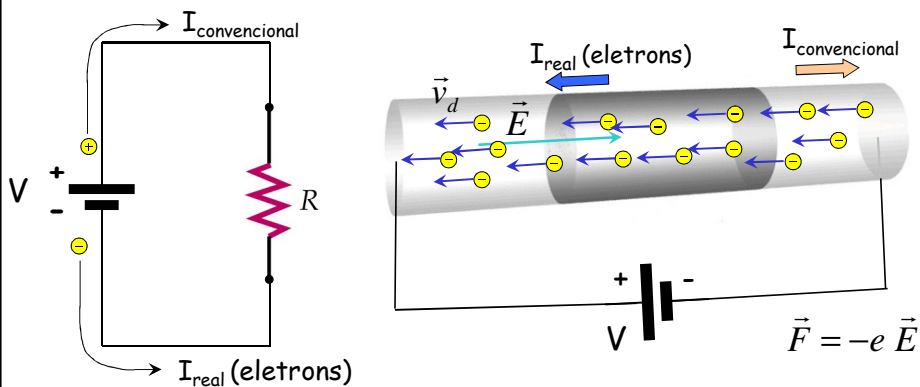
Íons positivos fixos e elétrons livres.
(não ligados a nenhum átomo em particular)

Cada átomo contribui com um certo número de elétrons livres.

Exemplo:

No cobre, 1 elétron por átomo
No zinco, 2 elétrons por átomo

Circuitos elétricos: corrente de cargas

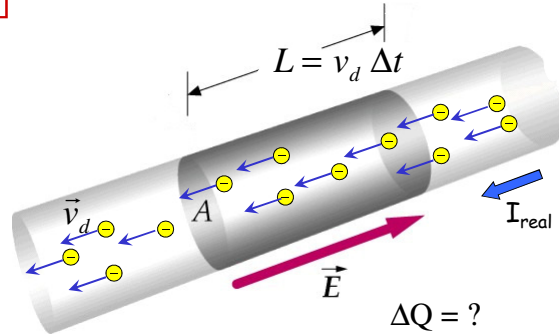


- A diferença de potencial aplicada sobre o condutor cria um campo elétrico no interior.
- Corrente: movimento coletivo das cargas livres causado pelo campo aplicado.

Corrente elétrica

$$I = \frac{\Delta Q}{\Delta t}$$

Carga elétrica ΔQ que atravessa uma seção A do condutor durante um tempo Δt .



n : Densidade de portadores: número de elétrons por unidade de volume

$$I = \frac{e n (A v_d \Delta t)}{\Delta t} = e n v_d A$$

Valores típicos de densidade de portadores

Metal	n (10^{28} elétrons/ m^3)
Prata	5,86
Cobre	8,47
Alumínio	18,1
Zinco	13,2

Unidades de corrente:

$$[I] = [Carga]/[tempo] = \text{Coulomb /segundo} = \text{Ampere}$$

Valores típicos de velocidade de arrasto

$$I = e n v_d A \rightarrow v_d = \frac{I}{e n A}$$

Para uma corrente de 1 Ampere circulando por um fio de cobre de 0,5mm de raio:

$$v_d = \frac{1 A}{1,6 \cdot 10^{-19} C \cdot 8,47 \cdot 10^{28} \pi \cdot 0,0005^2 m^2}$$

$$v_d = 9,4 \cdot 10^{-5} m/s \approx 0,1 mm/s$$

Lei de Ohm

George Simon Ohm (1850)

$$I = \frac{V}{R}$$

V: Diferença de potencial nos extremos do resistor R

I: Corrente através do resistor

R: resistência

- Bons condutores: baixa resistência

- Isolantes: alta resistência

$$R = \rho \frac{l}{A}$$

ρ : Resistividade do material

l : Comprimento do condutor

A : Área perpendicular à corrente

$$\rho = \rho_{T_o} (1 + \alpha (T - T_o))$$

Em metais: ρ aumenta linearmente com a temperatura.

Unidades de resistência: **Ohm**

$$\Omega = \text{Volt} / \text{Ampere}$$



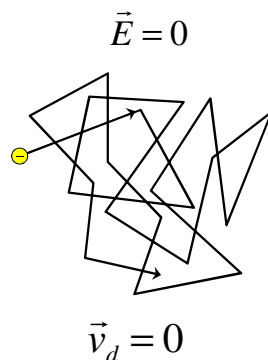
Valores típicos de resistividade ρ (20°C)

<i>Prata</i>	$1,6 \cdot 10^{-8} \Omega.m$
<i>Cobre</i>	$1,7 \cdot 10^{-8} \Omega.m$
<i>Alumínio</i>	$2,8 \cdot 10^{-8} \Omega.m$
<i>Tungstênio</i>	$5,8 \cdot 10^{-8} \Omega.m$
<i>Grafite</i>	$3 \cdot 10^{-5} \Omega.m$
<i>Vidro</i>	$10^{10} \Omega.m$
<i>Borracha</i>	$10^{13} \Omega.m$

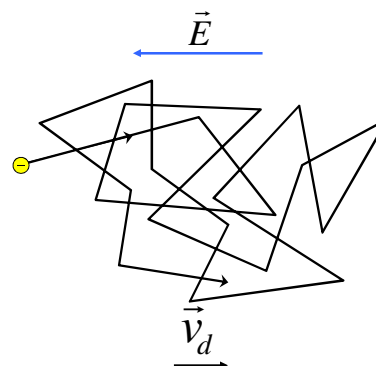
Resistência elétrica: visão em escala microscópica

"Colisões":

Os elétrons transferem energia cinética para os movimentos oscilatórios dos íons no material.



Deslocamento médio nulo.



Há deslocamento médio dos elétrons devido à força elétrica.

Condução elétrica: modelo microscópico

- Os elétrons sofrem colisões, em média a cada intervalo de tempo τ . (bons condutores: τ longo)
- Entre colisões somente atua a força elétrica: $\vec{F} = -e \vec{E}$

$$\vec{F} = m \vec{a} \quad \rightarrow \quad \vec{a} = \frac{-e \vec{E}}{m} \quad \text{Movimento uniformemente acelerado na direção do campo:}$$

$$\vec{v}(t) = \underbrace{\vec{v}_0}_{\text{Velocidade após uma colisão em } t=0} + \underbrace{\frac{-e \vec{E}}{m} t}_{\text{Componente da velocidade na direção do campo}}$$

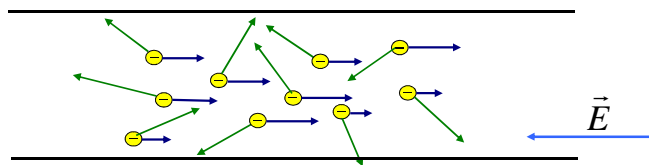
Velocidade após uma colisão em $t = 0$: direção ao acaso, diferente para cada elétron

Componente da velocidade na direção do campo: mesma para todos os elétrons

Cálculo da velocidade de arrasto

$$\vec{v}(t) = \vec{v}_0 + \frac{-e \vec{E}}{m} t$$

Num dado instante, as velocidades v_0 estão orientadas ao acaso:



Portanto as velocidades v_0 não contribuem, em média, à corrente total.

Velocidade de arrasto v_d :
Valor médio do termo apontando na direção do campo elétrico

$$v_d = \frac{e E}{m} \tau$$

τ : tempo médio entre colisões

Condução elétrica: modelo microscópico

Velocidade de arrasto:

$$v_d = \frac{e E}{m} \tau$$

Definição de corrente:

$$I = e n v_d A$$

Podemos substituir esta velocidade na expressão da corrente:

$$I = \frac{e^2 n \tau A}{m} E = \frac{e^2 n \tau A}{m} \frac{V}{l}$$

campo E uniforme dentro do condutor de comprimento l

Resultando a Lei de Ohm!

$$I = \frac{V}{R}$$

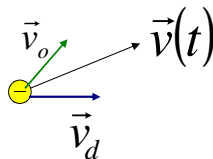
sendo a resistência:

$$R = \frac{m}{e^2 n \tau} \frac{l}{A}$$

Podemos identificar a resistividade do material: (não depende da geometria do condutor).

$$\rho = \frac{m}{e^2 n \tau}$$

Velocidades: ordens de grandeza



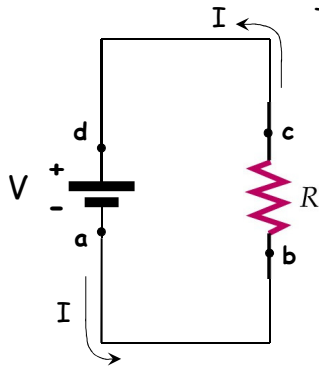
Velocidade de arrasto, para o exemplo do fio de cobre ($I=1A$ e 1mm de diâmetro):

$$v_d \approx 10^{-4} \text{ m/s}$$

Velocidade total instantânea típica: $v(t) = 1,6 \cdot 10^6 \text{ m/s}$

Caminho livre médio entre colisões: $d = 3,9 \cdot 10^{-8} \text{ m} = 390 \text{ \AA}$

Diferenças de potencial sobre um circuito



Trabalho feito sobre um elétron em cada trecho:

$$\underline{d \rightarrow a} : V_{da} = V \quad \text{Trabalho da bateria}$$

$$\underline{a \rightarrow b} : V_{ab} = 0 \quad \text{A resistência do fio é desprezível}$$

$$\underline{b \rightarrow c} : V_{bc}$$

$$\underline{c \rightarrow d} : V_{cd} = 0$$

Conservação da energia:

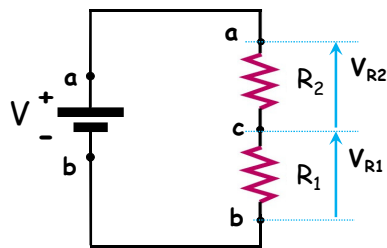
o trabalho líquido sobre o trajeto fechado deve ser nulo

$$0 = V_{da} + V_{ab} + V_{bc} + V_{cd} \quad \text{Lei de Kirchoff}$$

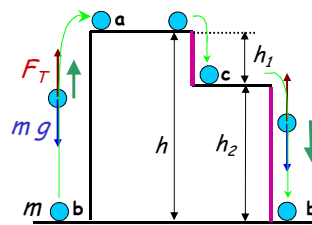
$$0 = V + V_{bc} \Rightarrow V_{bc} = -V \Rightarrow \boxed{V_{cb} = V}$$

Lei de Kirchoff em circuitos

Dois resistores em série



Análogo mecânico: potencial gravitatório



$$\underline{a \rightarrow b} : W_{b \rightarrow a} = q V_{ab} = q V$$

$$\underline{b \rightarrow c} : W_{a \rightarrow c} = q V_{ca} = -q V_{R1}$$

$$\underline{c \rightarrow a} : W_{c \rightarrow b} = q V_{bc} = -q V_{R2}$$

$$\underline{b \rightarrow a} : W_{b \rightarrow a} = E_{pb} - E_{pa} = m g h$$

$$\underline{a \rightarrow c} : W_{a \rightarrow c} = E_{pc} - E_{pa} = -m g h_1$$

$$\underline{c \rightarrow b} : W_{c \rightarrow b} = E_{pb} - E_{pc} = -m g h_2$$

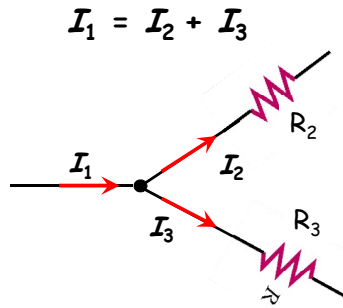
Conservação da energia no percurso fechado:

$$0 = W_{b \rightarrow a} + W_{a \rightarrow c} + W_{c \rightarrow b}$$

$$0 = qV - qV_{R1} - qV_{R2} \Rightarrow \boxed{V = V_{R1} + V_{R2}} \xrightarrow{\text{ôhmicos}} \boxed{= I R_1 + I R_2}$$

Lei de Kirchoff para correntes

Conservação da carga elétrica no nó:



Potência elétrica

Trabalho feito no deslocamento de carga por unidade de tempo: $P = \frac{\Delta W}{\Delta t}$

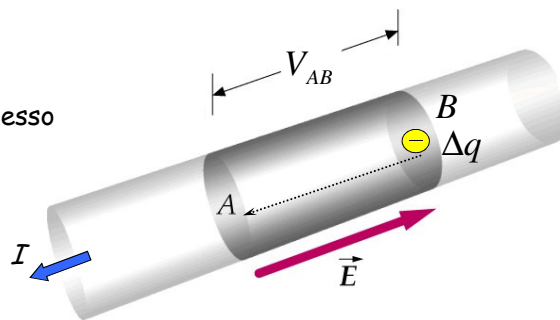
Trabalho para deslocar uma quantidade de carga Δq entre dois pontos de um material resistivo:

$$\Delta W = \Delta q V$$

Considerando que este processo demora um tempo Δt :

$$\frac{\Delta W}{\Delta t} = \frac{\Delta q V}{\Delta t}$$

↑ ↑
potência P corrente I



$$P = I V$$

ou, usando a Lei de Ohm:

$$P = \frac{V^2}{R}$$

Unidades de Potência

$$\text{Watt} = \text{Joule/segundo} = \text{Ampere} \times \text{Volt}$$

Resistividade: Efeito Joule

A potência elétrica entregue pela bateria é transformada em calor, aumentando a temperatura do material:

transferência da energia cinética dos elétrons às vibrações dos íons no material.

Capacitância

Quanta carga pode armazenar um condutor, dado um potencial V fixo?

$$C = \frac{Q}{V}$$

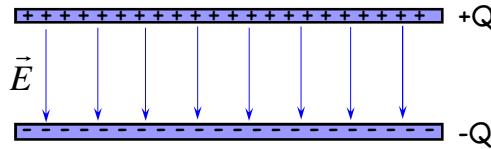
Unidades de Capacitância

$$\text{Faraday} = \text{Coulomb/Volt}$$

Capacitância $C = \frac{Q}{V}$

Exemplo: duas placas condutoras planas e paralelas

$$C = \frac{1}{4\pi k} \frac{A}{d}$$



Para $A = 1\text{cm}^2$ e $d=1\text{mm}$ $\rightarrow C = 0,9 \text{ pF}$

$$Q = C V$$

Para $V = 1 \text{ Volt}$ $\rightarrow 5,6 \cdot 10^6$ elétrons adicionais na placa carregada negativamente

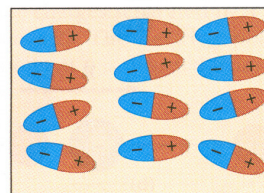
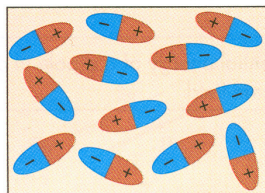
Dielétricos

A capacidade pode ser aumentada preenchendo o espaço entre as placas com materiais isolantes dielétricos.

Material dielétrico

Isolante: as cargas não podem se deslocar.

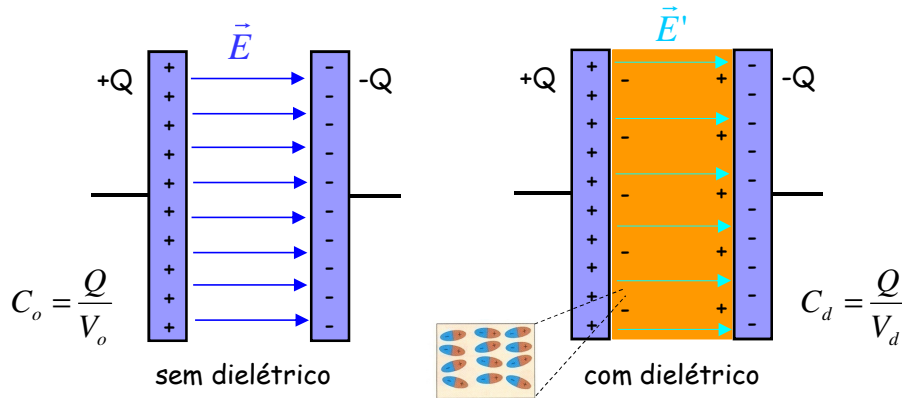
Polarizável: existe alinhamento de *dipolos elétricos*, atômicos ou moleculares, com os campos elétricos externos.



Exemplos: plásticos, vidro, água, óleo

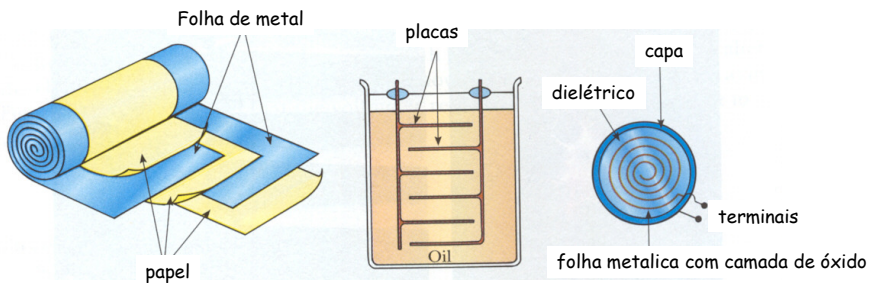


Capacitor de placas planas paralelas: efeito do dielétrico



- O campo elétrico no capacitor agora é menor, portanto a diferença de potencial é menor: $V_d < V_o$.
- Como a carga Q sobre a placa é a mesma, então C aumentou: $C_o < C_d$

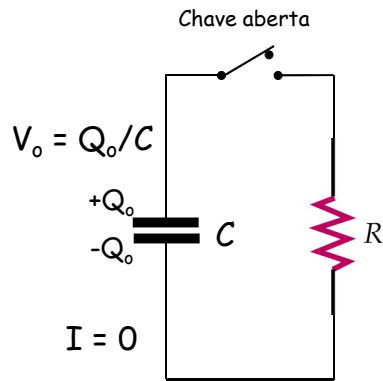
Tipos de capacitores



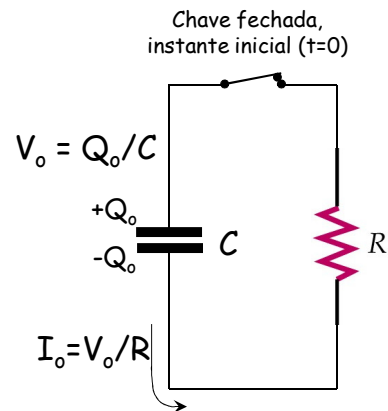
Dielétrico	C_d/C	Máximo E (Volt/m)
Vácuo	1,00000	----
Ar	1,00059	$3 \cdot 10^6$
Quartzo	3,78	$8 \cdot 10^6$
Poliestireno	2,56	$24 \cdot 10^6$
Nylon	3,4	$14 \cdot 10^6$
Papel	3,7	$16 \cdot 10^6$
Oleo	2,5	$15 \cdot 10^6$

Descarga de um capacitor: circuito R-C

Capacitor inicialmente carregado



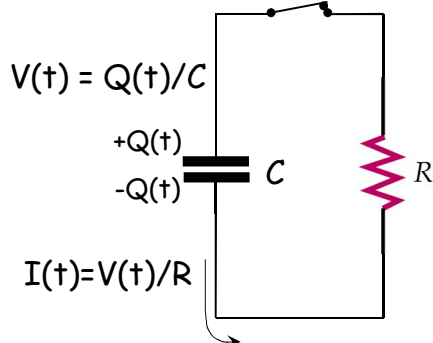
Início da descarga



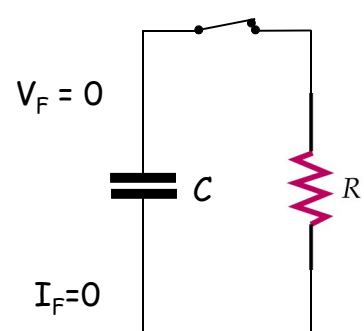
Passagem de carga desde uma placa até a outra através do circuito

Descarga de um capacitor: circuito R-C

Processo de descarga:
 $Q(t) < Q_0$



Fim da descarga:
 $Q = 0$

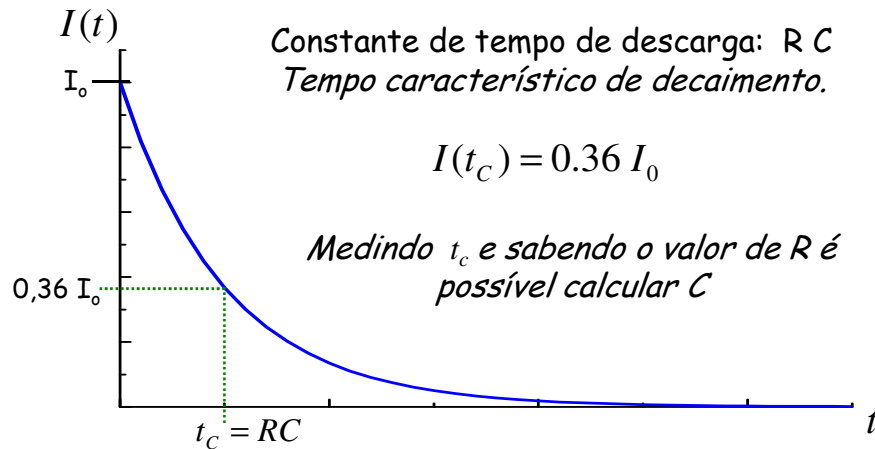


As placas são progressivamente neutralizadas, diminuindo V e I .

Descarga de um capacitor: Constante de tempo

A corrente no circuito decresce exponencialmente.

$$I(t) = I_0 e^{-\frac{t}{RC}} \quad V(t) = V_0 e^{-\frac{t}{RC}}$$

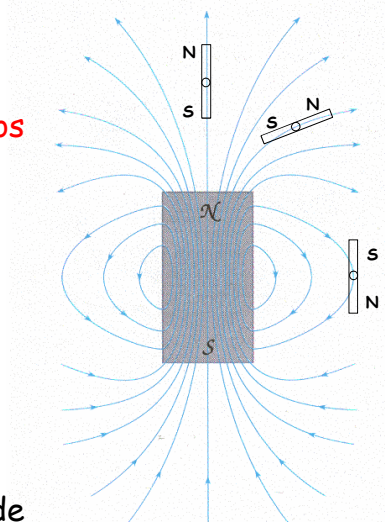


Aplicações:

- Temporizadores eletrônicos
- Conversores de corrente alternada para contínua (retificadores)

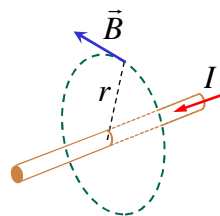
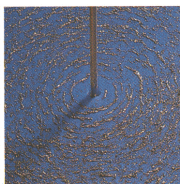
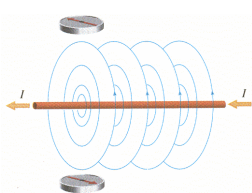
Campo magnético

- Força entre barras magnéticas. Bussolas. (2600AC)
- Peter de Maricourt (1269): **dipolos magnéticos**.
- William Gilbert (1600): linhas de campo magnético
- Linhas de campo: mapeamento a partir da orientação de agulhas (torque)
- Oersted e Ampere (1820): ação de correntes elétricas sobre bussolas.



Lei de Ampere

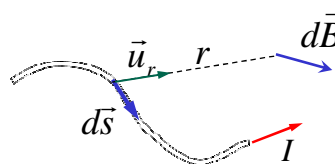
Campo magnético produzido por uma corrente elétrica (fio retilíneo):



$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

[Tesla]

Cálculo do campo para geometrias mais complexas:
Lei de Biot-Savart



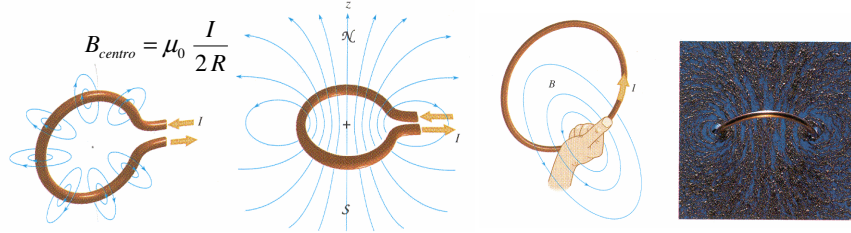
$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi r^2} d\vec{s} \times \vec{u}_r$$

$$\vec{B} = \int_{\text{fio}} d\vec{B}$$

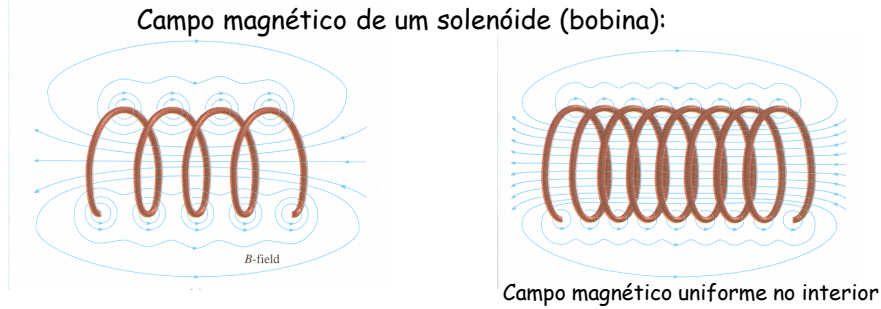
$$\mu_0 = 4\pi 10^{-7} \text{ T m / A}$$

Exemplos

Campo magnético de uma espira (campo de **dipolo magnético**):



Campo magnético de um solenóide (bobina):



Força magnética

Dependente da carga elétrica e da velocidade de partícula.

$$\vec{F}_M = q \vec{v} \times \vec{B}$$



Força eletromagnética (Força de Lorentz):

$$\vec{F} = q (\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$$

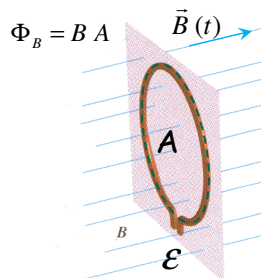
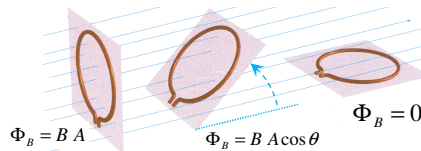
Lei de Faraday

Força eletromotriz induzida (fem)

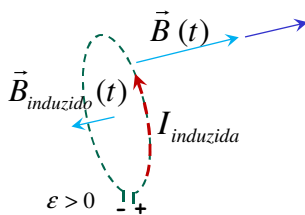
$$\mathcal{E} = - \frac{d\Phi_B}{dt}$$

Varição de fluxo de campo magnético (área A)

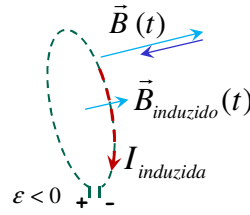
Varição de fluxo :
 - campos magnéticos dependentes do tempo
 - variação de orientação ou geometria da superfície.



B aumentando:



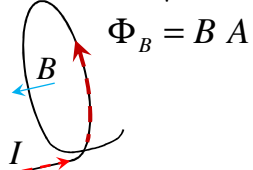
B diminuindo:



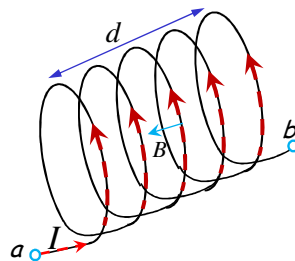
Lei de Lenz: O campo induzido sempre se opõe à variação do campo indutor.

Indutor (solenóide)

Uma espira :



$$\Phi_B = B A$$



Indutor: N espiras

$$\Phi_B = B A N$$

$$B = \mu_0 I \frac{N}{d}$$

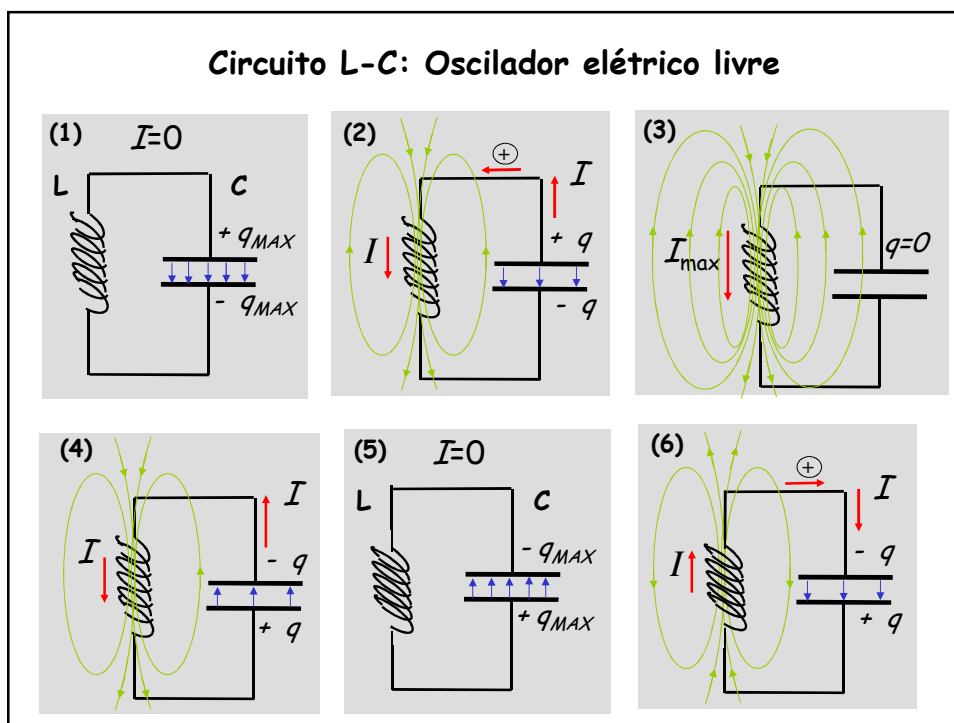
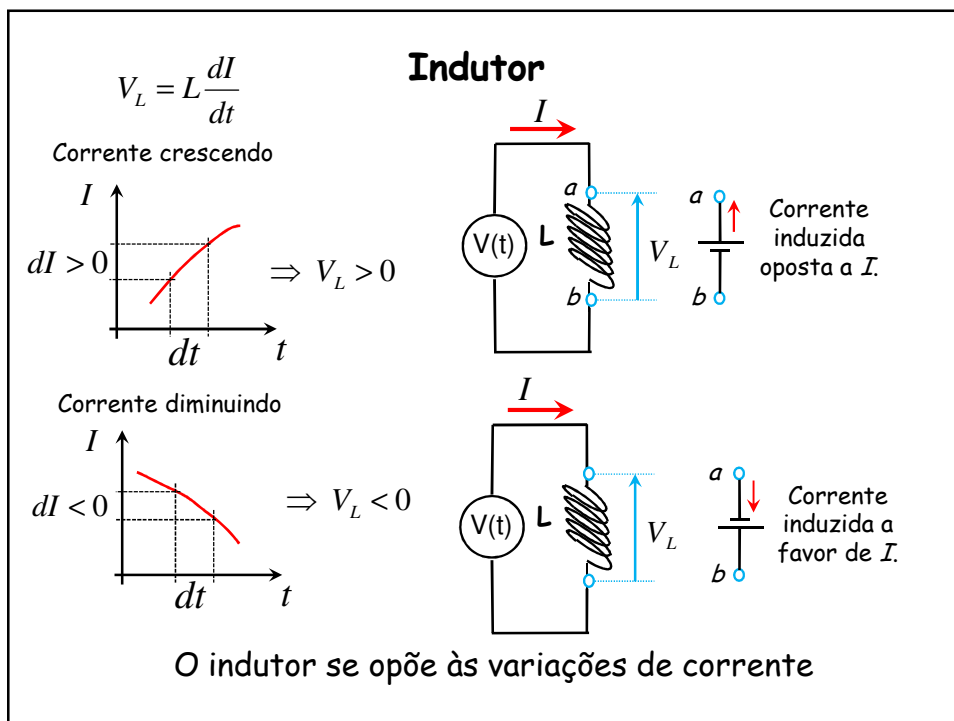
$$\mathcal{E} = - \frac{d\Phi_B}{dt} = - \underbrace{\mu_0 A \frac{N^2}{d}}_L \frac{dI}{dt} = -L \frac{dI}{dt}$$

L : indutância

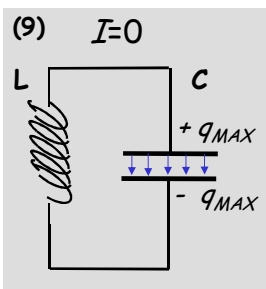
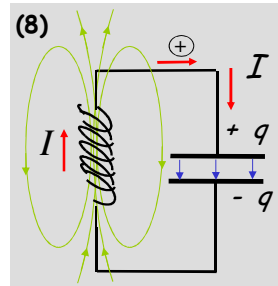
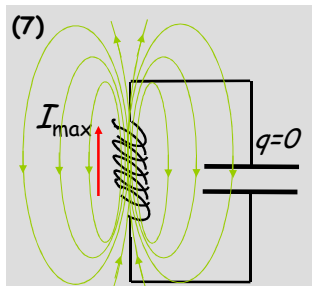
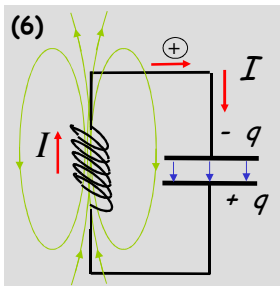
Unidades de Indutância: **Henry** = Volt seg./Ampere

\mathcal{E} : diferença de potencial entre b e a

$$\mathcal{E} = V_{ba} = -V_{ab}$$



Circuito L-C: Oscilador elétrico livre



Ressonância:

Oscilação da corrente e dos campos E e B com frequência característica:

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

Osciladores elétricos

➤ Oscilador elétrico livre:

- Resistência elétrica desprezível.
- Não há dissipação de energia elétrica.
- Oscilações com amplitude constante.

➤ Oscilador elétrico amortecido:

- Existe resistência elétrica e dissipação ($P = I^2 R$).
- Decréscimo exponencial amplitudes das oscilações.

➤ Oscilador elétrico forçado:

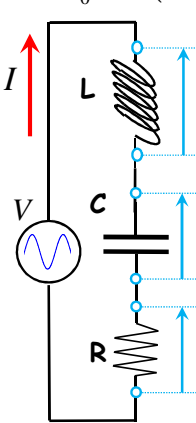
- Existe resistência elétrica e dissipação.
- Uma fonte de voltagem compensa a dissipação.

Oscilações mecânicas e elétricas

Mecânica (massa-mola)	Elétrica (circuito R-L-C)
Energia cinética: $mv^2/2$	Energia magnética: $Li^2/2$
Energia elástica: $k(x-x_0)^2/2$	Energia elétrica: $(1/C)q^2/2$
Posição: x	Carga elétrica: q
Velocidade: $v = \Delta x / \Delta t$	Corrente: $i = \Delta q / \Delta t$
Massa: m	Indutância: L
Constante de força da mola: k	Capacitância (inversa): $1/C$
Coeficiente de atrito: γ	Resistência elétrica: R
Frequência de ressonância:	
$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$	$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$

Circuito RLC série

$I = I_0 \text{sen}(\omega t)$



$V_L = L \frac{dI}{dt} = L \omega I_0 \cos(\omega t)$

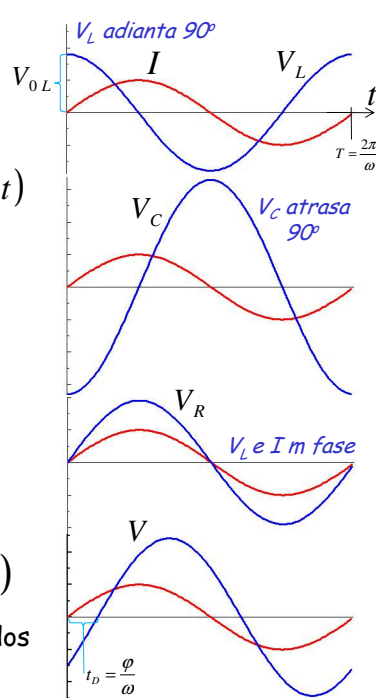
$V_C = \frac{q}{C} = -\frac{I_0}{C \omega} \cos(\omega t)$

$V_R = I R = R I_0 \text{sen}(\omega t)$

$V(t) = V_L(t) + V_C(t) + V_R(t)$

A corrente I e o potencial V estão defasados

$V = V_0 \text{sen}(\omega t + \varphi)$



V_L adianta 90°

V_C atrasa 90°

V_L e I em fase

$t_d = \frac{\varphi}{\omega}$

