

Lista 4 - Física Estatística FCI0319

Para correção, entregue somente os exercícios marcados por ♥.

1. Reif: 9.1, ♥9.3, 9.4, 9.5, 9.9, 9.10

2. Férmions ou bósons?

Classifique os seguintes átomos neutros como férmions ou bósons: ^{23}Na , ^{40}K , ^{87}Rb .

3. Contando estados

Considere um sistema quântico cujo espaço de Hilbert consiste de 3 estados ortonormais $|n\rangle$, com $n = 1, 2, 3$. Além disso, 3 partículas não interagentes ocupam esses estados. Determine quantos estados físicos distintos existem quando as três partículas são:

- 3 férmions idênticos.
- 3 bósons idênticos.
- 2 férmions idênticos e 1 bóson.
- 3 férmions distintos.

♥4. “Atratividade” de bósons não interagentes

No limite de altas temperaturas, podemos aproximar a distribuição de Bose-Einstein por $n(\epsilon) = [e^{\beta(\epsilon-\mu)} - 1]^{-1} \approx e^{-\beta(\epsilon-\mu)}(1 + e^{-\beta(\epsilon-\mu)})$, onde mantemos a primeira correção ao resultado clássico da distribuição de Maxwell-Boltzmann. Usando essa aproximação juntamente com o resultado $\bar{p}V = \frac{2}{3}\bar{E}$ (Reif: prob. 9.5), mostre que a primeira correção à equação de estado do gás ideal clássico para bósons com massa m é da forma

$$pV = Nk_B T \left[1 - \frac{1}{2} \left(\frac{\pi \hbar^2}{mk_B T} \right)^{3/2} \frac{N}{V} \right].$$

Note que a redução da pressão decorre da estatística quântica (em outras palavras, do postulado de simetrização para bósons) e não de efeitos de interação atrativa.

♥5. Corpo negro bidimensional

- Deduza a lei de radiação de Planck [vide Eq. (9.13.10) do Reif] para fótons que se movem em duas dimensões.
- Usando o resultado do item anterior, deduza a versão bidimensional da lei de Stefan-Boltzmann.

6. Plasma solar

O plasma no interior do Sol tem as seguintes propriedades: temperatura $T = 1.6 \times 10^7$ K, densidade de hidrogênio $\rho_H = 6 \times 10^4$ kg/m³, densidade de hélio $\rho_{He} = 1 \times 10^5$ kg/m³. Assumindo que o gás é não interagente,

- determine se os elétrons, prótons e partículas α (núcleos de hélio) no plasma estão no regime de gás não degenerado (clássico) ou degenerado (quântico);
- estime a pressão total do gás de partículas no interior do Sol;
- estime a pressão de radiação e compare com o resultado do item (b).

7. Ausência de condensados livres em baixas dimensões

Mostre que a temperatura de condensação para bósons em duas dimensões é nula (e portanto não existe condensação de Bose-Einstein para um gás bidimensional uniforme no limite termodinâmico) [1].

♥8. Calor específico de um condensado

(Salinas, cap. 10, prob. 1.) Considere um sistema de N bósons não-interagentes com massa m e spin nulo ocupando um volume V .

- Deduza as expressões para a entropia acima e abaixo da temperatura de condensação T_c .
- A partir da expressão para a entropia, calcule o calor específico a volume constante abaixo e acima de T_c .
- Faça um gráfico do calor específico em função da temperatura.

[1] Entretanto, é possível ter condensados em baixas dimensões se o gás estiver armadilhado.