

## Lista 10 - FCM0102

1. Uma casca esférica espessa, de material com a condutividade térmica  $k$ , tem o raio interno  $r_1$  e o externo  $r_2$ . O interior da casca é mantido na temperatura  $T_1$  e o exterior na temperatura  $T_2$ . Queremos demonstrar que a corrente térmica na casca esférica é dada por

$$I = \frac{4\pi k r_1 r_2}{r_2 - r_1} (T_1 - T_2). \quad (1)$$

Imagine uma fina casca esférica no interior da casca espessa de raio  $r$  e a espessura  $dr$ .

(a) Por que a corrente térmica através de qualquer uma dessas finas cascas (com  $r_1 < r < r_2$ ) deve ser sempre a mesma?

(b) Determine a corrente térmica  $I$  através de uma dessas finas cascas, em termos da área  $A = 4\pi r^2$ , da espessura  $dr$  e da diferença de temperatura  $dT$  entre suas superfícies.

(c) Integre a expressão do item anterior e mostre a Eq. (1).

(d) Mostre que quando  $r_1$  e  $r_2$  forem muito maiores do que  $r_2 - r_1$ , a Eq. (1) coincide com a

$$I = kA \frac{\Delta T}{\Delta x}.$$

2. Um balão para armazenamento de hélio líquido tem um “super-isolamento” de 7 cm de espessura, constituído por um grande número de delgadas folhas de Mylar aluminizadas. A taxa de evaporação do líquido em um balão de 200  $\ell$  é cerca de 0,700  $\ell$  por dia. Vamos admitir que o balão seja esférico e que a temperatura ambiente seja de 20 °C. A densidade relativa do hélio líquido é 0,125 e o seu calor latente de vaporização é 21,0 kJ/kg. Estime a condutividade térmica do “super-isolamento”.

3. Um corpo, inicialmente na temperatura  $T_i$  encontra-se numa sala com a temperatura  $T_f$ . Suponha que o resfriamento se faz conforme a lei de Newton,  $dQ/dt = hA(T - T_f)$ , com  $A$  a área do corpo,  $h$  o coeficiente superficial de transferência de calor, e  $T$  a temperatura instantânea do corpo.

(a) Mostre que a temperatura  $T$ , em função do tempo  $t$ , é dada por  $T = T_f + (T_i - T_f) \exp(-hAt/C)$ , onde  $C$  é a capacidade térmica do corpo.

(b) Calcule a quantidade total de calor  $Q$  conduzida como função do tempo.

(c) Calcule o tempo que leva para o corpo atingir a temperatura  $\frac{T_i + T_f}{2}$ .

4. Um disco maciço, de raio  $R$  e massa  $M$ , gira num ambiente em que não há atrito, com a velocidade angular  $\omega_1$  na temperatura  $T_1$ . A temperatura do disco, num certo tempo, passa a  $T_2$ . Sendo  $\alpha$  o coeficiente de expansão linear do disco, calcule a nova velocidade angular  $\omega_2$ , a energia cinética de rotação  $K_2$ , e o momento angular  $L_2$ .

5. Num dia frio de inverno, onde a temperatura do ar sobre um lago é  $T_{\text{ar}}$  (menor que a temperatura de fusão  $T^*$  da água), gelo sobre a água começa a ser formado. A água sob o gelo permanece na temperatura de fusão  $T^*$ . Sendo  $\rho$  e  $k$  a densidade e condutividade térmica do gelo, respectivamente, e  $L$  o calor latente de fusão da água, calcule a espessura da camada de gelo  $\ell$  como função do tempo  $t$  decorrido após o início do processo de congelamento. Usando que  $k = 4 \cdot 10^{-3}$  cal/s cm °C,  $\rho = 0,92$  g/cm<sup>3</sup> e  $L = 80$  cal/g, qual a espessura da camada de gelo formada após 1 hora de congelamento quando  $T_{\text{ar}} = -10$  °C?

6. Salmoura a  $-16$  °C circula através de tubos de cobre, com paredes de 1,5 mm, para resfriar a 0 °C uma sala refrigerada. O diâmetro de cada tubo é muito grande diante da espessura das paredes. Qual a diminuição relativa da transferência de calor através dos tubos quando houver uma camada de 5 mm de gelo cristalizada sobre a superfície externa?

7. Um tubo condutor de vapor de água, de comprimento  $L$ , está isolado por uma camada de material com a condutividade térmica  $k$ . Calcular a taxa de transferência de calor se a temperatura no exterior do isolamento for de  $t_1$  a temperatura no interior for  $t_2$ , o raio externo do isolamento for  $r_1$  e o interno  $r_2$ .

8. Calcule  $\lambda_{\text{máx}}$  (o comprimento de onda no qual a potência máxima é emitida por irradiação) para os seguintes casos:

- (a) para a pele humana,
- (b) para a radiação cósmica de fundo.

9. Qual a faixa de temperaturas nas superfícies das estrelas para qual  $\lambda_{\text{máx}}$  está no visível?

10. Sabe-se que a luminosidade da estrela Rigel é aproximadamente  $1,2 \cdot 10^5 L_{\odot}$ , onde  $L_{\odot}$  é a luminosidade do Sol. Sabe-se ainda que a temperatura em sua superfície é aproximadamente  $2,1 T_{\odot}$ , onde  $T_{\odot}$  é a temperatura média na superfície do Sol. Qual o tamanho de Rigel? Compare com a distância entre o Sol e o planeta Mercúrio.

11. Sendo as constantes de van der Waals para o hélio  $a = 0,03412 \ell^2 \text{ atm/mol}^2$  e  $b = 0,0237 \ell/\text{mol}$ , estime o raio do átomo de hélio.

12. (Desafio) (a) Mostre que as constantes críticas do gás de van der Waals são  $v_c = 3b$ ,  $RT_c = 8a/27b$  e  $P_c = a/27b^2$ .  
(b) Reescreva a equação de van der Waals em termos de variáveis reduzidas (adimensionais)  $\omega = v/v_c$ ,  $\pi = P/P_c$  e  $\tau = T/T_c$ , e mostre que ela se torna universal, ou seja, a mesma para todas as substâncias.