Vibrações e Ondas - 7600025 - 1S/2020
Lista 2

1. Uma partícula de massa M está sobre uma superfície horizontal perfeitamente lisa e está presa a uma parede por uma mola de constante k. Uma outra partícula de massa m está ligada à primeira por meio de um fio inextensível de comprimento L e massa desprezível de tal maneira que a segunda partícula pode pendular com o ponto de apoio sendo a primeira partícula. Sendo g a aceleração da gravidade, calcule os modos normais de vibração do sistema para pequenos ângulos de oscilação.

2. Considere um sistema unidimensional onde 2 partículas de mesma massa M estão ligadas a um outra central de massa m por molas idênticas ideais de constante k.

   (a) Mostre que o centro de massa do sistema descreve um movimento retilíneo uniforme.

   (b) Obtenha as equações de movimento para as coordenadas relativas $x_2 - x_1$ e $x_3 - x_2$, onde $x_{1,2,3}$ são os deslocamentos das partículas a partir das respectivas posições de equilíbrio.

   (c) Calcule as duas frequências de vibração do sistema e interprete fisicamente os respectivos modos normais indicando os movimentos correspondentes das partículas.

   (d) Reescreva as equações de movimento numa forma matricial e obtenha as 3 frequências do sistema. Como você interpreta a frequência de valor nulo?

   (e) Dado a condição inicial $x_{1,2,3} = v_{2,3} = 0$ e $v_1 = v$, calcule os deslocamentos correspondentes $x_i(t)$ e a energia média armazenada em cada um dos modos normais.

3. Considere um sistema unidimensional de 3 partículas idênticas ligadas por molas ideais onde apenas a primeira delas está ligada a uma parede por uma outra mola. Calcule as frequências dos modos normais correspondentes.

4. Considere o sistema unidimensional de parede-mola-partícula-mola-partícula-mola-parede. As partículas são idênticas e de massa m e as molas são de constantes k, k' e k, respectivamente.

   (a) Calcule as frequências dos modos normais do sistema.

   (b) Considere agora que as paredes se deslocam de $L_{1,2} \cos \Omega t$ de suas posições originais como função do tempo. Quando $L_1 = L$ e $L_2 = 0$, quais modos normais são excitados?

   (c) Quando $L_1 = L = L_2$, algum modo normal deixa de ser excitado? Qual?

   (d) Existe alguma relação entre L_1 e L_2 tal que o outro modo normal não seja excitado? Qual?

   (e) Considere agora o caso em que há uma pequena força dissipativas sobre as partículas. Como os modos normais são modificados nesse caso? Verifique que a taxa de decaimento de cada um deles é idêntica. Mudando as constantes de mola para k, k' e k'', as taxas de decaimento continuam iguais? Como podemos gerar taxas de decaimento distintas?

5. Considere um sistema de $N \gg 1$ partículas idênticas de massa m ligadas por N molas idênticas de constante k arranjadas em um anel, i.e., a última está ligada com a primeira. Quais são as frequências naturais de oscilação desse sistema? Descreva os modos normais correspondentes através de um gráfico dos deslocamentos das partículas como função de suas respectivas posições.

6. (Opcional) Suponha que uma partícula de massa m e carga q se encontre inicialmente em repouso na origem em uma região do espaço onde o campo elétrico e magnético são, respectivamente, $\mathbf{E} = E \cos(\Omega t)\, \hat{x}$ e $\mathbf{B} = B\hat{y}$. Calcule a posição da partícula como função do tempo.