Aulas passadas: ondas

Eq. de onda: $$\nabla^2\psi - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\psi = 0$$

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2}\psi - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\psi = 0$$

Linear em ψ

$\downarrow$

Superposição

Soluções (ondas propagantes):

$$\psi(x,t) = f(x-ct) + g(x+ct)$$

Ondas harmônicas:

$$\psi(x,t) = \psi_0\cos(kx-\omega t-\phi),\ \omega = ck$$

Intensidade: $$\mathcal{I} = \rho_0 c\omega^2\psi_0^2\sin^2(kx-\omega t-\phi),\ \Rightarrow \overline{\mathcal{I}} = \frac{1}{2}\rho_0 c\omega^2\psi_0^2$$

1 – Ondas harmônicas de mesma frequência se propagando no mesmo sentido

$$\psi_1(x,t) = A_1 \cos(kx - \omega t - \phi_1)$$

$$\psi_2(x,t) = A_2 \cos(kx - \omega t - \phi_2)$$

$$\psi(x,t) = \psi_1(x,t) + \psi_2(x,t) = A \cos(kx - \omega t - \phi)$$

$$A = \sqrt{A_1^2 + 2A_1A_2 \cos\Delta\phi + A_2^2}$$

$$\sin\phi = \frac{A_1 \sin\phi_1 + A_2 \sin\phi_2}{A}$$

Intensidade resultante:

$$\overline{\mathcal{I}} = \frac{1}{2}\rho_0 c \omega^2 A^2 = \overline{\mathcal{I}}_1 + 2\sqrt{\overline{\mathcal{I}}_1 \overline{\mathcal{I}}_2} \cos\Delta\phi + \overline{\mathcal{I}}_2$$

Interferência construtiva: $\overline{\mathcal{I}} = \left(\sqrt{\overline{\mathcal{I}}_1} + \sqrt{\overline{\mathcal{I}}_2}\right)^2$ para $\Delta\phi = 0 + 2n\pi$

$n \in \mathbb{Z}$

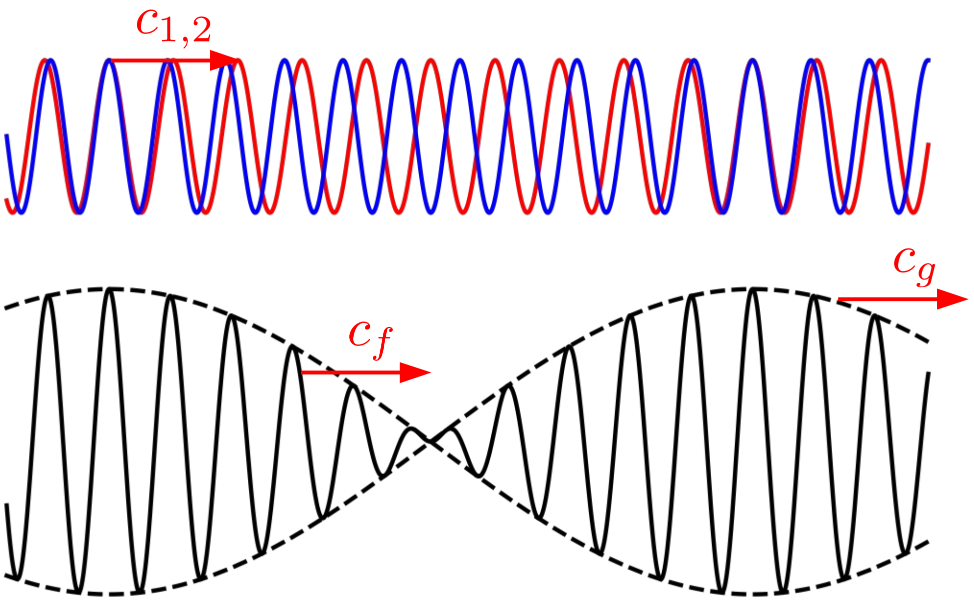
Interferência destrutiva: $\overline{\mathcal{I}} = \left(\sqrt{\overline{\mathcal{I}}_1} - \sqrt{\overline{\mathcal{I}}_2}\right)^2$ para $\Delta\phi = \pi + 2n\pi$

2 – BATIMENTOS: ondas de frequências distintas se propagando no mesmo sentido

$$\psi_1(x,t) = A\cos(k_1 x - \omega_1 t - \phi_1) \qquad c = \omega_1/k_1 = c_1$$

$$\psi_2(x,t) = A\cos(k_2 x - \omega_2 t - \phi_2) \qquad c = \omega_2/k_2 = c_2$$

$$\psi(x,t) = 2A\cos(\frac{\Delta k}{2}x - \frac{\Delta\omega}{2}t - \frac{\Delta\phi}{2})\cos(\overline{k}x - \overline{\omega}t - \overline{\phi})$$



Velocidade de grupo (envelope):

$$c_g = \Delta\omega/\Delta k \to \frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}k} = c$$

Velocidade de fase (média das componentes):

$$c_f = \overline{\omega}/\overline{k} = c$$

OBS: É muito comum $c_f \neq c_g$

Meios dispersivos: $c \equiv c(k)$, $[c_1 \neq c_2]$

3 – ONDAS ESTACIONÁRIAS: ondas de mesma frequência se propagando em sentidos opostos

$$\psi_1(x,t) = A\cos(kx - \omega t)$$

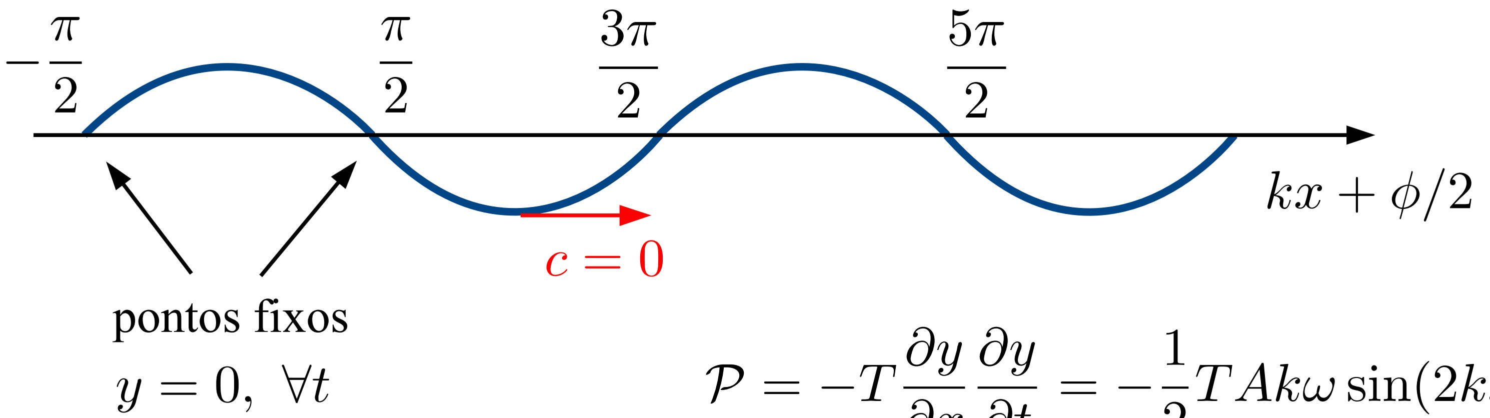
$$\psi_2(x,t) = A\cos(kx + \omega t + \phi)$$

$$\psi(x,t) = 2A\cos(kx + \phi/2)\cos(\omega t + \phi/2)$$

OBS:
Não há propagação líquida de energia.
Modos normais em meios finitos.
Ondas estacionárias satisfazem a Eq. de onda.
Para condições fechadas de contorno

$$L = n \times \frac{\lambda}{2},\ \ n \in \mathbb{Z}$$

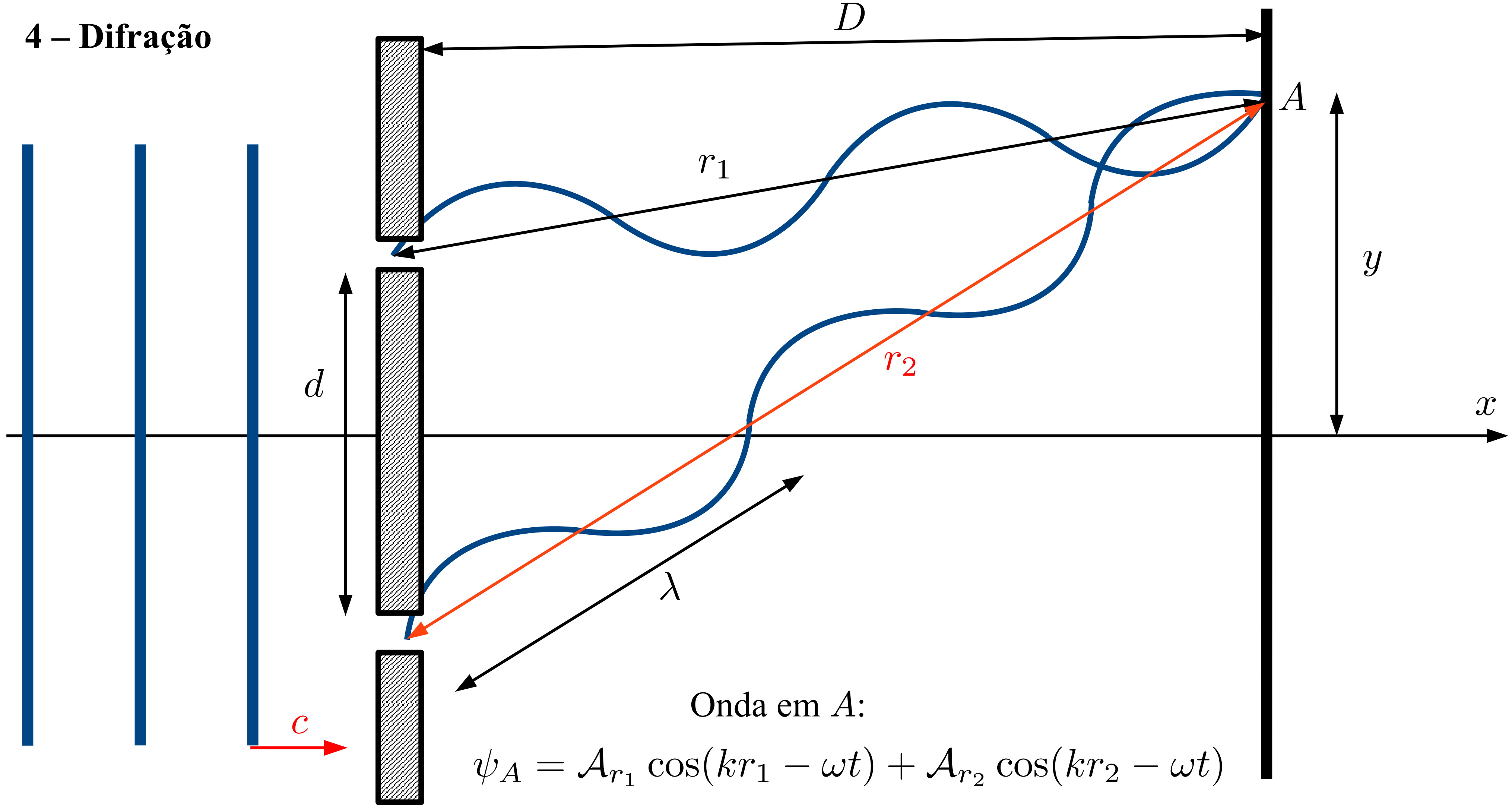
Exemplo: corda



$$\mathcal{P} = -T\frac{\partial y}{\partial x}\frac{\partial y}{\partial t} = -\frac{1}{2}TAk\omega\sin(2kx+\phi)\sin(2\omega t+\phi)$$

$$\overline{\mathcal{P}} = 0$$

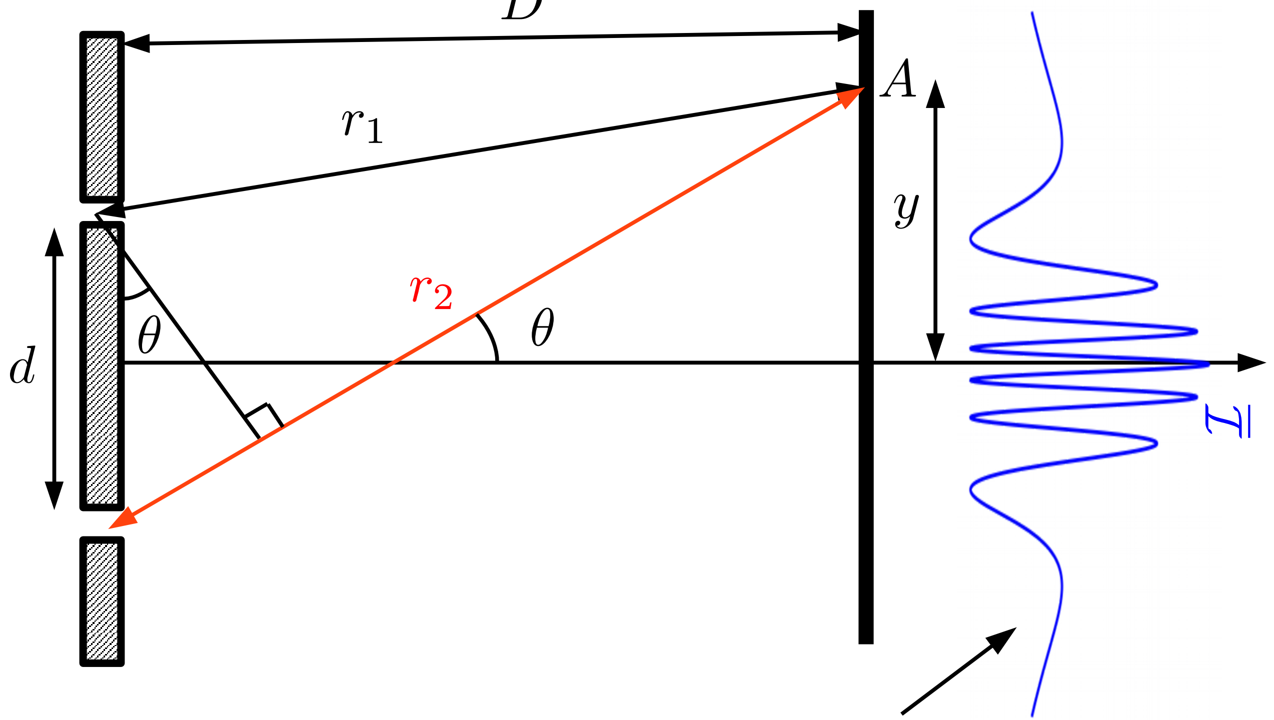
4 – Difração



Onda em A:

$$\psi_A = \mathcal{A}_{r_1} \cos(kr_1 - \omega t) + \mathcal{A}_{r_2} \cos(kr_2 - \omega t)$$

4 – Difração



Franjas de interferência atenuadas porque $\mathcal{A}_{r_1} \neq \mathcal{A}_{r_2}$

Onda em A:

$$\psi_A = \mathcal{A}_{r_1} \cos(kr_1 - \omega t) + \mathcal{A}_{r_2} \cos(kr_2 - \omega t)$$

Regime de interesse:

$$D \gg \lambda, y$$

Interferência construtiva:

$$\Delta r = n\lambda, \;\; n \in \mathbb{Z}$$

$$\approx d \tan\theta \approx d\frac{y}{D}$$

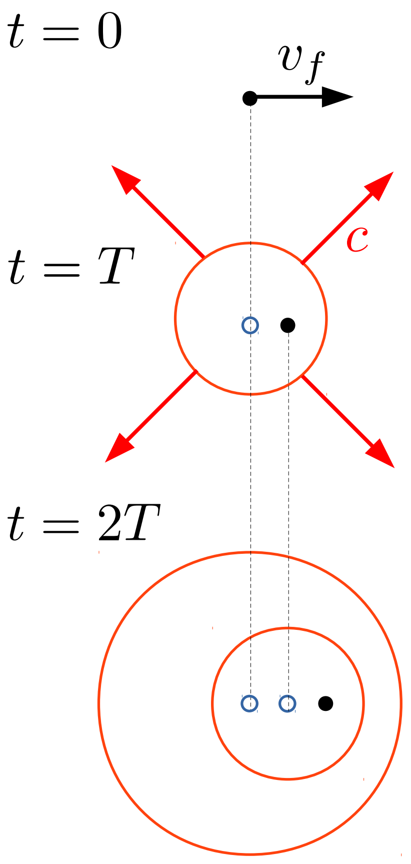
$$y = n\frac{\lambda}{d}D$$

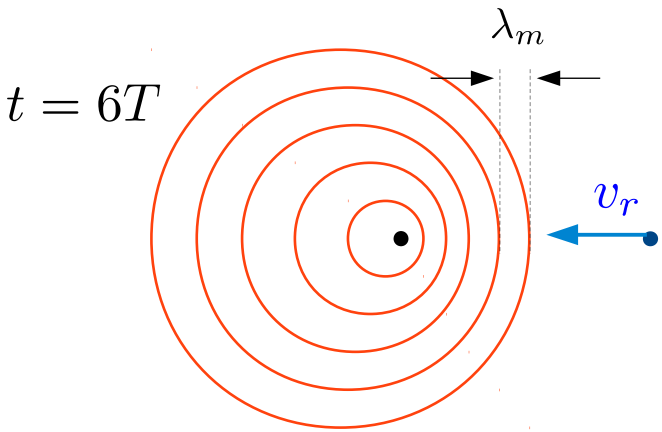
Interferência destrutiva:

$$\Delta r = \frac{2n+1}{2}\lambda, \;\; n \in \mathbb{Z}$$

$$y = \left(n + \frac{1}{2}\right)\frac{\lambda}{d}D$$

5 – Efeito Doppler





Comprimento de onda no meio:

$$\lambda_m = (c \mp v_f)T = \frac{c \mp v_f}{f}$$

Período entre duas frentes de onda observado pelo receptor:

$$T_r = \frac{\lambda_m}{c \pm v_r}$$

Freq. emitida pela fonte: $f = 1/T$

Freq. observada pelo receptor: f_r

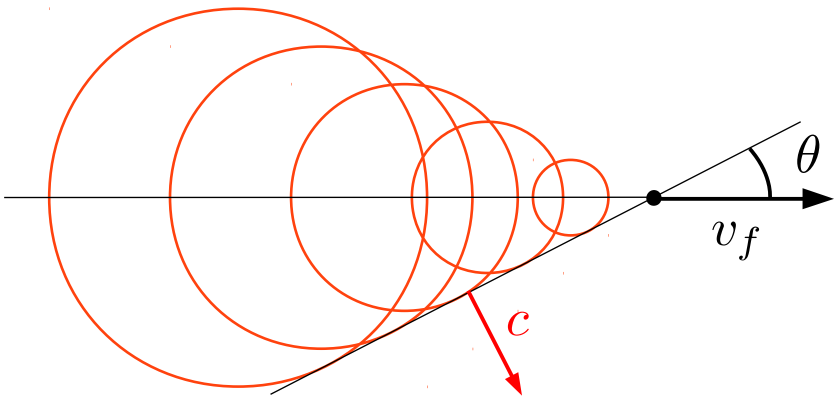
$$\boxed{f_r = T_r^{-1} = \left(\frac{c \pm v_r}{c \mp v_f}\right) f}$$

OBS: fonte e receptor na mesma linha

$$|v_{f,r}| < c$$

$$v_{\text{meio}} = 0 \quad \text{(não há vento)}$$

6 – Ondas de choque



$$\boxed{\sin\theta = \frac{c}{v_f} = 1/M}$$

OBS: $v_f > c$

$v_{\text{meio}} = 0$ (não há vento)