Dinâmica

É um ramo da Física que estuda o movimento dos corpos e as causas desse movimento.

As 3 leis de Newton fundamentam as bases da mecânica e definem um procedimento de como descrever o movimento de todos os corpos desde que sejam conhecidas as interações entre eles.

1ª lei de Newton

Lei da Inércia ou princípio de Galileu:

Corpus omne perseverare in statu suo quiescendi vel movendi uniformiter in directum, nisi quatenus a viribus impressis cogitur statum illum mutare.

Cada corpo continua em seu estado de repouso ou movimento uniforme em linha reta, a menos que seja compelido a mudar esse estado por forças impressas.

Note que:
Não há distinção entre corpos em repouso e corpos com velocidade (vetorial) constante.
Como o movimento depende do referencial, esta lei só é valida em “referenciais inerciais”.
Referencial inercial:
Referencial inercial é qualquer referencial em que a 1ª lei de Newton é válida.
[Não havendo forças sobre um objeto, ref. inercial é todo aquele em que a aceleração é nula.
Em um referencial não-inercial, surgiria então forças não inerciais (ou fictícias).]

Força inercial é então um agente externo causando aceleração em um corpo relativo a um referencial inercial com consequência da interação com algum outro corpo.

Definição

O que é inércia?

É a massa inercial de um corpo.

Todo corpo material possui inércia, uma propriedade de resistir à mudança do “estado natural” de movimento (movimento uniforme), ou seja, de resistir à mudança de momento linear (quantidade de movimento).

Logo,

é mais fácil por um objeto de menor massa em movimento do que um corpo mais massivo.

é mais fácil parar um corpo menos massivo do que um de maior massa.

2ª lei de Newton

Lei da superposição de forças ou princípio fundamental da dinâmica,

Mutationem motus proportionalem esse vi motrici impressae,
et fieri secundum lineam rectam qua vis illa imprimitur.

A taxa de mudança do momento é igual à força motriz resultante impressa,
e ocorre em uma linha reta onde a força é impressa.

Momento = Momento linear = Quantidade de movimento = $\vec{p}(t) = m\vec{v}$

$$\vec{F}_R = \sum_i \vec{F}_i = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\vec{p} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(m\vec{v})$$

A força resultante é a superposição (soma vetorial) de todas as forças (inerciais e não-inerciais).
Para o caso de corpos em que a massa é constante no tempo (quando isso não é?),

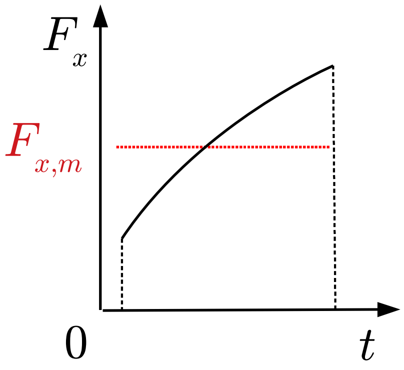
$$\vec{F}_R = m\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(\vec{v}) = m\vec{a}$$

Força e momento

$$[p] = \text{massa} \times \text{velocidade} = \frac{\text{massa} \times \text{comprimento}}{\text{tempo}}$$

$$[F] = \text{massa} \times \text{aceleração} = \frac{\text{massa} \times \text{comprimento}}{\text{tempo}^2}. \quad \text{Newton=N} = \frac{\text{kg}\times\text{m}}{\text{s}^2}.$$

$$\mathrm{d}\vec{p} = \vec{F}_R \mathrm{d}t, \quad \Rightarrow \quad \Delta\vec{p} = \vec{p}(t) - \vec{p}_0 = \int_0^t \vec{F}_R\,(t')\,\mathrm{d}t' = \vec{F}_m \Delta t$$



Variação de momento = Impulso
= área debaixo da curva F x t

Força média

3ª lei de Newton

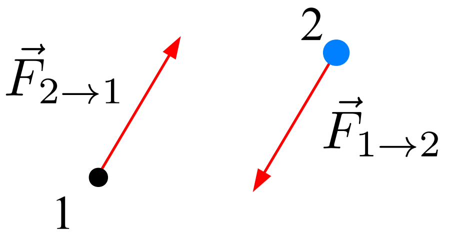
Lei da ação e reação

Actioni contrariam semper et æqualem esse reactionem:
sive corporum duorum actiones in se mutuo semper esse æquales et in partes contrarias dirigi.

A toda ação há sempre uma reação oposta e de igual intensidade:
as ações mútuas de dois corpos um sobre o outro são sempre iguais e dirigidas em sentidos opostos.

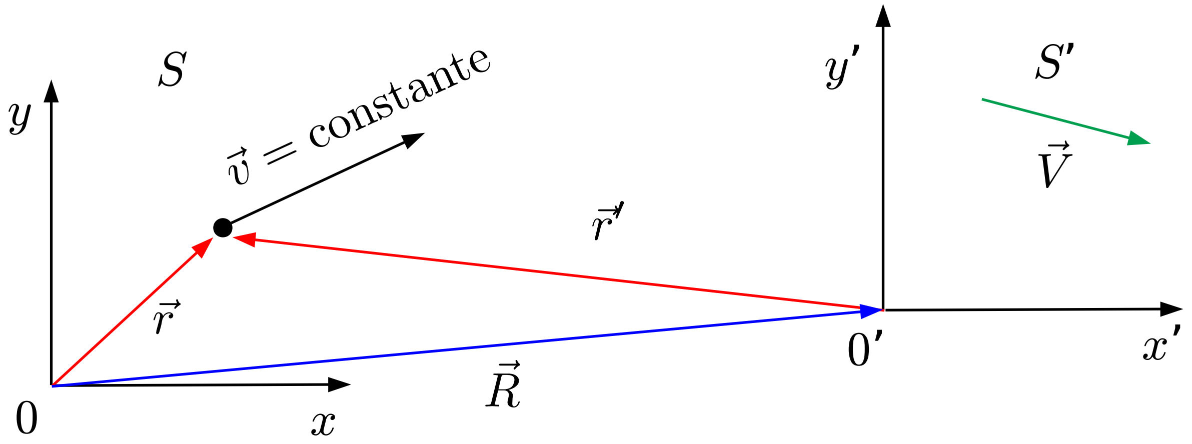
Note que:
Para que surja uma força, é necessário que dois corpos interajam, produzindo forças de ação e reação.
Além disso, é impossível que um par de ação e reação forme-se no mesmo corpo.
Necessariamente, esta lei se refere à forças inerciais.

$$\vec{F}_{1\to 2} + \vec{F}_{2\to 1} = 0$$



Exercício: referencial inercial

Seja S um sistema de referência inercial. Um outro sistema S' se move com velocidade constante em relação à S. Prove que S' também é um referencial inercial.

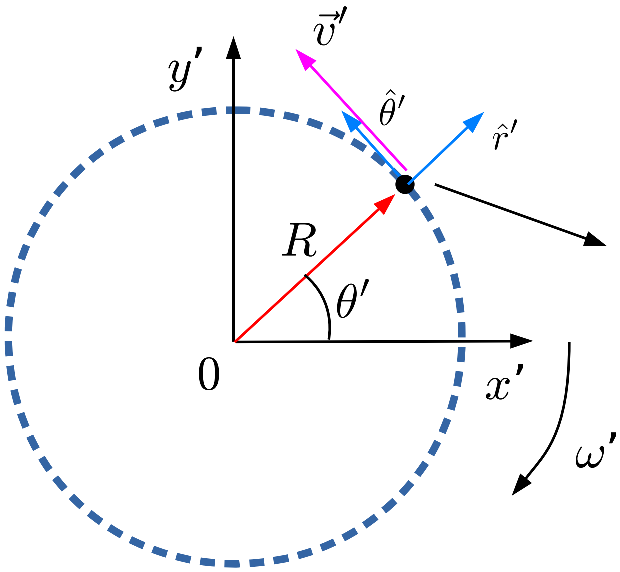


$$\vec{v}' = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t'}\vec{r}' \underset{\uparrow}{=} \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\vec{r}' \underset{\uparrow}{=} \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\vec{r} - \vec{R}\right) = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(\vec{r}) - \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\vec{R}\right) = \vec{v} - \vec{V}, \Rightarrow \vec{a}' = \vec{0}$$

tempo absoluto espaço absoluto

Exercício: referencial não-inercial

Seja S um sistema de referência inercial. Um outro sistema S' gira em relação à S em torno do eixo z. Prove que S' não é um referencial inercial.



corpo parado em relação à S

$$\vec{r}' = R(\cos(\theta')\hat{x}' + \sin(\theta')\hat{y}') = R\hat{r}'$$

$$\vec{v}' = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(R\hat{r}') = R\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\hat{r}'$$

$$= R\omega'\left(-\sin\left(\theta'\right)\hat{x}' + \cos\left(\theta'\right)\hat{y}'\right) = R\omega'\hat{\theta}'$$

$$\vec{a}' = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(R\omega'\hat{\theta}'\right) = R\left(\frac{\mathrm{d}\omega'}{\mathrm{d}t}\right)\hat{\theta}' + R\omega'\frac{\mathrm{d}\hat{\theta}'}{\mathrm{d}t}$$

$$= R\gamma'\hat{\theta}' - R\omega'^2\hat{r}' \neq \vec{0}$$

aceleração tangencial e normal

Exercício

De dentro de uma cabine totalmente isolado do exterior, qual das alternativas abaixo podem ser detectadas?

1) Rotação
2) Desvio de trajetória em linha reta
3) Movimento a velocidade constante
4) Aumento da velocidade mas sem desvio da trajetória em linha reta
5) Estado de repouso

Exercício

Dois objetos colidem em uma superfície plana perfeitamente lisa. Sendo que a inércia do primeiro é o dobro da do segundo, qual a relação entre as variações de suas velocidades?

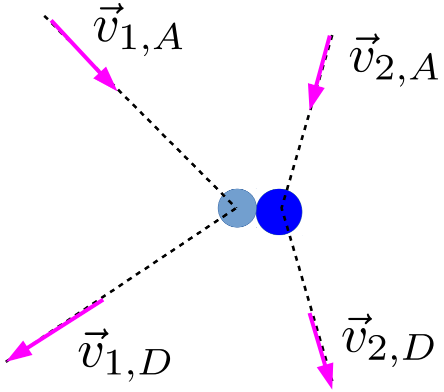
1) $\Delta\vec{v}_1 = \Delta\vec{v}_2$
2) $\Delta\vec{v}_1 = 2\Delta\vec{v}_2$
3) $\Delta\vec{v}_1 = \Delta\vec{v}_2/2$
4) $\Delta\vec{v}_1 = -\Delta\vec{v}_2$
5) $\Delta\vec{v}_1 = -2\Delta\vec{v}_2$
6) $\Delta\vec{v}_1 = -\Delta\vec{v}_2/2$

Exercício

Dois objetos colidem em uma superfície plana perfeitamente lisa. Sendo que a inércia do primeiro é o dobro da segundo, qual a relação entre as variações de suas velocidades?

1) $\Delta\vec{v}_1 = \Delta\vec{v}_2$
2) $\Delta\vec{v}_1 = 2\Delta\vec{v}_2$
3) $\Delta\vec{v}_1 = \Delta\vec{v}_2/2$
4) $\Delta\vec{v}_1 = -\Delta\vec{v}_2$
5) $\Delta\vec{v}_1 = -2\Delta\vec{v}_2$
6) $\Delta\vec{v}_1 = -\Delta\vec{v}_2/2$

Colisões:



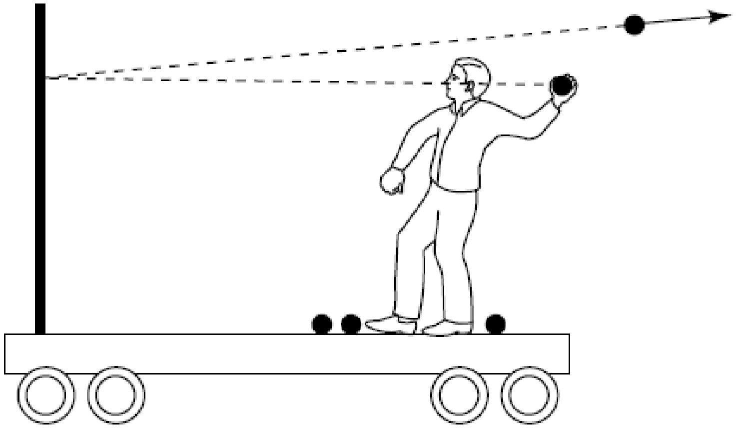
$$m_1\Delta\vec{v}_1 = \int_{t_c}^{t_c+\delta t} \vec{F}_{2\to 1}\mathrm{d}t$$
$$= -\int_{t_c}^{t_c+\delta t} \vec{F}_{1\to 2}\mathrm{d}t = -m_2\Delta\vec{v}_2$$

Conservação do momento total:

$$\Rightarrow \Delta\vec{p}_1 = -\Delta\vec{p}_2, \quad \Rightarrow \quad \vec{p}_{1,A} + \vec{p}_{2,A} = \vec{p}_{1,D} + \vec{p}_{2,D}$$

Exercício

Sendo que não há nenhum tipo de fricção entre o carro e a superfície. O carro se movimenta?



1)Sim, para a direita.
2)Sim, para a esquerda.
3)Não.

Exercício

Um corpo de massa constante está sob a ação de uma força conhecida no tempo. Calcule a posição deste corpo.

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}_R}{m} = \frac{\vec{F}}{m} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\vec{v}, \;\Rightarrow\; \vec{v} = \vec{v}_0 + \frac{1}{m}\int_0^t \vec{F}(t')\mathrm{d}t'$$

$$\vec{v} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\vec{r}, \;\Rightarrow\; \vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t + \frac{1}{m}\int_0^t \left(\int_0^{t'} \vec{F}(t'')\mathrm{d}t''\right)\mathrm{d}t'$$

Note que necessitamos da posição e velocidade inicial.

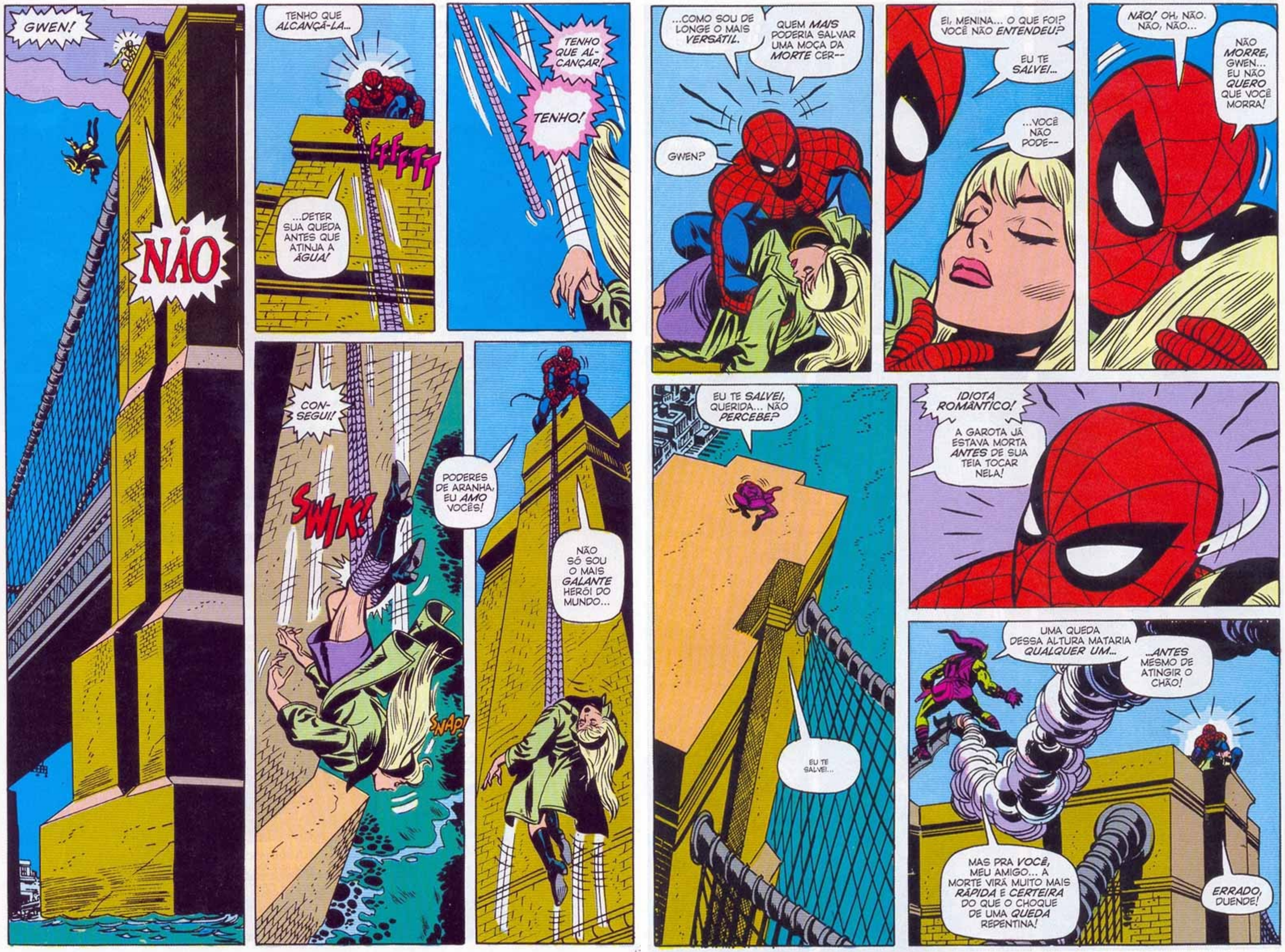
Exercício

Analise e critique as cenas e falas ao lado

Aceleração média quando de uma parada

$$a_m = \frac{v^2}{2\Delta S}$$

Fonte: ASM 121

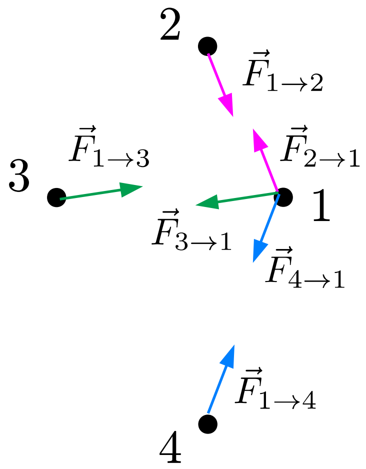


The gyro rotors in Gravity Probe B and the free-floating proof masses in the TRIAD I navigation satellite	0 g
A ride in the Vomit Comet (parabolic flight)	≈ 0 g
Standing on Mimas, the smallest and least massive known body rounded by its own gravity	0.006 g
Standing on Pluto at sea level	0.063 g
Standing on the Moon at sea level	0.1657 g
Standing on Earth at sea level–standard	1 g
Bugatti Veyron from 0 to 100 km/h in 2.4 s	1.55 g
Gravitron amusement ride	2.5-3 g
Gravity of Jupiter at its mid-latitudes and where atmospheric pressure is about Earth's	2.528 g
High-g roller coasters	3.5–6.3 g
Hearty greeting slap on upper back	4.1 g
First world war aircraft	4.5–7 g
Formula One car, maximum under heavy braking	6.3 g
Formula One car, peak lateral in turns	6–6.5 g
Apollo 16 on reentry	7.19 g
Maximum permitted g-force in Sukhoi Su-27 plane	9 g
Gravitational acceleration at the surface of the Sun	28 g
Maximum g-force in Tor missile system	30 g
Maximum for human on a rocket sled	46.2 g
Sprint missile	100 g
Brief human exposure survived in crash	> 100 g
Coronal mass ejection (Sun)	480 g
Shock capability of mechanical wrist watches	> 5,000 g
V8 Formula One engine, maximum piston acceleration	8,600 g
Mantis Shrimp, acceleration of claw during predatory strike	10,400 g
Rating of electronics built into military artillery shells	15,500 g
Mean acceleration of a proton in the Large Hadron Collider	190,000,000 g
Gravitational acceleration at the surface of a typical neutron star	2.0×10^{11} g
Acceleration from a wakefield plasma accelerator	8.9×10^{20} g

Fonte: Wikepedia

Livre arbítrio?

Imagine que conhecemos a posição, velocidade e massa de todas as partículas do universo. Além disso, conhecemos como todas essas partículas interagem.
Logo, usando as leis de Newton, podemos calcular/determinar a posição futura de todas essas partículas. Inclusive as partículas de seu corpo.
Podemos então determinar onde você estará. Como as partículas de sua língua irão se mexer e, consequentemente, determinar sua fala futura.
Isto é consequência das leis da mecânica serem determinísticas.

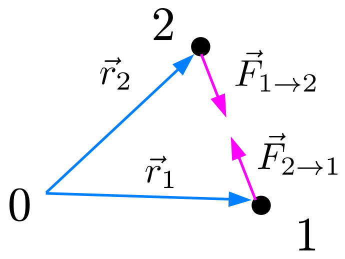


$$\vec{v}_k(t+\mathrm{d}t) = \vec{v}_k\,(t) + \frac{\vec{F}_{R,k}}{m_k}\mathrm{d}t, \qquad \text{onde} \qquad \vec{F}_{R,k} = \sum_{j\neq k} \vec{F}_{j\to k}$$

$$\vec{r}_k(t+\mathrm{d}t) = \vec{r}_k\,(t) + \vec{v}_k\mathrm{d}t$$

Forças (interações) fundamentais

Interação gravitacional:



$$\vec{F}_{1\to2} = -\vec{F}_{2\to1} = -\frac{G m_{g,1} m_{g,2}}{|\vec{r}_2 - \vec{r}_1|^3} (\vec{r}_2 - \vec{r}_1)$$

Interação eletromagnética: $\vec{F} = q\left(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}\right)$ $+$ Equações de Maxwell

Interações nucleares forte e fraca:
Interações de curto alcance (~1 fm e ~10^{-2} fm, respectivamente) que requerem tratamento quântico.

Todas as demais forças inerciais são derivadas destas

Aula passada

1ª Lei: Lei da Inércia

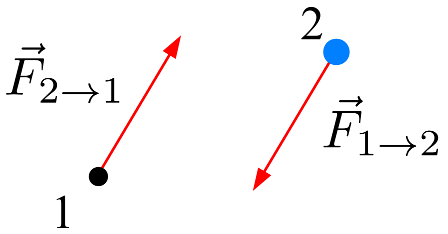
Os corpos materiais possuem massa (inércia) que lhe conferem a propriedade de permanecer em movimento uniforme, ou de resistir à mudança de (quantidade de) movimento.

2ª Lei: Forças quantificam as interações entre os corpos e alteram seus momentos (retirando-os do movimento uniforme).

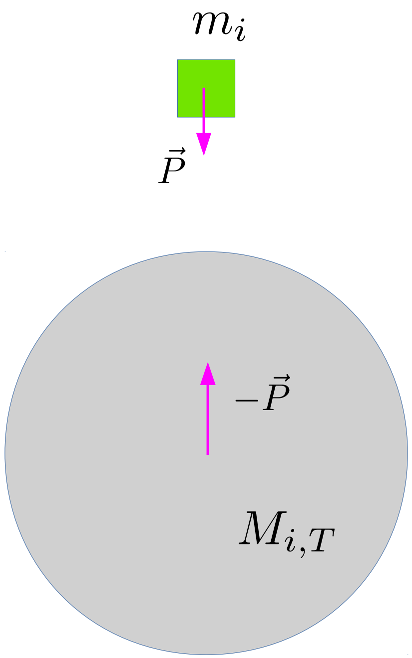
$$\vec{F}_R = \sum_i \vec{F}_i = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\vec{p} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(m\vec{v}\right)$$

3ª Lei: Acão e reação. As forças de interação aparecem aos pares, são aplicadas em corpos distintos, e são de iguais magnitudes e sentidos opostos.

$$\vec{F}_{1\to 2} + \vec{F}_{2\to 1} = 0$$



Força peso



2ª lei: $\vec{F}_R = m_i\vec{a} = \vec{P} = m_g\vec{g}$

Verificação experimental: $m_i = m_g$

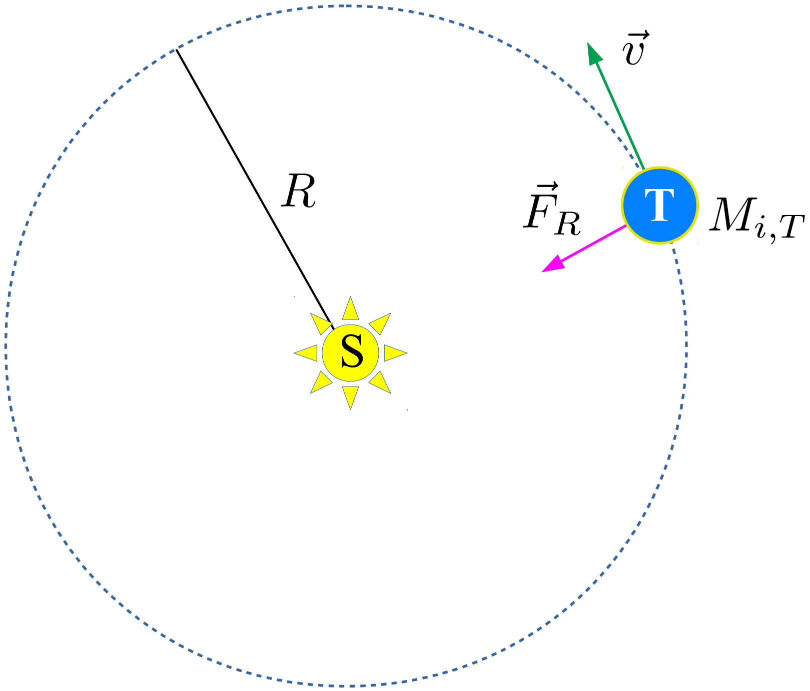
$$\Rightarrow \quad \vec{a} = \vec{g}$$

Aceleração da Terra?

3ª lei: $M_{i,T}\vec{a}_T = -\vec{P} = -m_g\vec{g}$

$$\Rightarrow \quad \vec{a}_T = -\left(\frac{m_i}{M_{i,T}}\right)\vec{g}$$

Força Sol-Terra



2ª lei: $\vec{F}_R = M_{i,T}\vec{a}_{\rm cp} = -M_{i,T}a_{\rm cp}\hat{r} = -M_{i,T}\omega^2 R\hat{r}$

$$M_T = 6.0 \times 10^{-24}\ \text{kg}$$

$$R = 1.5 \times 10^{11}\ \text{m}$$

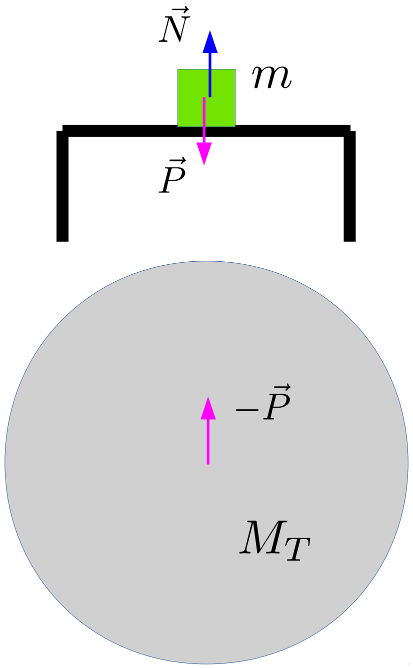
$$\omega = \frac{2\pi}{1\ \text{ano}} = 2.0 \times 10^{-7}\ \text{s}^{-1}$$

$$a_{\rm cp} = \omega^2 R = 5.9 \times 10^{-3}\ \text{m/s}^2$$

$$\Rightarrow \quad F_R = 3.6 \times 10^{22}\ \text{N}$$

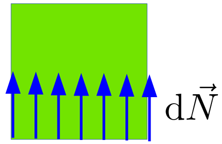
Forças de contato

a) Força normal:



Peso: Força de interação entre o objeto e a Terra.
(origem: gravitacional)
(direção: conectandos os centros de gravidades)

Normal: Força de interação entre o objeto e a mesa.
(origem: electrostática)
(direção: normal à superfície)
(atua em toda a superfície de contato)
(magnitude: garante a separação entre os interagentes.)

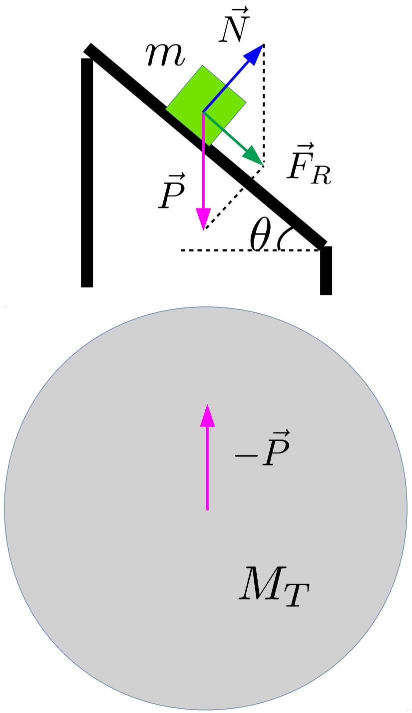


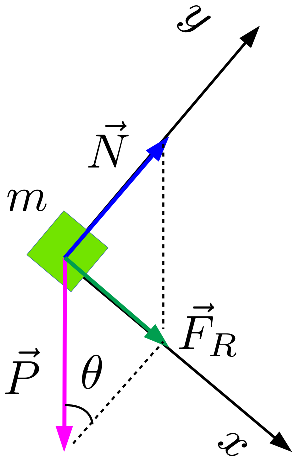
Onde "está" a reação à Normal?

2ª Lei: $\vec{F}_R = \vec{P} + \vec{N} = \vec{0}, \quad \Rightarrow \quad \vec{N} = -\vec{P}$

Forças de contato

a) Força normal: (plano inclinado sem atrito)





Força normal: $\Rightarrow \quad \vec{N} = N\hat{y}$

E deve garantir que o movimento seja no eixo x.

$$\vec{F}_R = \vec{P} + \vec{N} = F_R\hat{x}$$

Eixo y:

$$N = P\cos\theta = mg\cos\theta$$

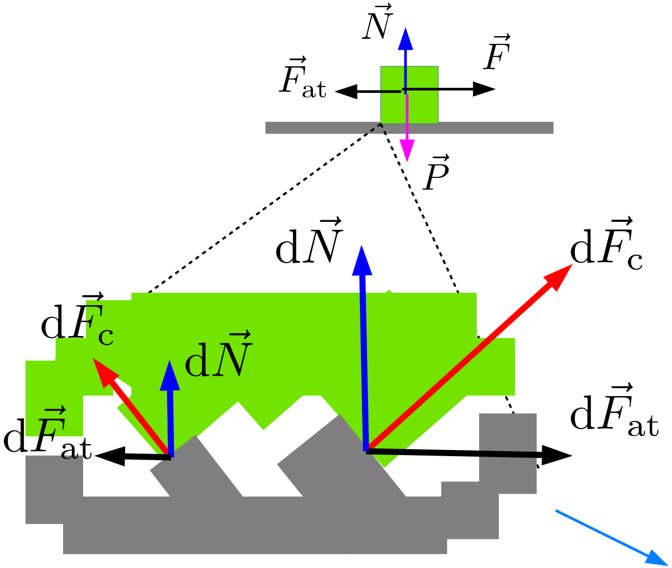
Eixo x:

$$F_R = P\sin\theta = mg\sin\theta$$

$$\vec{F}_R = m\vec{a}, \quad \Rightarrow \quad \vec{a} = g\sin\theta\hat{x}$$

Forças de contato

b) Força de atrito:



Superfícies rugosas

$$\vec{F}_{\text{contato}} = \vec{F}_{\text{at}} + \vec{N}$$

tangencial e normal

Atrito: Força de interação entre o objeto e a mesa.

(origem: electrostática)

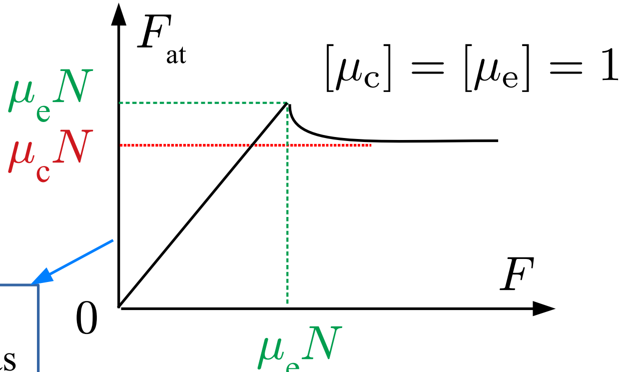
(direção: contrária ao movimento)

(atua em toda a superfície de contato)

(magnitude: se em movimento relativo, $=\mu_c N$,

se estático, $=\min\{$necessário para impedir o início do movimento, $\mu_e N\}$

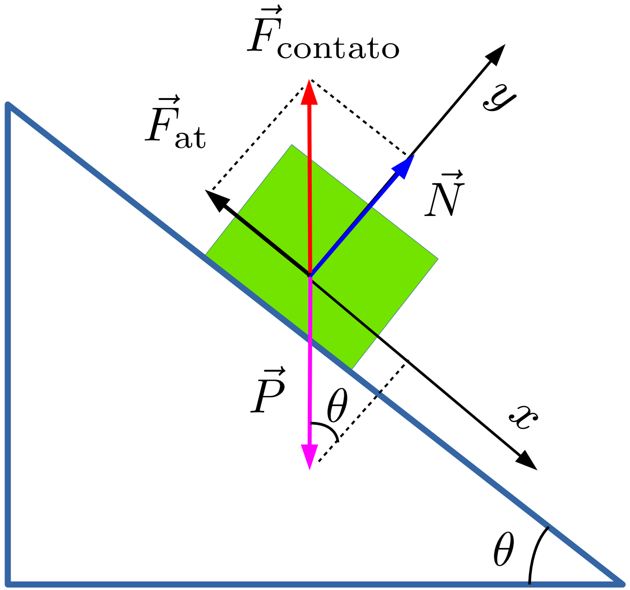
Onde "está" a reação ao atrito?



Boa aproximação para superfícies duras e não-adesivas

Forças de contato

b) Força de atrito: (plano mais inclinado sem deslizar)



$$\vec{F}_R = \vec{P} + \vec{F}_{\text{contato}} = \vec{P} + \vec{N} + \vec{F}_{\text{at}} = \vec{0}$$

Eixo y:

$$N = P\cos\theta = mg\cos\theta$$

Eixo x:

$$F_{\text{at}} = P\sin\theta = mg\sin\theta \quad \text{(válida enquanto} \leq \mu_e N\text{)}$$

Na iminência do deslizamento:

$$F_{\text{at}} = mg\sin\theta = \mu_e N = \mu_e mg\cos\theta$$

$$\Rightarrow \quad \tan\theta_{\text{max}} = \mu_e$$

Qual é a força exercida sobre o plano pelo bloco?

Exercício

Uma roda perfeitamente dura e de massa m rola deslizando sobre uma superfície perfeitamente dura, plana e horizontal. Sendo μ_e e μ_c os coeficientes de atrito estático e cinético entre os materiais da roda e da superfície, respectivamente, qual é a magnitude da força de atrito sobre a roda?

1) $\mu_e m g$
2) $\mu_c m g$
3) 0

Exercício

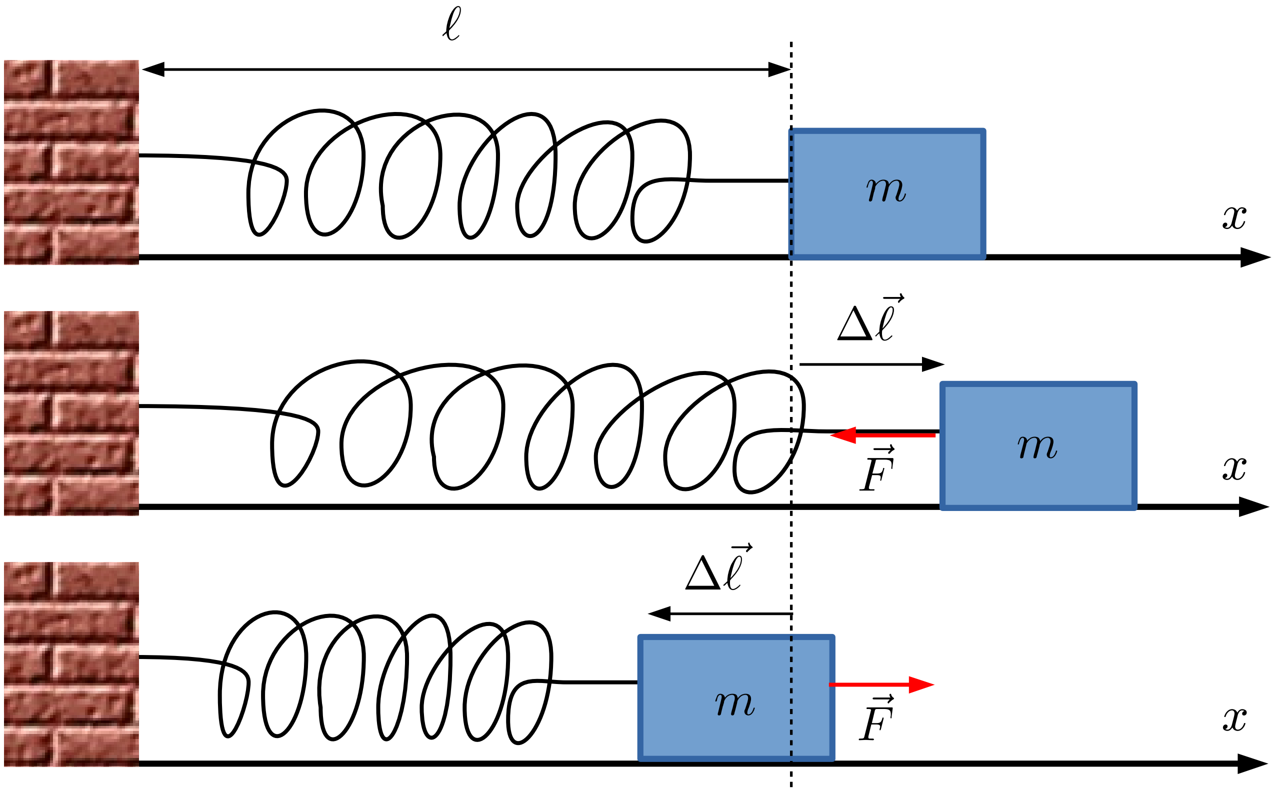
Uma roda perfeitamente dura e de massa m rola sem deslizar sobre uma superfície perfeitamente dura, plana e horizontal. Sendo μ_e e μ_c os coeficientes de atrito estático e cinético entre os materiais da roda e da superfície, respectivamente, qual é a magnitude da força de atrito sobre a roda?

1) $\mu_e m g$
2) $\mu_c m g$
3) 0

Discuta sobre o rolamento sem deslizamento no caso de rodas e superfícies reais.

Força elástica

Lei de Hooke: $\vec{F} = -k\Delta\vec{\ell}$



Força restauradora
Movimento oscilatório em torno da posição de equilíbrio

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$m_{\text{mola}} \ll m_{\text{objeto}}$$

Para molas,
a lei é válida quando

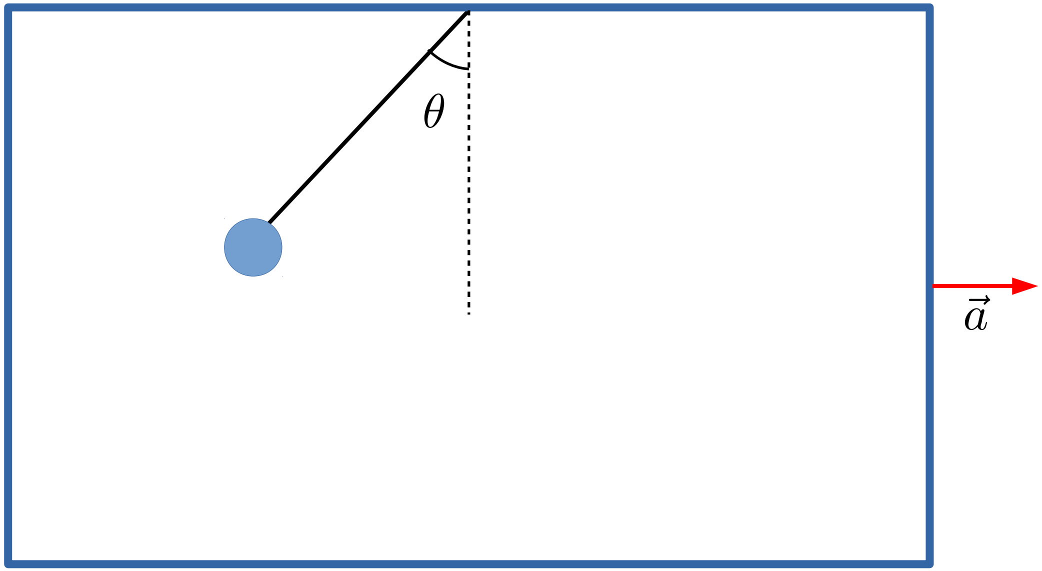
$$\Delta\ell \ll \ell$$

Constante de mola:
(dureza da mola)

$$[k] = \frac{\text{força}}{\text{comprimento}}$$

Exercício

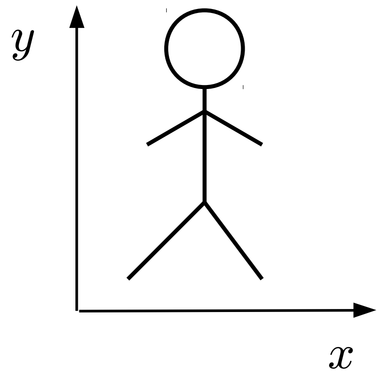
Um pêndulo faz um ângulo theta com a vertical dentro de uma cabine de um trem acelerado. O que podemos concluir sobre essa aceleração?

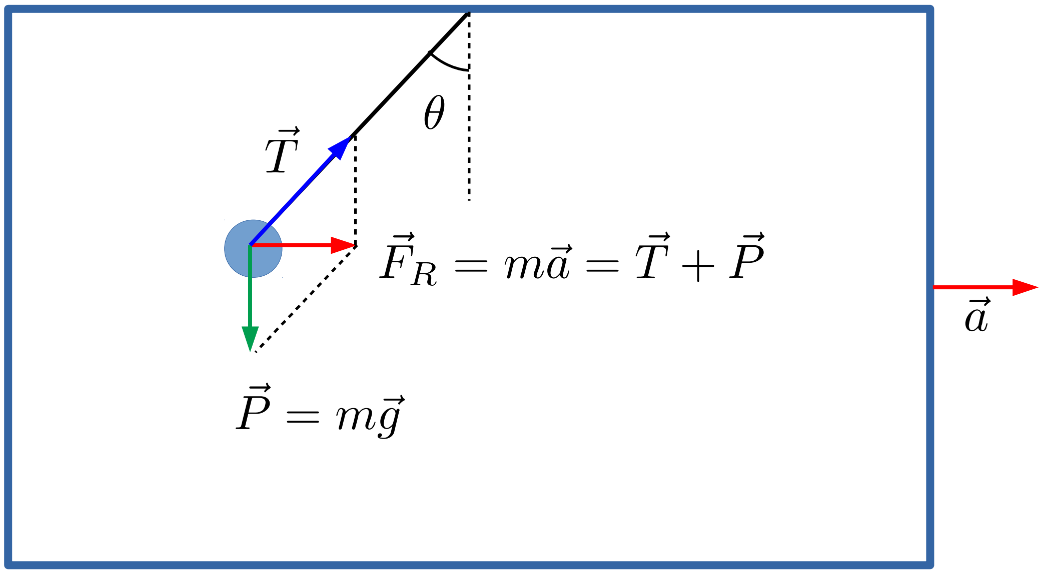


Exercício

Um pêndulo faz um ângulo theta com a vertical dentro de uma cabine de um trem acelerado.
O que podemos concluir sobre essa aceleração?

Referencial inercial

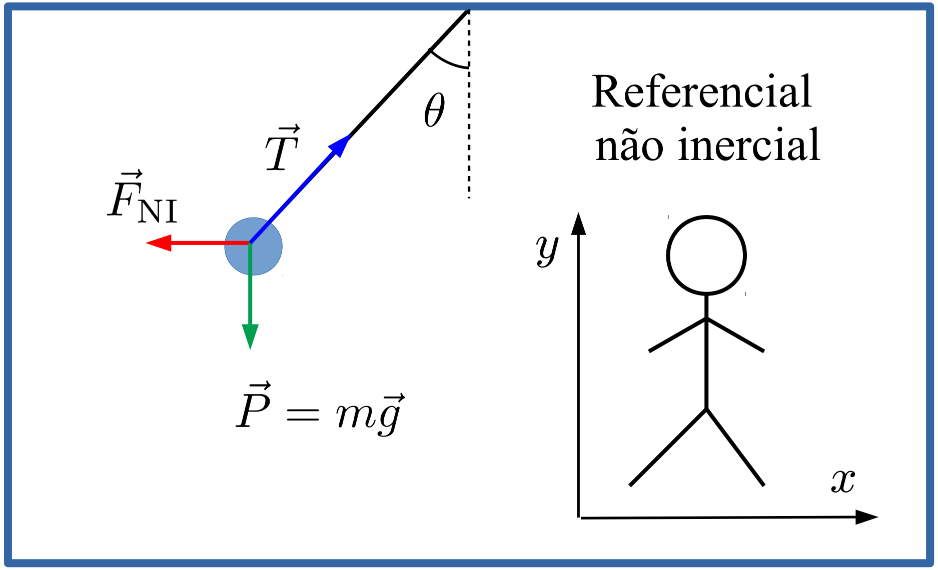




$$\vec{T} = m\vec{a} - m\vec{g} = m(a, g), \quad \Rightarrow \quad \tan\theta = \frac{a}{g}$$

Exercício

Analise agora o fenômeno do ponto de vista de alguém que está dentro da cabine.



Como tudo está parado no referencial da cabine, então surge uma força fictícia (não-inercial) garantindo que a força resultante é nula.

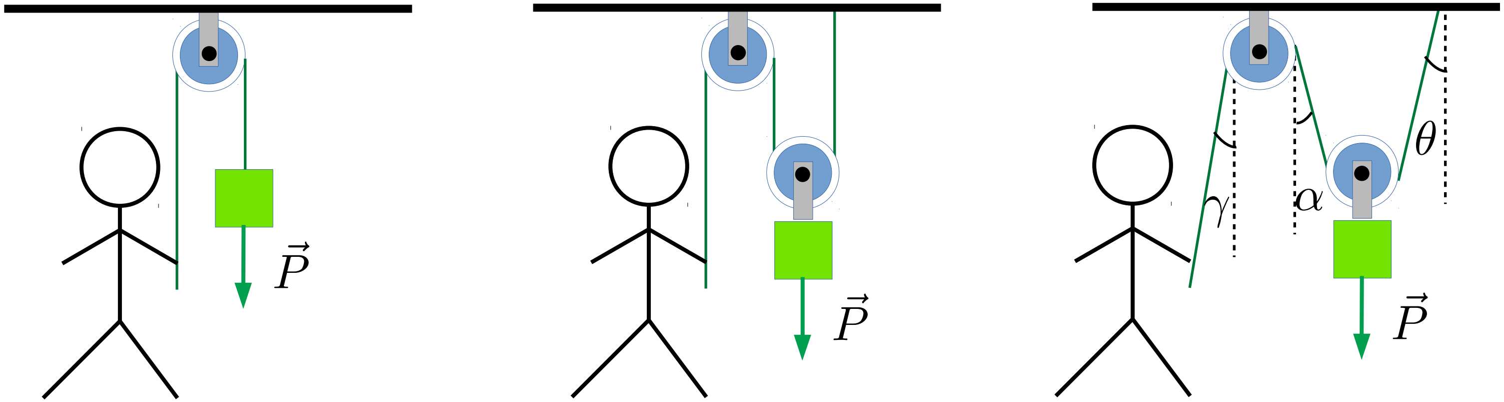
$$\vec{F}_R = \vec{T} + \vec{P} + \vec{F}_{\text{NI}} = \vec{0}$$

$$\Rightarrow \quad \vec{F}_{\text{NI}} = -\vec{T} - \vec{P} = -m\vec{a}$$

Note como a força fictícia é proporcional à massa inercial.

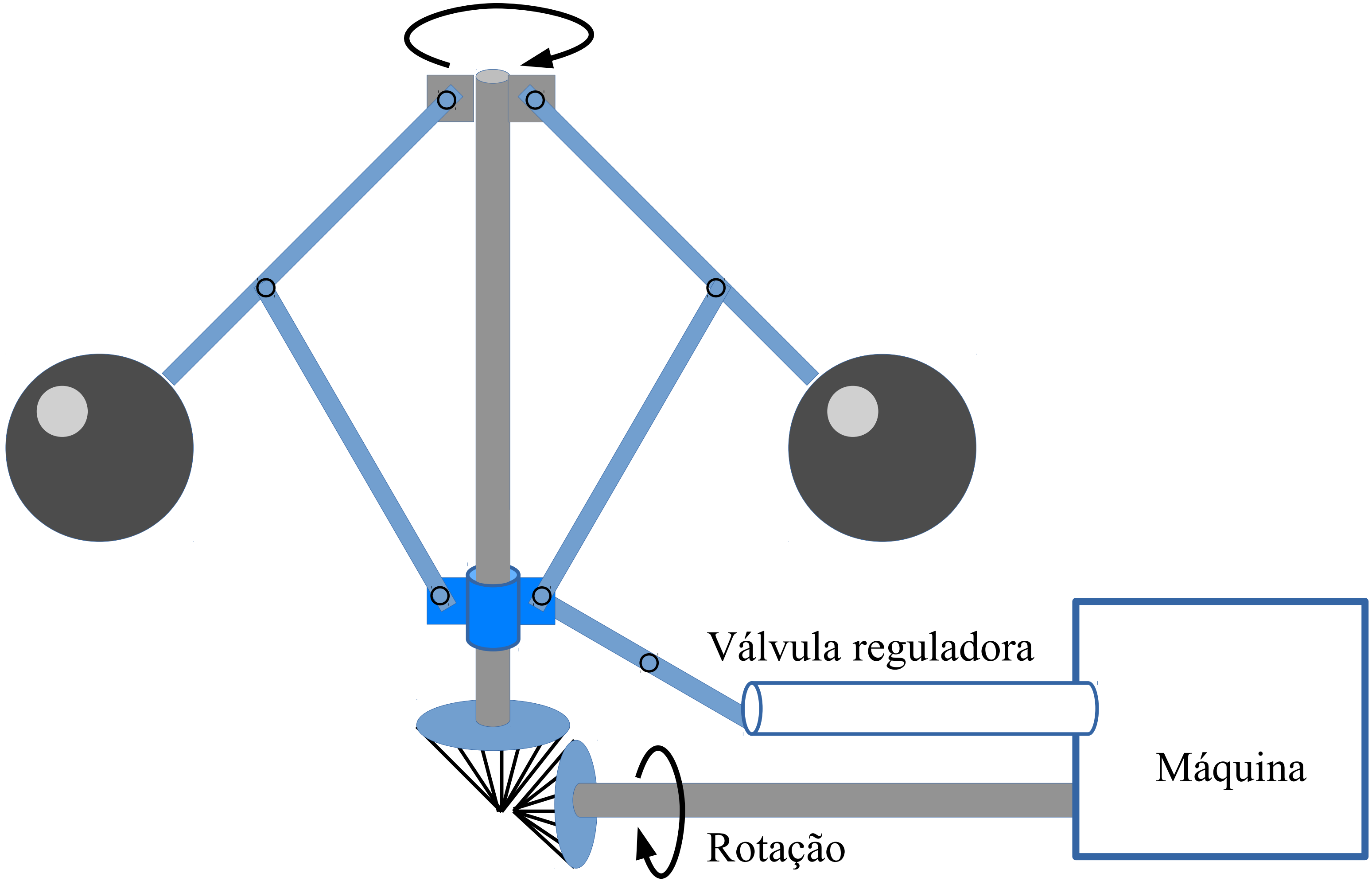
Exercício: estática

Analise as tensões nas cordas e nas plataformas e a força externa para manter o sistema em equilíbrio nas situações abaixo. (Considere polias ideais.)



Qual a relação entre α e θ?

Regulador de Watt



Regulador de Watt

Eixo vertical:

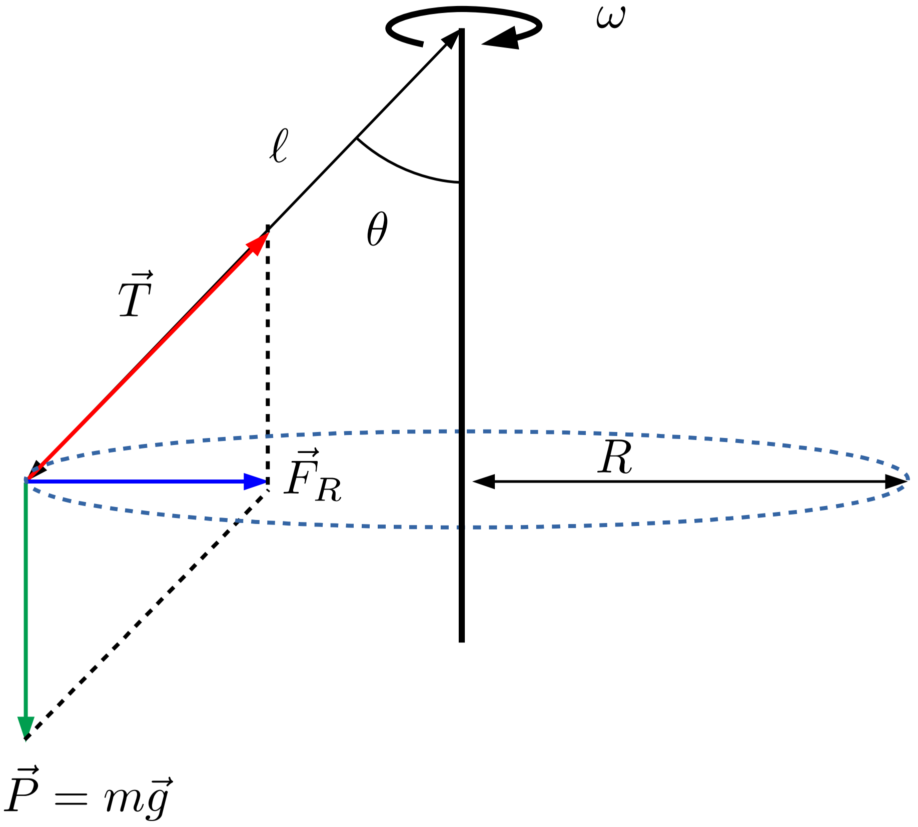
$$T\cos\theta = mg$$

Plano da trajetória:

$$F_R = T\sin\theta$$

Raio da trajetória:

$$R = \ell\sin\theta$$



$$\vec{F}_R = m\vec{a} = \vec{T} + \vec{P}$$

Movimento circular uniforme

$$\vec{a} = \vec{a}_{\text{cp}} = -\omega^2 R\hat{r}$$

$$\Downarrow$$

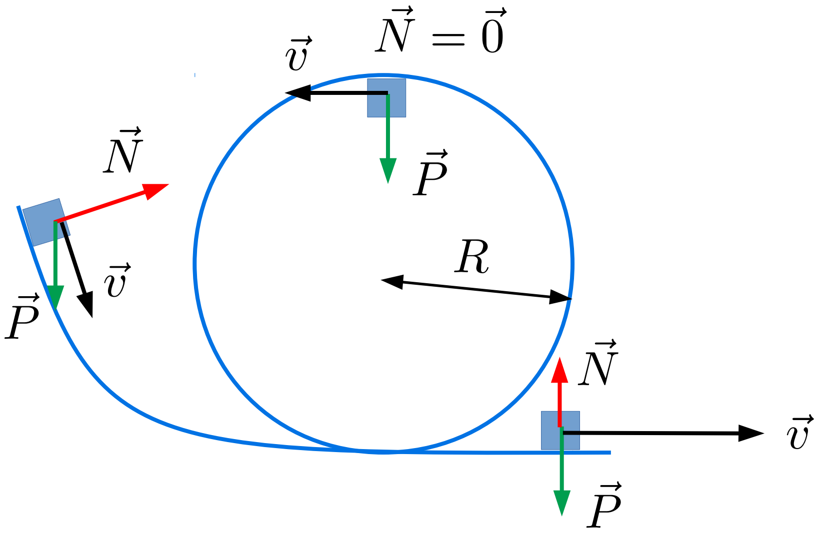
$$\omega = \sqrt{\frac{g}{\ell\cos\theta}}$$

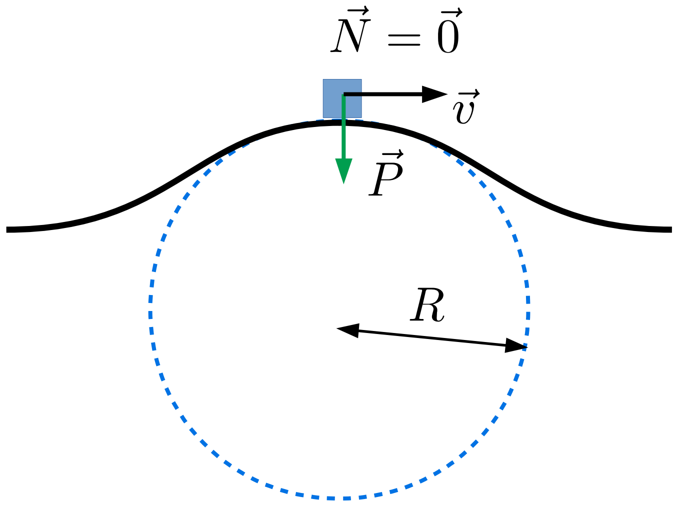
Caso $\omega \leq \sqrt{\dfrac{g}{\ell}}$

$$\Rightarrow \quad \theta = 0$$

Contato com a estrada

Qual a menor velocidade para ainda manter contato com a estrada?





$$F_R = m\frac{v^2}{R} = P = mg, \quad \Rightarrow \quad v = \sqrt{Rg}$$

Resistência ao movimento em fluidos

Força de arraste: $$\vec{F}_{\text{arr}} \approx -\alpha\vec{v} - \beta v\vec{v} \equiv -\frac{1}{2}\rho A C_D v^2 \hat{v}$$

Arraste viscoso (ou de Stokes) e de pressão (ou de Newton)

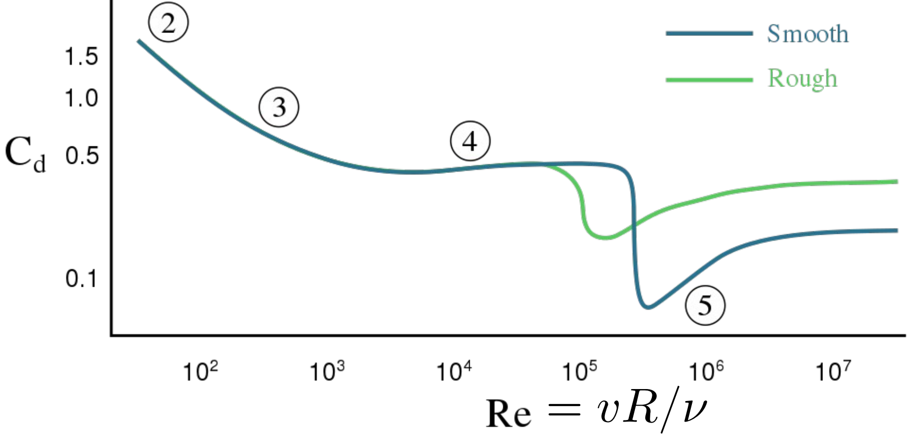
Densidade do fluido: ρ

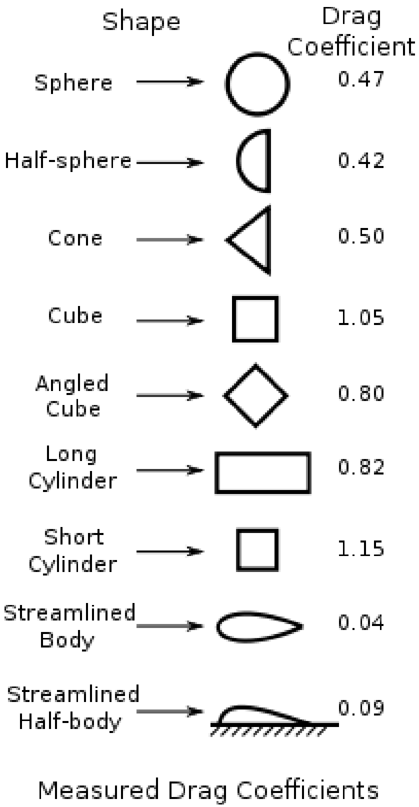
Área transversal ao movimento: A

Coeficiente de arraste: C_D

$$[C_D] = 1$$

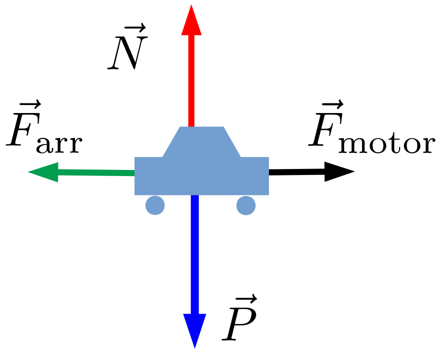
Fonte: wikipedia





Resistência ao movimento em fluidos

Exemplo: arraste de pressão
(Carro na estrada em
velocidade constante)

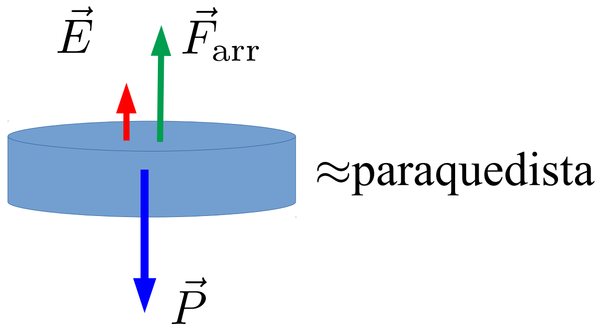


$$\vec{F}_R \approx \vec{P} + \vec{N} + \vec{F}_{\mathrm{arr}} + \vec{F}_{\mathrm{motor}} = \vec{0}$$

$$F_{\mathrm{arr}} = \frac{1}{2}\rho_{\mathrm{ar}} A C_D v^2 = \frac{1}{2}\left(1.2\ \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}\right)\left(3.\ \mathrm{m}^2\right) 0.5 \left(30.\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)^2 = 0.8\ \mathrm{kN}$$

Resistência ao movimento em fluidos

Exemplo: arraste de pressão
(Queda em um fluido onde a
velocidade terminal é alta)



Calcule a velocidade terminal.

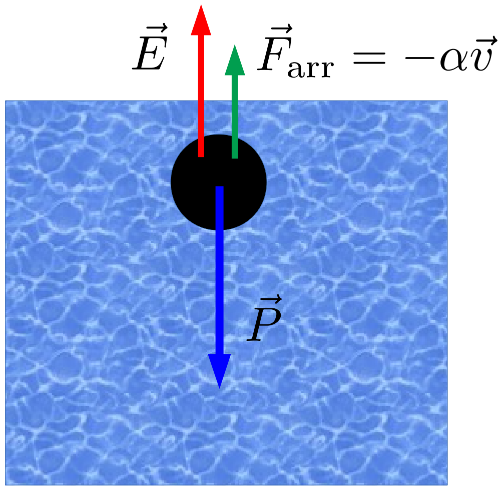
$$\vec{F}_R = \vec{P} + \vec{E} + \vec{F}_{\rm arr} \approx \vec{P} + \vec{F}_{\rm arr} = \vec{0}$$

$$\Rightarrow \quad mg = \frac{1}{2}\rho_{\rm ar} A C_D v^2 \quad \Rightarrow \quad v = \sqrt{\frac{2mg}{\rho_{\rm ar} A C_D}} = \sqrt{\frac{2 \times 70.\ \text{kg} \times 10.\ \text{m/s}^2}{1.2\ \text{kg/m}^3 \times 0.4\ \text{m}^2 \times 1.15}} = 50.\ \text{m/s}$$

Resistência ao movimento em fluidos

Exemplo: arraste viscoso
(Queda em um fluido onde a velocidade terminal é pequena)

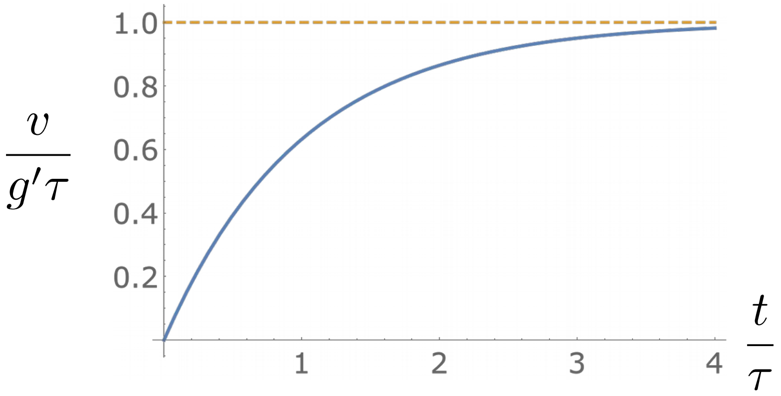
$$\vec{F}_R = \vec{P} + \vec{E} + \vec{F}_{\mathrm{arr}}$$



$$m\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = mg' - \alpha v \quad \Rightarrow \quad \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = g' - \frac{v}{\tau}$$

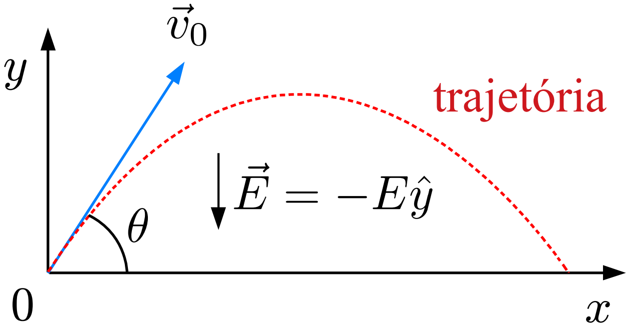
$$\int_0^v \frac{\mathrm{d}v}{v - g'\tau} = -\int_0^t \frac{\mathrm{d}t}{\tau} \quad \Rightarrow \quad \ln\left(1 - \frac{v}{g'\tau}\right) = -\frac{t}{\tau}$$

$$\Rightarrow \quad v = g'\tau\left(1 - e^{-t/\tau}\right)$$



Carga num campo elétrico uniforme

$$\vec{F}_e = q\vec{E} = m\vec{a} \quad \Rightarrow \quad \vec{a} = \frac{q}{m}\vec{E} \quad \Rightarrow$$ Movimento uniformemente acelerado
(Princípio básico dos tubos catódicos.)



$$\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a}t$$

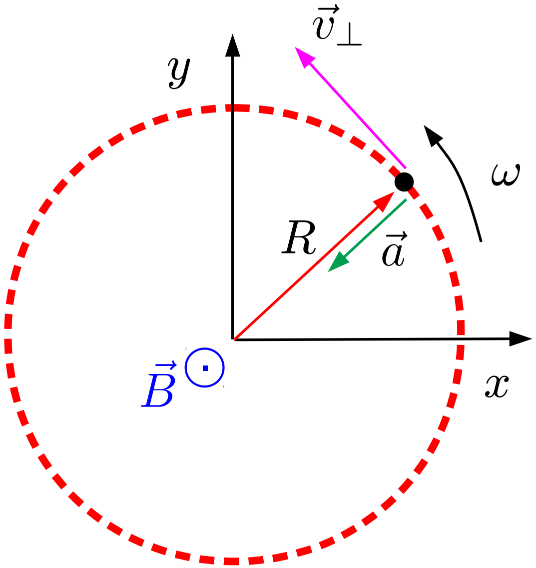
$$\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t + \frac{1}{2}\vec{a}t^2$$

Carga num campo magnético uniforme

$$\vec{B} = B\hat{z}$$

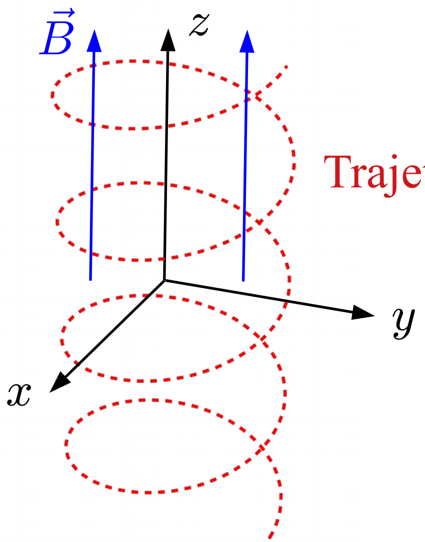
$$\vec{F}_m = q\vec{v}\times\vec{B} = m\vec{a} \quad \Rightarrow \quad a_z = 0, \quad \Rightarrow \quad v_z = v_{0,z}$$ Movimento uniforme no eixo z

$$\vec{a}\cdot\vec{v} = 0, \quad \Rightarrow \quad \vec{a}\perp\vec{v}$$ Movimento circular uniforme no plano xy



trajetória projetada
no plano xy

$$F_m = F_{\mathrm{cp}} = qv_\perp B = ma = ma_{\mathrm{cp}} = m\frac{v_\perp^2}{R} \quad \Rightarrow \quad R = \frac{mv_\perp}{qB}$$

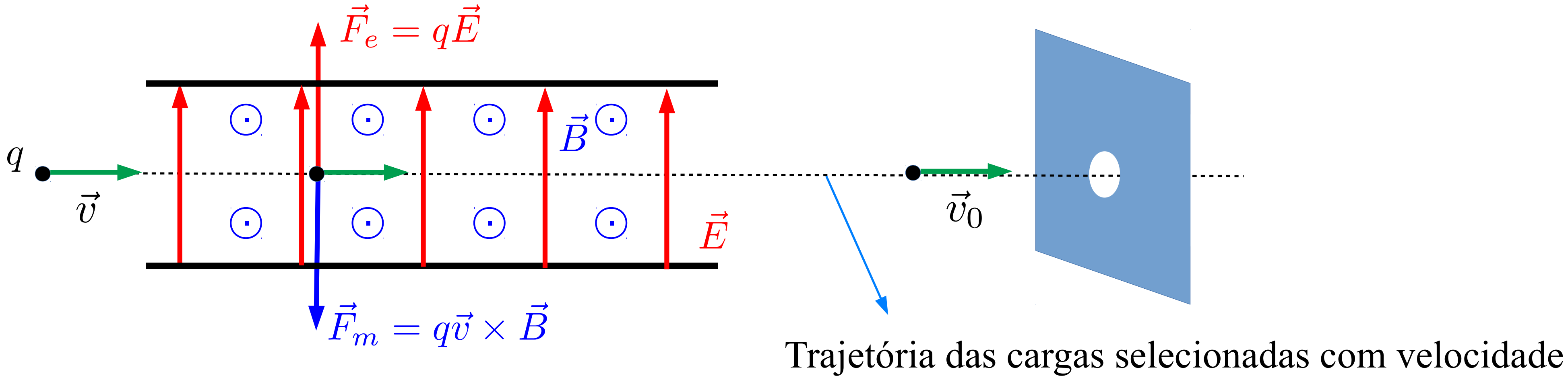


Trajetória helicoidal

Período de revolução independe de R ou v

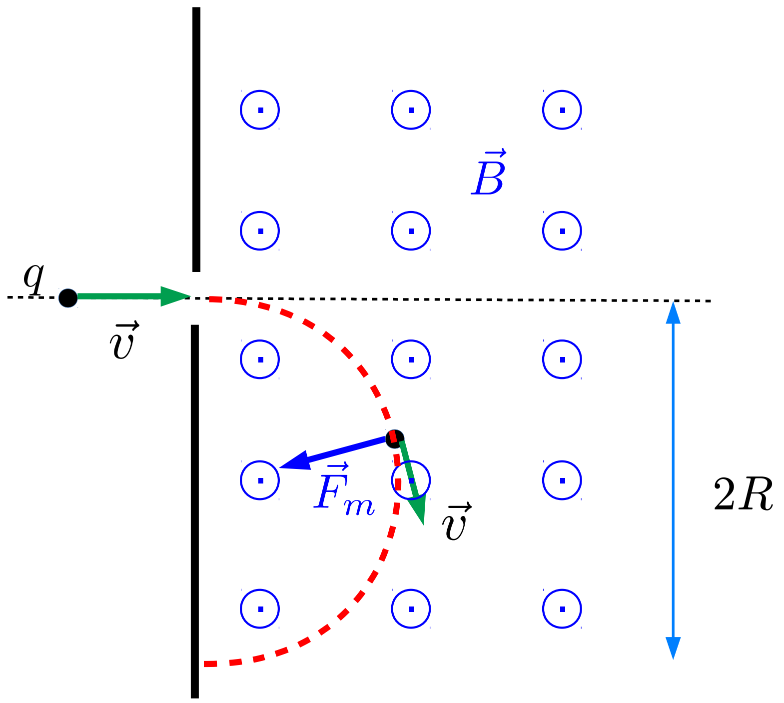
$$T = \frac{2\pi R}{v_\perp} = \frac{2\pi m}{qB}$$

Filtro de velocidades para partículas carregadas



$$v_0 = \frac{E}{B}$$

Relação carga/massa



$$\frac{q}{m} = \frac{BR}{v}$$

Conhecidos o campo magnético e a velocidade da partícula (por um filtro de velocidades), medindo o raio da trajetória nos fornece a relação carga/massa.

(Este é o princípio básico para o espectrógrafo de massa.)