Laboratório de fluidos e termodinâmica - SLC0629 - 1S/2023 $Tens\~ao\ superficial$

Descrição

Essa prática tem por objetivo medir o coeficiente de tensão superficial de um fluido por dois métodos: pelo (i) método da placa de Wilhelmy, onde utiliza-se uma balança de torção para medir a força de tensão sobre uma tira de papel imersa no fluido; e pelo (ii) método da pressão de bolha, onde utiliza-se o aparato de Jaeger para medir a pressão interna e externa sobre uma bolha de ar imersa no fluido. Serão utilizados dois fluidos: água destilada e água destilada contaminada por detergente. Contaminar a água com detergente tem por objetivo quantificar a alteração das forças de tensão superficial.

Demonstrações complementares:

- 1. Equilibrar sobre a superfície da água objetos mais densos que a água. Interferir nesta situação adicionando sabão/detergente na água.
- 2. Verificar a direção e sentido da tensão superficial em armações de arame.
- 3. Verificar a formação de superfícies de mínima área formadas por filmes de detergente e água em armações tridimensionais de arame.
- 4. Visualizar o efeito de capilaridade quando da tensão superficial entre a interface líquido-sólido e como esse efeito é afetado ao se aderir agentes molhantes como parafina.

Introdução: a força de tensão superficial

Um filete de água que se afunila ao sair da torneira começa a se "quebrar" em gotas. Uma agulha, mesmo sendo mais densa que a água, flutua sobre sua superfície quando colocada gentilmente. Quando um canudo é imerso em água, nota-se que ela sobe pelas paredes. Esse e outros fenômenos similares estão associados a existência de uma interface entre o líquido e outra substância. As forças de coesão entre as moléculas do líquido são diferentes quando comparadas no volume e na superfície (vide Fig. 1). Como resultado, a interface (superfície) pode ser considerada como uma membrana tensionada. Além disso, como essas tensões superficiais acontecem na interface, elas são mais evidentes quando o volume do fluido não é tão "maior" que sua superfície. Mais precisamente, quando a somatória das forças de coesão na interface são comparáveis àquela do volume.

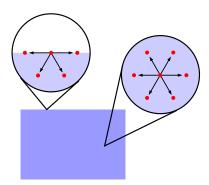


Figura 1: Ilustração das forças de coesão (setas pretas) sobre uma molécula (bolinhas vermelhas) de um líquido no volume e na interface.

Imagine um filme fino de líquido (água com detergente, por exemplo) em um anel de arame onde há um laço de fio flexível (linha de costura, por exemplo) como ilustrado na Fig. 2(a). O laço de fio imerso no filme de líquido pode ficar em qualquer posição se há filme de líquido dentro e fora do mesmo (configuração da esquerda). Retirando o filme da parte de dentro do laço, nota-se que o fio flexível é puxado em direção ao filme externo. Esta força é perpendicular à superfície do filme e é resultado das forças de coesão moleculares.

Imagine agora uma armação de arame onde um dos lados é móvel como ilustrado na Fig. 2(b). Nota-se a existência de uma força que puxa o arame para dentro (como se o filme de fluido fosse uma membrana tensionada de um tambor).

Se a parte móvel do arame for suficientemente leve, a força de tensão superficial será maior que a força peso e o fio móvel será puxado em direção ao filme. Esta força é perpendicular à superfície do fluido e, em módulo, é tão maior quanto maior for a extensão do arame. Define-se como tensão superficial (ou coeficiente de tensão superficial) em um filme, γ , como a razão entre a força de tensão superficial e o comprimento (perpendicular à força) ao longo do qual a força atua. Neste caso,

$$\gamma = \frac{F}{2L}.\tag{1}$$

O fator 2 é porque a força atua sobre um comprimento total de 2L. Há um filme fino na face anterior e outro na posterior.¹

Analogamente, ao se retirar um anel de dentro de um fluido como ilustrado na Fig. 2(c), existe uma força de tensão superficial dada pela Eq. (1), onde L é o perímetro do anel. Note entretanto, que a força F não apenas compensa a força de tensão superficial, mas também o peso do líquido que é levantado acima do nível do fluido (efeito de capilaridade).

Em todos os casos, note que as forças de coesão são tais que tendem a diminuir a área superficial do fluido. Novamente, é como se o filme fino de fluido (a interface) fosse uma membrana tensionada.

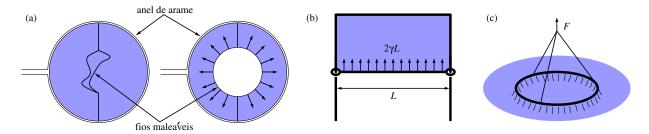


Figura 2: (a) Um anel de arame com um laço de um fio flexível. Quando o fluido está tanto dentro como fora do laço (esquerda), o arranjo do laço é qualquer. Quando há fluido apenas fora do laço (direita), o laço é puxado em direção ao fluido externo. (b) Arame móvel sendo puxado pelo filme de fluido. (c) Anel imerso num fluido sendo puxado para fora do mesmo.

Diferença de pressão através de um filme fino de fluido

É interessante notar que esses conceitos estão envolvidos diretamente na diferença de pressão do ar dentro e fora de uma bolha de sabão. Lembre-se que as forças de coesão tendem a diminuir a superfície de um filme fino (uma membrana tensionada). Logo, o ar dentro de uma bolha é comprimido. Sendo assim, a pressão dentro da bolha é maior que a pressão externa. Como relacionar o raio da bolha R com a diferença de pressão $\Delta P = P_{\rm in} - P_{\rm out}$? Simplesmente,

$$\Delta P = \frac{4\gamma}{R}.\tag{2}$$

Vamos agora deduzir esse simples resultado. Uma bolha de sabão consiste de dois filmes finos entre os quais há o fluido (vide Fig. 3(a)). Aplicando os princípios de hidrostática à metade da bolha, temos que ela está em equilíbrio quando as forças de tensão superficial se igualam às forças devidas à diferença de pressão, como ilustra a Fig. 3(b). As forças de tensão superficial somam, em módulo, $2 \times 2\pi R\gamma$. Aqui, desprezaremos a diferença entre os raios interno e externo. As forças devidas à diferença pressão apontam sempre perpendicularmente à superfície do filme. Em módulo, um elemento de força é $d\vec{F} = \Delta P dS\hat{n}$, onde dS é o elemento de área associado e \hat{n} é a direção normal à superfície naquele ponto. Devemos somar essas forças. Isso equivale a projetar todas essas forças no eixo de simetria da metade da bolha. Equivalentemente, isso é projetar a superfície da metade da bolha no plano perpendicular ao eixo de simetria da bolha. Como resultado, $F = \Delta P S_{\rm projetado} = \pi R^2 \Delta P$. Igualando essa resultante à $4\pi R\gamma$, recupera-se o resultado (2). Conclui-se então que a diferença de pressão é tão maior quanto menor for o raio da bolha.

 $^{^1}$ Curiosidade: Ao se deslocar o arame móvel de Δy , o trabalho realizado pela força de tensão superficial é $W=F\Delta y$. O aumento de área do filme fino é $\Delta A=2L\Delta y$. Logo, a razão entre o trabalho e o aumento da área do filme fino é $\frac{W}{\Delta A}=\frac{F}{2L}=\gamma$, ou seja, a própria tensão superficial.

Esse resultado é rapidamente generalizado para o caso de uma bolha de ar num fluido. Neste caso, há apenas um filme fino envolvido. As forças superficiais de tensão somam $2\pi R\gamma$, e as forças devida à diferença de pressão não mudam, ou seja, continuam somando $\pi R^2 \Delta P$. Portanto,

$$\Delta P = \frac{2\gamma}{R},\tag{3}$$

para o caso de uma bolha de ar num líquido, ou mesmo para uma gota de líquido num outro fluido (como o ar).

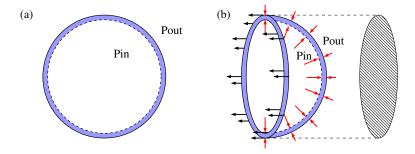


Figura 3: (a) Bolha de sabão em equilíbrio hidrostático. (b) Esquema de forças numa metade de bolha. Em preto, as forças de tensão superficial. Em vermelho, as de pressão. A área hachurada (πR^2) corresponde à projeção da superfície da metade da bolha num plano normal ao eixo de simetria dessa metade de bolha.

Prática experimental: medida da tensão superficial

Primeiramente, mede-se o coeficiente de tensão superficial pelo método de Jaegar. O aparato experimental está ilustrado na Fig. 4. O coeficiente de tensão superficial a ser medido é o do fluido no reservatório (A). Uma bolha neste é formada pelo aumento da pressão do ar no tubo (B) provocado pela água que cai do reservatório (C) no reservatório fechado (D). A pressão (interna) do ar dentro da bolha é medida pelo manômetro como sendo $P_{\rm in} = P_{\rm atm} + \rho_1 gH$, onde ρ_1 é a densidade do fluido no manômetro. A pressão (externa) fora da bolha (no fluido) é medida no ponto onde a bolha é formada e, portanto, é $P_{\rm ext} = P_{\rm atm} + \rho_2 gh$, onde ρ_2 é a densidade do fluido em (A). Uma vez obtida a diferença de pressão ΔP e sendo o raio da bolha igual ao raio do tubo (B), utiliza-se a Eq. (3) para determinar a tensão superficial γ .

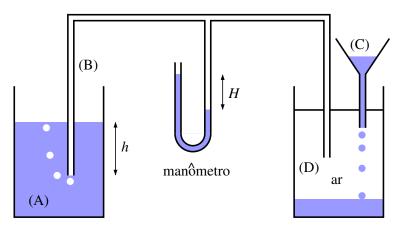


Figura 4: Aparato experimental de Jaegar para medir a tensão superficial de um fluido pelo da pressão da bolha.

Esta medida deve ser repetida várias vezes para cada altura h da coluna de fluido. Escolha de dois a quatro valores distintos de h. Primeiramente, o fluido em (A) deve ser água destilada. Depois acrescente poucas gotas de detergente e refaça sua medida. Como a tensão superficial é alterada? Discuta por que adicionar detergente é vantajoso para lavar roupas.

Após utilizar o método de Jaegar, usaremos uma balança de torção para medir a força necessária para equilibrar um tira de papel umedecida pelo fluido e parcialmente imersa no fluido, como ilustra a a Fig. 5.

Quando submersa, a força para equilibrar é, em módulo, $F_a = P - E + P' + F$, onde $P = P_{\rm gancho} + P_{\rm papel}$ é o peso do gancho e do papel, E é o empuxo sobre o papel, P' é o peso do excesso de fluido que (por capilaridade) sobe pela tira de papel, e F é a força de tensão superficial. Aqui, vamos desprezar o empuxo. Quando a tira de papel é retirada do reservatório de fluido, como ilustrado na Fig. 5(b), a força para equilibrá-la é $F_b = P + P''$, onde P'' é o peso do excesso de fluido. Quantificar os pesos de excesso de fluido P' e P'' não é simples. Aqui, vamos assumir que o filme adere-se muito rente à tira de papel e, por isso, P' e P'' podem ser desprezados. (Ou ainda, são aproximadamente iguais e se cancelam.) Em suma, $F \approx F_a - F_b$. Consequentemente, a força de tensão superficial F é dada pela Eq. (1), onde E é a largura da tira de papel.

As forças F_a e F_b são medidas utilizando-se a balança de torção. Os ângulos de torção associados são θ_a e θ_a , respectivamente. Para traduzir esses ângulos em força, necessita-se calibrar a balança de torção com pesos conhecidos. Usando duas massas conhecidas, sabe-se relacionar um determinado ângulo θ com uma determinada força T, i.e., para um dado ângulo, sabe-se a força corresponde $T(\theta)$. Uma simples interpolação linear fornece

$$T(\theta) = m_1 g + (m_2 g - m_1 g) \left(\frac{\theta - \theta_1}{\theta_2 - \theta_1}\right) \tag{4}$$

e, consequentemente, $F_{a,b} = T(\theta_{a,b})$. A Eq. (4) é tão melhor quanto mais próximos os ângulos $\theta_{1,2,a,b}$ forem entre si. As medidas de $F_{a,b}$ devem ser repetidas algumas vezes. Faça a medida de F_a antes de F_b a fim de minimizar o efeito de evaporação da água na tira de papel.

Primeiramente, faça a medida da tensão superficial para água destilada. Depois adicione algumas gotas de detergente e refaça o experimento.

Finalmente, compare os valores de γ obtidos pelos dois métodos e discuta possíveis discrepâncias.

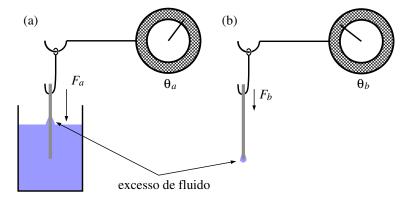


Figura 5: Aparato experimental para medir a tensão superficial de um fluido pelo método da placa de Wilhelmy.

Cuidados: (a) Em ambos os métodos e em todas as medidas, evite contaminar o fluido com quaisquer outras substâncias, incluindo a gordura de suas mãos. (a.i) Use a pinça para manusear a tira de papel. (a.ii) Umedeça a tira de papel sobre um recipiente e descarte o excedente. Não misture com o reservatório de água destilada. (a.iii) Não contamine objetos que entrarão em contato com a água destilada. (b) Seja rápido em medir o peso na balança de torção a fim de minimizar a evaporação de água na tira de papel.

Bibliografia

- 1. F. W. Sears, M. W. Zemansky, e H. D. Young, Física 2 Mecânica dos fluidos, calor e movimento ondulatório, LTC Livros Técnicos e Científicos Editora S.A. (1984).
- 2. F. W. Sears e M. W. Zemansky, University Physics, Complete Edition, Editora Addison-Wesley (1955).

 $^{^2}$ Verifique que essa é uma boa aproximação variando a posição do reservatório de fluido e, por consequência, o volume de papel submergido. Para diferentes frações de papel submergido, note que F_a não muda apreciavelmente.

³ Mais precisamente, $F = 2\gamma L \cos \alpha$, onde α é o ângulo entre a tira de papel e o filme fino de fluido. Aqui vamos assumir que $\alpha \approx 0$ e, portanto, $\cos \alpha = 1$.