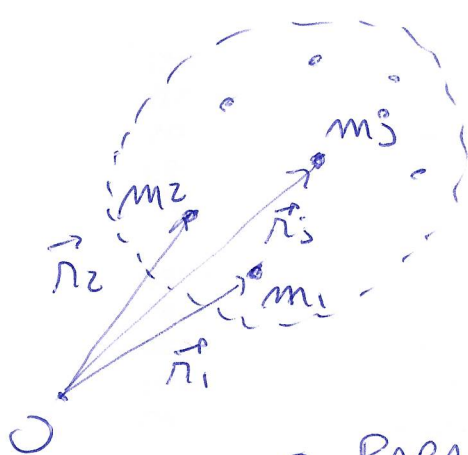


SISTEMA DE PARTÍCULAS

(82)

DEFINIÇÃO: CENTRO DE MASSA



$$M \vec{R}_{cm} = \sum_{j=1}^N m_j \vec{r}_j$$

ONDE $M = \sum_{j=1}^N m_j \equiv \text{MASSA TOTAL}$

• PARA UMA DISTRIBUIÇÃO CONTÍNUA DE MASSA

$$M \vec{R}_{cm} = \int_V \vec{r} dm = \int_V \vec{r} \rho(\vec{r}) dV$$

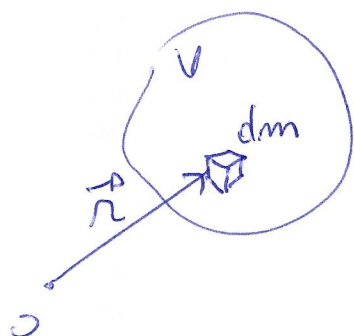
$$= \int_V \vec{r} \rho(\vec{r}) dx dy dz$$

DENSIDADE LOCAL DE MASSA

$$\rho(\vec{r}) = \frac{dm}{dV}$$

NO LIMITE

$$dV \rightarrow 0$$



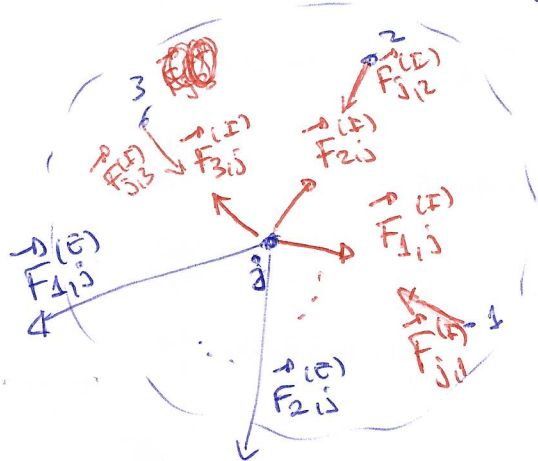
EQUAÇÕES DO MOVIMENTO PARA AS PARTÍCULAS

$$m_j \ddot{\vec{r}}_j = m_j \frac{d\dot{\vec{r}}_j}{dt} = \frac{d\vec{p}_j}{dt} = \vec{F}_{R,j} = \vec{F}_{R,j}^{(E)} + \vec{F}_{R,j}^{(I)}$$

$$= \sum_K \vec{F}_{K,j}^{(E)} + \sum_L \vec{F}_{L,j}^{(I)}$$

FORÇAS EXTERNAS

FORÇAS INTERNAS



MOMENTO ^{LINEAR} TOTAL $\equiv \vec{P}_{tot} = \sum_{j=1}^N \vec{P}_j = \sum_j m_j \vec{v}_j$

(83)

$$= \sum_j m_j \frac{d}{dt} \vec{v}_j = \sum_j \frac{d}{dt} (m_j \vec{v}_j)$$

$m_j = \text{cte}$

$$= \frac{d}{dt} \sum_j m_j \vec{v}_j = \frac{d}{dt} (M \vec{v}_{cm})$$

$$= M \frac{d}{dt} \vec{v}_{cm} = M \vec{a}_{cm}$$

$$\boxed{\vec{P}_{tot} = M \vec{v}_{cm}}$$

$$\frac{d}{dt} \vec{P}_{tot} = \sum_j \vec{F}_{R,j}^{(E)} + \sum_j \vec{F}_{R,j}^{(I)}$$

$$\boxed{\frac{d}{dt} \vec{P}_{tot} = \vec{F}_R^{(E)}}$$

$$\sum_{j \neq l} \vec{F}_{j,l}^{(I)} \rightarrow 0$$

3ª LEI DE NEWTON

$$\vec{F}_{j,l}^{(I)} = -\vec{F}_{l,j}^{(I)}$$

OU AINDA

$$\boxed{M \vec{a}_{cm} = \vec{F}_R^{(E)}}$$

PARA O MOVIMENTO DO CM DO SISTEMA, APENAS AS FORÇAS EXTERNAS SÃO RELEVANTES

QDO A RESULTANTE DAS FORÇAS EXTERNAS É NULA, ENTÃO O MOMENTO TOTAL É CONSERVADO

$$\vec{F}_R^{(E)} = 0$$

$\Rightarrow$

$$\frac{d}{dt} \vec{P}_{tot} = 0$$

$\Rightarrow$

$$\boxed{\vec{P}_{tot} = \text{cte}}$$

MOMENTO ANGULAR TOTAL $\vec{L}_{\text{tot}} \equiv \sum_i \vec{L}_i$

(84)

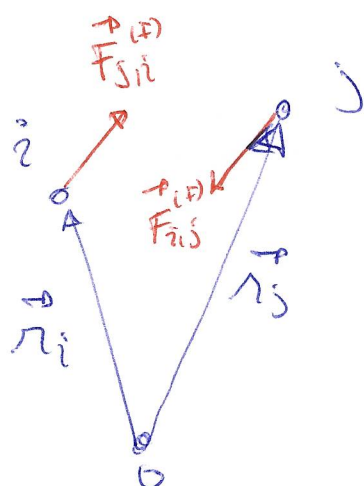
TORQUE TOTAL $\vec{N}_{\text{tot}} = \vec{N}_R^{(E)} + \vec{N}_R^{(I)}$

$\downarrow$ $\downarrow$
 DEVIDO A INTERNAS
 FORÇAS EXTERNAS

PER CAUSA DA 3ª LEI DE NEWTON $\vec{F}_R^{(I)} = 0$.

COMO FICA O TORQUE RESULTANTE INTERNO?

VAMOS OLHAR CADA PAR AÇÃO-REAÇÃO



LOGO, OS TORQUES EM RELAÇÃO À ORIGEM SÃO

$$\vec{N}_{ji}^{(I)} = \vec{r}_i \times \vec{F}_{ji}^{(I)} \quad \text{3ª LEI}$$

$$+ \vec{N}_{ij}^{(I)} = \vec{r}_j \times \vec{F}_{ij}^{(I)} = -\vec{r}_j \times \vec{F}_{ji}^{(I)}$$

$$\vec{N}_{ji}^{(I)} + \vec{N}_{ij}^{(I)} = (\vec{r}_i - \vec{r}_j) \times \vec{F}_{ji}^{(I)}$$

LOGO, O TORQUE RESULTANTE INTERNO NÃO É NULO DE MANEIRA GERAL.

Q DO $\vec{F}_{ji}^{(I)}$ APONTAR NA DIREÇÃO QUE LIGA AS PARTÍCULAS i E j , ENTÃO

$\vec{F}_{ji}^{(I)} \parallel \vec{r}_i - \vec{r}_j$ e NESTE CASO, O TORQUE TOTAL É NULO

NESTE CASO, A VARIAÇÃO DO

(85)

MOMENTO ANGULAR TOTAL SÓ DEPENDE

DO TORQUÊ EXTERNO RESULTANTE

$$\frac{d\vec{L}_{\text{tot}}}{dt} = \sum_j \frac{d}{dt} \vec{L}_j = \sum_j \vec{N}_{R,j}^{(E)} + \sum_j \vec{N}_{R,j}^{(I)}$$

$$\boxed{\frac{d\vec{L}_{\text{tot}}}{dt} = \vec{N}_R^{(E)}}$$

ENERGIA TOTAL

CASO AS FORÇAS EXTERNAS E INTERNAS ~~SEJAM~~ SEJAM CONSERVATIVAS, ENTÃO PODEMOS ESCREVER A FORÇA RESULTANTE SOBRE CADA PARTÍCULA COMO

$$\vec{F}_{R,j} = \vec{F}_{R,j}^{(E)} + \vec{F}_{R,j}^{(I)} = -\vec{\nabla}_j V^{(E)} - \vec{\nabla}_j V^{(I)} = -\vec{\nabla}_j V$$

* OBSERVAÇÕES : $\vec{\nabla}_j = \left(\frac{\partial}{\partial x_j}, \frac{\partial}{\partial y_j}, \frac{\partial}{\partial z_j} \right)$

$$V^{(E)} \equiv \text{ENERGIA POTENCIAL ASSOCIADA ÀS FORÇAS EXTERNAS} \\ = V^{(E)}(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \dots, \vec{r}_N)$$

$$V^{(I)} \equiv \text{ENERGIA POT. ASSOCIADA ÀS FORÇAS INTERNAS} \\ = V^{(I)}(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \dots, \vec{r}_N)$$

$$\text{Logo, } V = V^{(E)} + V^{(I)} = V(\vec{r}_1, \dots, \vec{r}_N)$$

TEOREMA ENERGIA-TRABALHO APLICADO

(86)

A UMA PARTÍCULA DIZ QUE (VIDE PAG 45)

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} m v^2 \right) = m \vec{v} \cdot \vec{\dot{v}} = m \vec{\ddot{r}} \cdot \vec{v} = \vec{F}_R \cdot \vec{v} = \vec{F}_R \cdot \frac{d\vec{r}}{dt}$$

$$= - \vec{\nabla} V \cdot \frac{d\vec{r}}{dt}$$

$$= - \frac{\partial V}{\partial x} \frac{dx}{dt} - \frac{\partial V}{\partial y} \frac{dy}{dt} - \frac{\partial V}{\partial z} \frac{dz}{dt}$$

$$= - \frac{d}{dt} (V(x, y, z))$$

$$\Rightarrow \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} m v^2 + V(\vec{r}) \right) = 0$$

APLICANDO ESSA IDENTIDADE PARA CADA PARTÍCULA

DO SISTEMA, TEMOS QUE $\frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} m_k v_k^2 \right) = \frac{\partial V}{\partial x_k} \frac{dx_k}{dt} + \frac{\partial V}{\partial y_k} \frac{dy_k}{dt} + \frac{\partial V}{\partial z_k} \frac{dz_k}{dt}$

SOMANDO SOBRE TODAS AS PARTÍCULAS

$$\sum_k \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} m_k v_k^2 \right) + \sum_k \left(\frac{\partial V}{\partial x_k} \frac{dx_k}{dt} + \frac{\partial V}{\partial y_k} \frac{dy_k}{dt} + \frac{\partial V}{\partial z_k} \frac{dz_k}{dt} \right) = 0$$

$$\Rightarrow \frac{d}{dt} \left(\underbrace{\sum_k \frac{1}{2} m_k v_k^2}_{T_{tot}} \right) + \frac{d}{dt} V(\vec{r}_1, \dots, \vec{r}_n) = 0$$

$$\Rightarrow \frac{d}{dt} (T_{tot} + V) = 0$$

$$\Rightarrow \boxed{T_{tot} + V = cte}$$

CONSERVAÇÃO DA ENERGIA
MECÂNICA TOTAL

E SE ALGUMA FORÇA EXTERNA FOR
NÃO CONSERVATIVA?

(87)

DIGAMOS QUE $\vec{F}_R^{(E)} = \sum_K \vec{F}_{K, \text{CONS}}^{(E)} + \sum_K \vec{F}_{K, \text{N-CONS}}^{(E)}$ NÃO-CONSERVATIVA

$$= \cancel{\sum_K \vec{F}_{K, \text{N-CONS}}^{(E)}} = \sum_K -\vec{\nabla}_K V^{(E)} + \sum_K \vec{F}_{K, \text{N-CONS}}^{(E)}$$

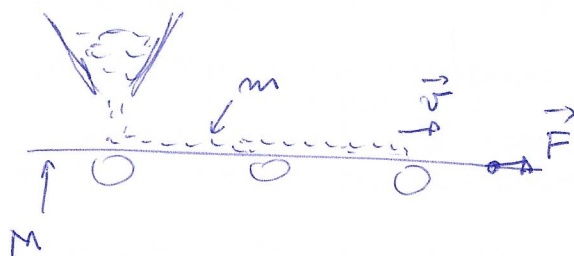
PARA A PARTE CONSERVATIVA, $V^{(E)}$ SE AGRUPA
COM $V^{(I)}$ RESULTANDO EM V (COMO NO
CASO ANTERIOR,

Logo $\frac{d}{dt} (T_{\text{tot}} + V) = \sum_{k=1}^N \vec{F}_{K, \text{N-CONS}}^{(E)} \cdot \vec{v}_K$

= POTÊNCIA DISSIPADA TOTAL

SISTEMAS COM MASSA VARIÁVEL

ESTEIRA



VAMOS ASSUMIR QUE $\vec{v} = c\vec{e}$

MOMENTO TOTAL: $\vec{P}_{\text{tot}} = \underbrace{(M+m)}_{\substack{\text{che} \\ \text{VARIÁVEL}}} \underbrace{\vec{v}}_{\text{che}}$

$$\Rightarrow \frac{d\vec{P}_{\text{tot}}}{dt} = \frac{d}{dt} ((M+m)\vec{v}) = \frac{dm}{dt} \vec{v} = \vec{F}$$

QUAL É A POTÊNCIA ~~SUPRIDA~~ ~~SUBSTITUÍDA~~ PELA

(88)

FORÇA EXTERNA (FORÇA DOS MOTORES DA ESTEIRA)?

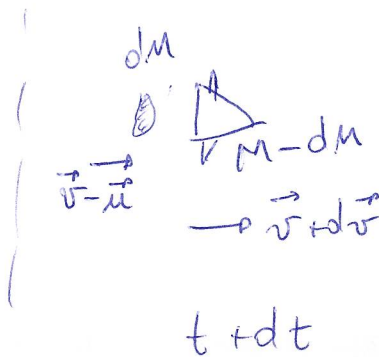
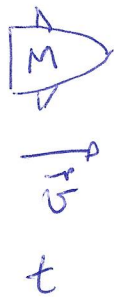
$$\begin{aligned} \text{Potência} &= \vec{F} \cdot \vec{v} = \vec{v} \cdot \left(\frac{dm}{dt} \vec{v} \right) = v^2 \frac{dm}{dt} = \frac{d}{dt} (mv^2) \\ &\quad \downarrow \\ &\quad v=du \\ &= \frac{d}{dt} (\cancel{mv^2} + \underbrace{mv^2}_{\text{che}}) \\ &= \frac{d}{dt} (2T) \end{aligned}$$

OU SEJA, A POTÊNCIA SUPRIMIDA É 2 VEZES
AQUELA DA VARIAÇÃO DA ENERGIA CINÉTICA.
COMO EXPLICAR ESSE FAZO?

~~POSSO~~ MÉTODE DA POTÊNCIA SUPRIDA ~~DA~~ PELA
FORÇA EXTERNA (MOTORES) ESTÁ SENDO UTILIZADA
PARA AUMENTAR A ENERGIA CINÉTICA TOTAL
DO SISTEMA (ESTEIRA + PARTÍCULAS QUE SE INCORPORAM).
PARA ONDE ESTÁ indo A OUTRA
METADE DA ENERGIA FORNECIDA POR $\vec{F}$?

(VIDE LISTA DE EXERCÍCIOS)

FOGUETES



(89)

$\vec{u}$ = VELOCIDADE
DE
EJEÇÃO
DOS
GASES DO
FOGUETE EM
RELACAO AO
FOGUETE
= cte

SABEMOS QUE $\frac{d\vec{P}_{tot}}{dt} = \vec{F}_R^{(e)} = \vec{F}$

MAS
$$\begin{aligned} d\vec{P}_{tot} &= \vec{P}_{tot}(t+dt) - \vec{P}_{tot}(t) \\ &= (M-dm)(\vec{v}+d\vec{v}) + dm(\vec{v}-\vec{u}) - M\vec{v} \\ &= M d\vec{v} - \vec{u} dm + O(dm d\vec{v}) \end{aligned}$$

OU SEJA,

$$M \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{u} \frac{dm}{dt} + \vec{F}$$

↓
EMPUXO
DO
FOGUETE

↓
FORÇA EXTERNA

• PARA O CASO EM QUE NÃO HÁ FORÇA EXTERNA, A EQ. DO FOGUETE SIMPLIFICA PARA

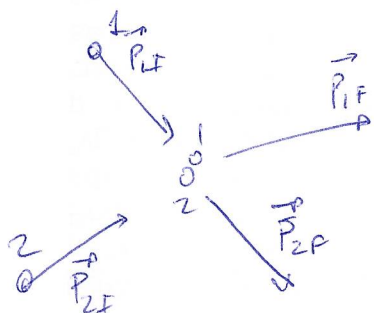
$$M d\vec{v} = \vec{u} dm \Rightarrow \int d\vec{v} = \vec{u} \int \frac{dm}{m}$$

$$\Rightarrow \boxed{\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{u} \ln \frac{m}{m_0}}$$

COLISÕES

(90)

ENTRE 2 PARTÍCULAS NA AUSÊNCIA DE FORÇAS EXTERNAS $\Rightarrow \vec{P}_{TOT}$ É CONSERVADO

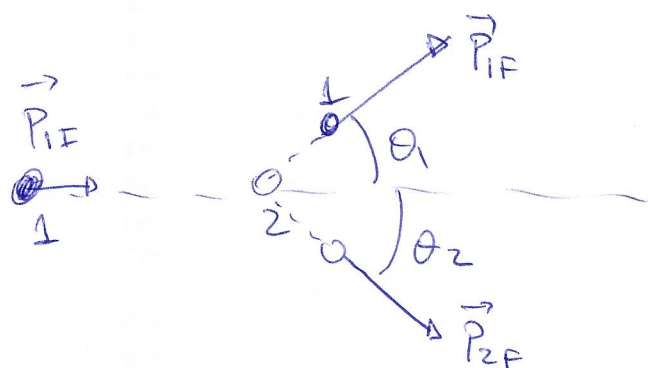


$$\vec{P}_{1i} + \vec{P}_{2i} = \vec{P}_{1f} + \vec{P}_{2f}$$

QDO A COLISÃO É ELÁSTICA $\Rightarrow T_{TOT}$ É CONSERVADO

$$\frac{P_{1i}^2}{2m_1} + \frac{P_{2i}^2}{2m_2} = \frac{P_{1f}^2}{2m_1} + \frac{P_{2f}^2}{2m_2}$$

O REFERENCIAL EM QUE $P_{2i} = 0$ (ÀS VEZES CHAMADO DE REF-DO LABORATÓRIO)



$$\begin{cases} P_{1i} = P_{1f} \cos \theta_1 + P_{2f} \cos \theta_2 \\ 0 = P_{1f} \sin \theta_1 - P_{2f} \sin \theta_2 \end{cases}$$

DA CONSERVAÇÃO DA ENERGIA

$$\frac{P_{1i}^2 - P_{1f}^2}{2m_1} = \frac{P_{2f}^2}{2m_2}$$

TEMOS 3 EQUAÇÕES

E 5 VARIÁVEIS: P_{1i} , P_{1f} , P_{2f} , θ_1 E θ_2

$\Rightarrow$ SE 2 DESSAS QUANTIDADES (SUPONDO m_1 E m_2 CONHECIDOS)

SÃO CONHECIDAS $\Rightarrow$ DETERMINA-SE AS OUTRAS 3.

DAS 2 QRS. DE CONS. DE MOMENTO

(91)

~~$$P_{1F}^2 \cos^2 \theta_1 + 2P_{1F}P_{2F} \cos \theta_1 \cos \theta_2 + P_{2F}^2 \cos^2 \theta_2$$~~

$$0 = (P_{1F} - P_{1F} \cos \theta_1)^2 = P_{2F}^2 \cos^2 \theta_2$$

$$+ P_{1F}^2 \sin^2 \theta_1 = P_{2F}^2 \sin^2 \theta_2$$

$$P_{1F}^2 + P_{1F}^2 - 2P_{1F}P_{1F} \cos \theta_1 = P_{2F}^2$$

MAS, DA CONS. ENERGIA, $\Rightarrow \frac{m_2}{m_1} (P_{1F}^2 - P_{1F}^2) = P_{2F}^2 = P_{1F}^2 + P_{1F}^2 - 2P_{1F}P_{1F} \cos \theta_1$

$$\Rightarrow \frac{m_2}{m_1} \left(1 - \left(\frac{P_{1F}}{P_{1F}} \right)^2 \right) = 1 + \left(\frac{P_{1F}}{P_{1F}} \right)^2 - \frac{2P_{1F}}{P_{1F}} \cos \theta_1$$

$$\left(1 + \frac{m_2}{m_1} \right) \left(\frac{P_{1F}}{P_{1F}} \right)^2 - 2 \cos \theta_1 \left(\frac{P_{1F}}{P_{1F}} \right) + 1 - \frac{m_2}{m_1} = 0$$

$$\Rightarrow \frac{P_{1F}}{P_{1F}} = \frac{m_1}{m_1 + m_2} \cos \theta_1 \pm \sqrt{\left(\frac{m_1}{m_1 + m_2} \cos \theta_1 \right)^2 + \frac{m_2 - m_1}{m_2 + m_1}}$$

ASSIM, DETERMINA-SE P_{1F} COMO FUNÇÃO DE P_{1F} E θ_1

COM ISSO, DETERMINA-SE P_{2F} DA CONS. DE ENERGIA

E, POR FIM, θ_2 DA CONS. MOMENTO

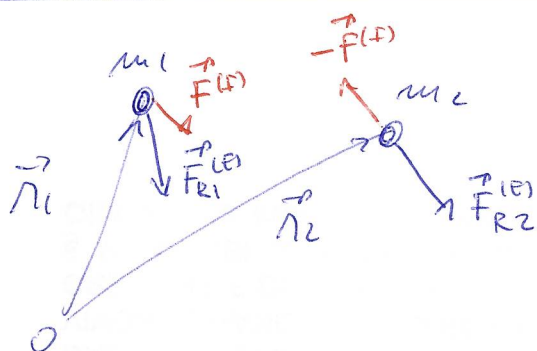
• NO CASO $m_1 = m_2 \Rightarrow$

$$\begin{cases} P_{1F} = P_{1F} \cos \theta_1 \\ P_{2F} = P_{1F} \sin \theta_1 \\ 0 = P_{1F} (\cos \theta_1 \sin \theta_1 - \sin \theta_1 \sin \theta_2) \end{cases}$$

$\Rightarrow \sin \theta_2 = \cos \theta_1 \Rightarrow \theta_2 = \frac{\pi}{2} - \theta_1$

O PROBLEMA DE 2 CORPOS

(92)



$$m_1 \ddot{\vec{r}}_1 = \vec{F}_{R1}^{(E)} + \vec{F}^{(I)}$$

$$m_2 \ddot{\vec{r}}_2 = \vec{F}_{R2}^{(E)} + \vec{F}^{(I)}$$

COORDENADA DO C.M. : $\vec{R} = \frac{m_1 \vec{r}_1 + m_2 \vec{r}_2}{m_1 + m_2}$

COORDENADA RELATIVA : $\vec{r} = \vec{r}_1 - \vec{r}_2$

Logo,
$$\begin{cases} \vec{r}_1 = \vec{R} + \frac{m_2}{M} \vec{r} \\ \vec{r}_2 = \vec{R} - \frac{m_1}{M} \vec{r} \end{cases}$$

onde $M = m_1 + m_2$

$$\Rightarrow M \ddot{\vec{R}} = m_1 \ddot{\vec{r}}_1 + m_2 \ddot{\vec{r}}_2 = \vec{F}_{R1}^{(E)} + \vec{F}_{R2}^{(E)} = \vec{F}_R$$

ou seja
$$M \ddot{\vec{R}} = \vec{F}_R$$

Além disso,
$$m_1 m_2 \ddot{\vec{r}} = m_1 m_2 (\ddot{\vec{r}}_1 - \ddot{\vec{r}}_2) = m_1 m_2 \left(\frac{\vec{F}_{R1}^{(E)}}{m_1} - \frac{\vec{F}_{R2}^{(E)}}{m_2} + \left(\frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2} \right) \vec{F}^{(I)} \right)$$

$$\Rightarrow \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} \ddot{\vec{r}} = \vec{F}^{(I)} + \frac{1}{m_1 + m_2} \left(m_2 \vec{F}_{R1}^{(E)} - m_1 \vec{F}_{R2}^{(E)} \right)$$

$$\Rightarrow \boxed{\mu \ddot{\vec{r}} = \vec{F}^{(I)} + \frac{m_2 \vec{F}_{R1}^{(E)} - m_1 \vec{F}_{R2}^{(E)}}{M}}$$

onde
$$\mu = \frac{m_1 m_2}{M}$$

NO CASO EM QUE NÃO HÁ

(93)

FORÇAS EXTERNAS, ENTÃO

$$\left\{ \begin{array}{l} M \ddot{\vec{R}} = 0 \\ \mu \ddot{\vec{r}} = \vec{F}(\vec{r}) \end{array} \right. \rightarrow \vec{R}(t) = \vec{R}_0 + \vec{V}_{cm} t$$

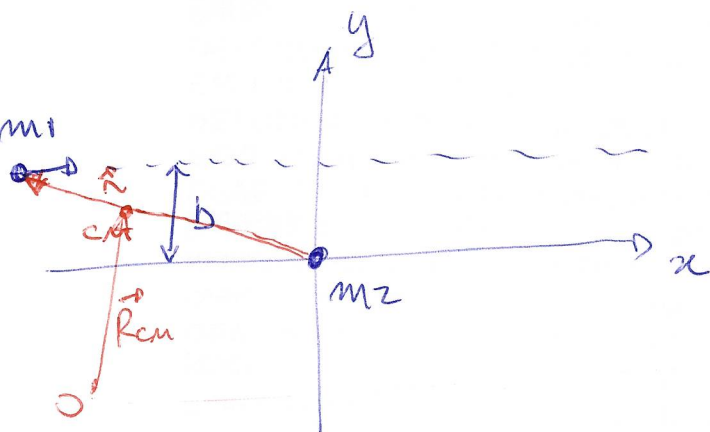
MOV. DE 1 PARTÍCULA SOB
UMA FORÇA $\vec{F}(\vec{r})$ DE

MASSA $\mu = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} \equiv$ MASSA REDUZIDA

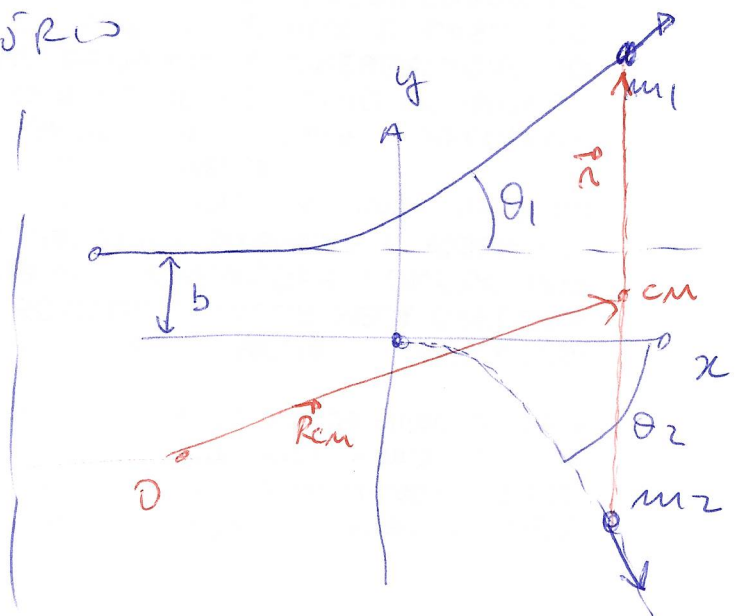
$\Rightarrow$ O PROBLEMA DE 2 PARTÍCULAS INTERAGENTES
SE REDUZIU A 2 PROBLEMAS DE
1 PARTÍCULA INDEPENDENTES (1 PARTÍCULA
É O C.M. E A OUTRA PARTÍCULA
É A DE MASSA REDUZIDA)

EXEMPLO: ESPALHAMENTO DE RUTHERFORD
POR UMA PARTÍCULA DE MASSA FINITA

REFERENCIAL DO LABORATÓRIO



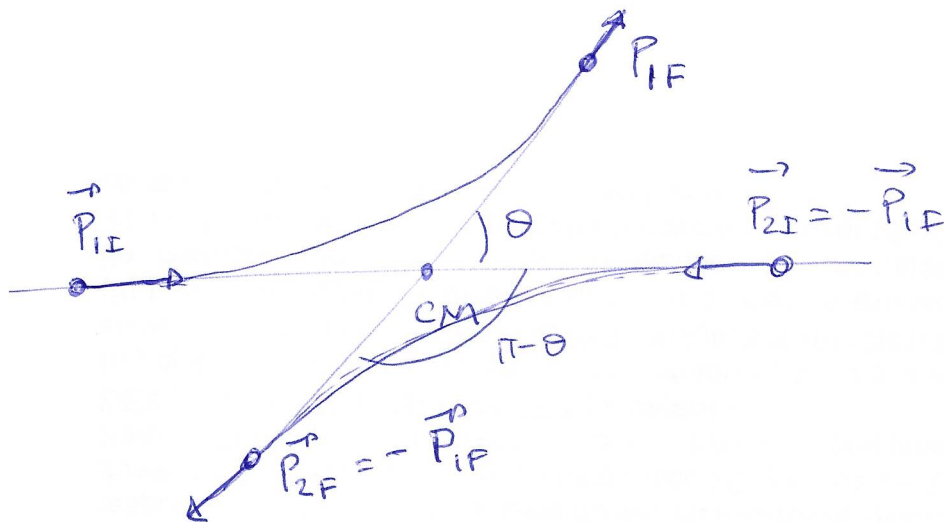
ANTES



DEPOIS

COMO FICA ESSA COLLISÃO
NO REFERENCIAL DO C.M.?

(94)



CONS. ENERGIA

$$\frac{P_{1i}^2}{2m_1} + \frac{P_{2i}^2}{2m_2} = \frac{P_{1f}^2}{2m_1} + \frac{P_{2f}^2}{2m_2}$$

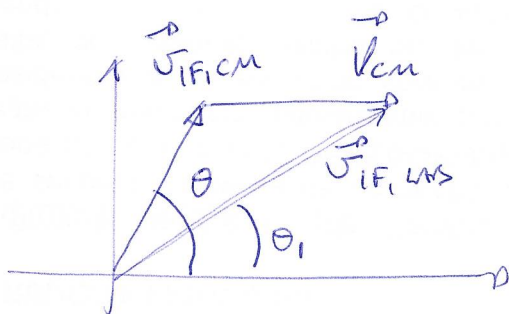
$$\Rightarrow \boxed{P_{1i} = P_{1f}}$$

COMO RELACIONAR OS ÂNGULOS θ_1 E θ ?

$$\vec{v}_{1f, \text{LAB}} = \vec{v}_{1f, \text{CM}} + \vec{v}_{\text{CM}} \Rightarrow \text{MESMO VALOR P/ AS VELOCIDADES FINAIS}$$

$$\text{ONDE } \vec{v}_{\text{CM}} = \frac{m_1}{M} \vec{v}_{1f, \text{LAB}}$$

$$\vec{v}_{1f, \text{LAB}} = \vec{v}_{1f, \text{CM}} + \vec{v}_{\text{CM}}$$



$$\Rightarrow \tan \theta_1 = \frac{v_{1f, \text{CM}} \sin \theta}{v_{1f, \text{CM}} \cos \theta + v_{\text{CM}}}$$

$$= \frac{\cancel{v_{1f, \text{CM}}} \sin \theta}{\cancel{v_{1f, \text{CM}}} \cos \theta + \frac{v_{\text{CM}}}{v_{1f, \text{CM}}}}$$

$$= \frac{\sin \theta}{\cos \theta + m_1/m_2}$$

$$\begin{aligned} \text{como } \vec{v}_{\text{CM}} &= \vec{v}_{1f, \text{LAB}} - \vec{v}_{1f, \text{CM}} \\ &= \frac{m_1}{m_1} \vec{v}_{\text{CM}} - \vec{v}_{1f, \text{CM}} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \vec{v}_{\text{CM}} = \frac{m_1}{m_2} \vec{v}_{1f, \text{CM}} \Rightarrow v_{\text{CM}} = \frac{m_1}{m_2} v_{1f, \text{CM}} = \frac{m_1}{m_2} v_{1f, \text{CM}}$$

OU SEJA,

(95)

$$\tan \theta_1 = \frac{\sin \theta}{\cos \theta + \frac{m_1}{m_2}}$$

Como RELACIONAR θ COM O PARÂMETRO DE IMPACTO b ?

⊙ ESTÁ RELACIONADO AO ÂNGULO DE ESPALHAMENTO DA COORDENADA RELATIVA. ESSE PROBLEMA FOI RESOLVIDO NA PAGINA 76.

$$\Rightarrow \tan \frac{\theta}{2} = \sqrt{\frac{mk^2}{2EL^2}} \rightarrow \tan \frac{\theta}{2} = \sqrt{\frac{\mu k^2}{2EL^2}} = \frac{|k|}{\mu v_{\text{REL}}^2 b}$$

$$\vec{r} = \vec{r}_1 - \vec{r}_2$$

$$\begin{aligned} \vec{v} = \vec{v}_1 - \vec{v}_2 &= \vec{v}_{1, \text{LAB}} - \vec{v}_{2, \text{LAB}} \\ &= \vec{v}_{1, \text{CM}} - \vec{v}_{2, \text{CM}} \\ &= \vec{v}_{\text{RELAT}} \end{aligned}$$

$$\tan \frac{\theta}{2} = \frac{|q_1 q_2|}{4\pi\epsilon_0 \mu v_0^2 b}$$

INICIALMENTE, QUO AS

PARTÍCULAS ESTÃO SEM

SEPARADAS, $\vec{v}_{\text{RELAT}} = \vec{v}_{1, \text{LAB, INICIAL}}$ POR QUE $\vec{v}_{2, \text{LAB, INICIAL}} = 0$
 $= \vec{v}_0$