
Simetria de Gauge e Confinamento de Cor na QCD

Tereza Mendes

IFSC – USP

Simetria (somos obcecaes por ela?)

*We live only to discover **beauty**. All else is a form of waiting*

— Khalil Gibran, Sand and Foam



New York Times, 23/08/22

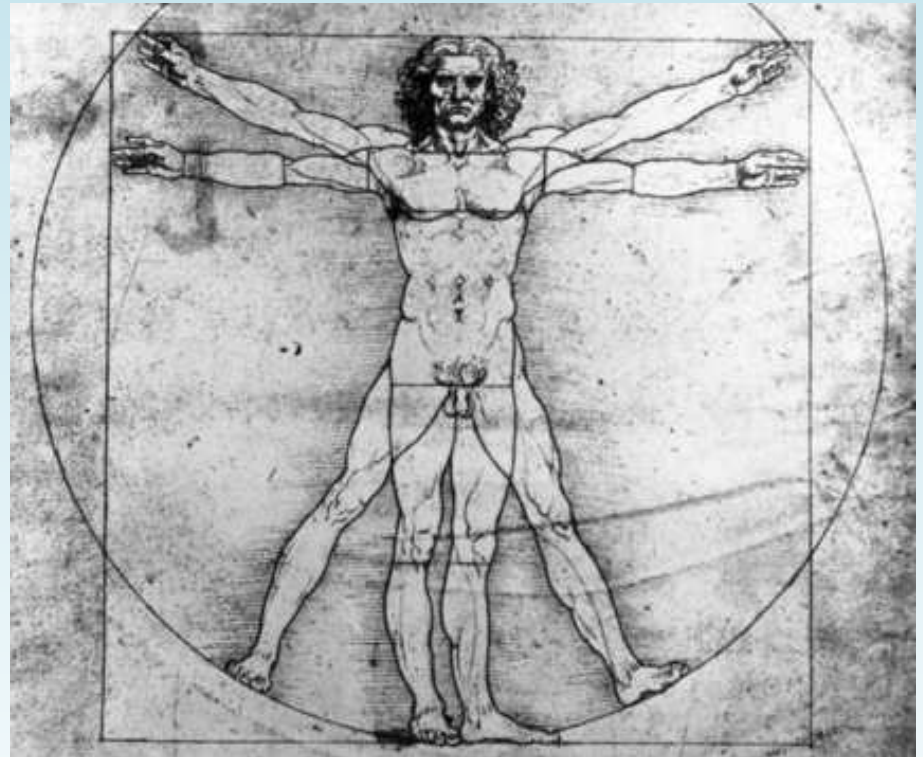
Simetria (somos obcecados por ela?)

*We live only to discover **beauty**. All else is a form of waiting*

— Khalil Gibran, Sand and Foam



New York Times, 23/08/22



Homem Vitruviano, L. da Vinci (circa 1490)

Simetria na Natureza

Symmetry seems to be absolutely fascinating to the human mind. We like to look at symmetrical things in nature, such as perfectly symmetrical spheres like planets

— R.P. Feynman, The Character of Physical Law (Messenger Lectures, 1964)



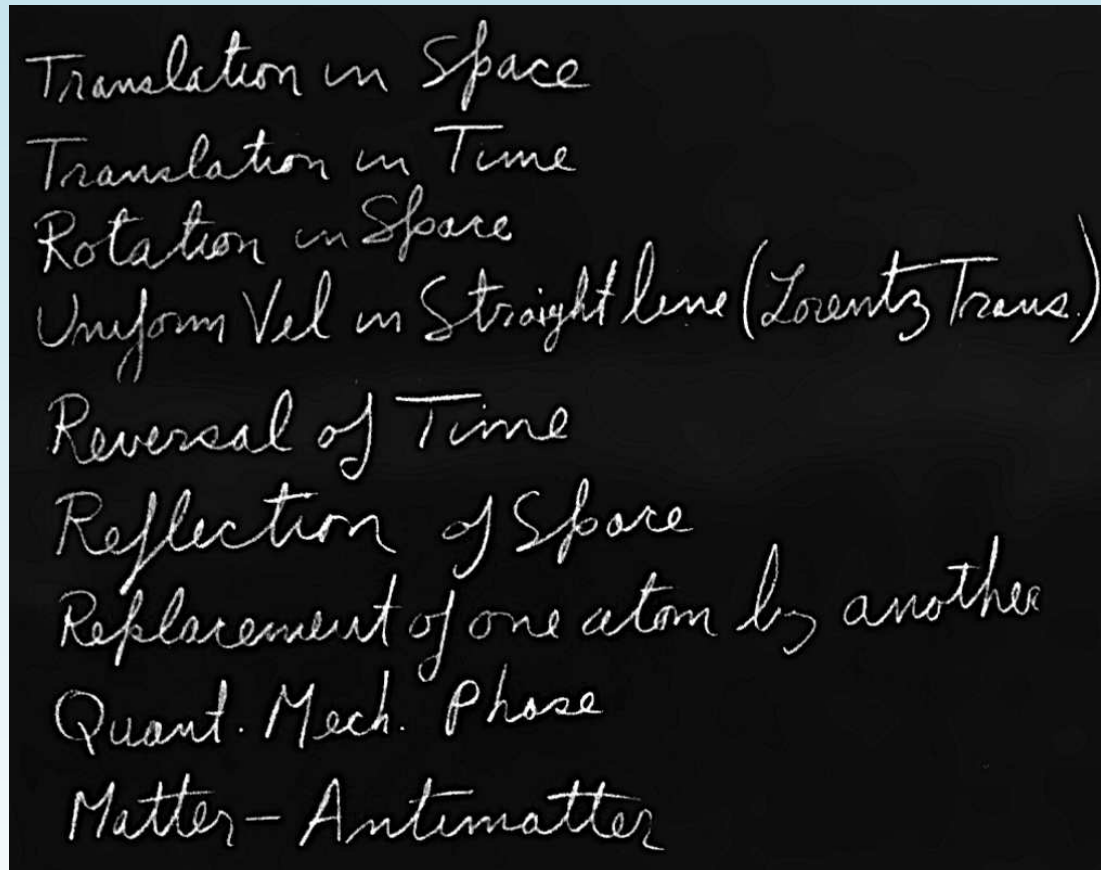
Scientific American História (2006)

Simetria celeste espelha perfeição do criador (!)

Simetria na Natureza

*However, it is not the symmetry of the objects in nature that I want to discuss here;
it is rather the symmetry of the physical laws themselves*

— R.P. Feynman, The Character of Physical Law (Messenger Lectures, 1964)



Simetrias das leis físicas (FLP, Vol. 1, Cap. 52)

Papel da Simetria na Física

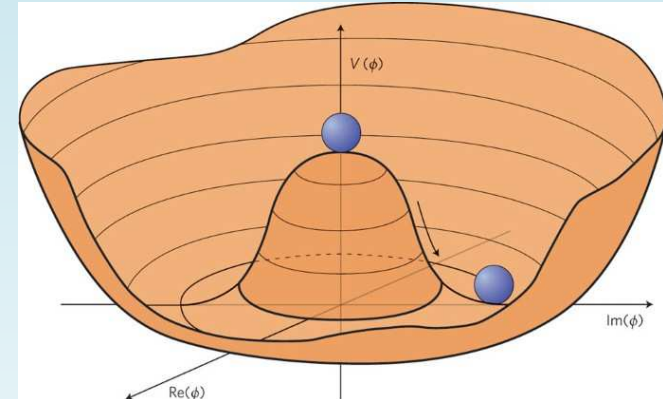
*...physicists today regard symmetries, i.e. **mathematical invariances**, both as an especially fruitful **heuristic tool** for investigating micro-physical phenomena and as an **epistemologically privileged instrument** to understand observable and unobservable structures of nature*

— **A. Borrelli** in Synthese, Springer Nature (2021)

Papel da Simetria na Física

...physicists today regard symmetries, i.e. *mathematical invariances*, both as an especially fruitful *heuristic tool* for investigating micro-physical phenomena and as an *epistemologically privileged instrument* to understand observable and unobservable structures of nature

— A. Borrelli in *Synthese*, Springer Nature (2021)

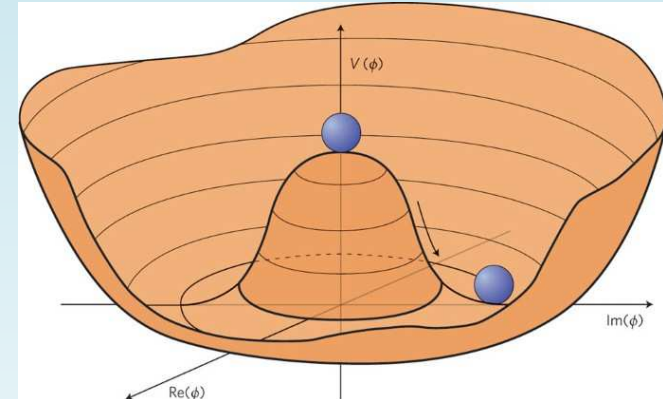


Paradoxo do asno de Buridan “ilustra” quebra espontânea de simetria

Papel da Simetria na Física

...physicists today regard symmetries, i.e. *mathematical invariances*, both as an especially fruitful *heuristic tool* for investigating micro-physical phenomena and as an *epistemologically privileged instrument* to understand observable and unobservable structures of nature

— A. Borrelli in Synthese, Springer Nature (2021)

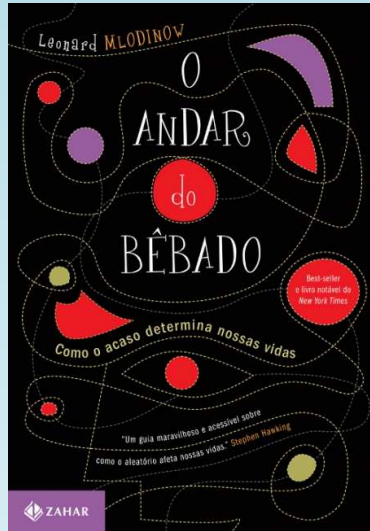


Paradoxo do asno de Buridan “ilustra” quebra espontânea de simetria

⇒ Ordem, Simetria, Simplicidade

são **imprescindíveis**? vide navalha de Occam, naturalidade, princípio antrópico

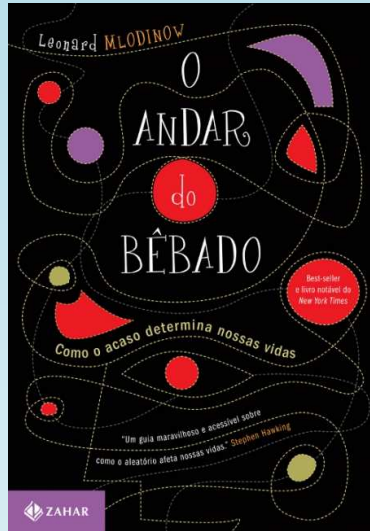
Papel da Simetria na Física



Em *O Andar do Bêbado* (2009), Leonard Mlodinow argumenta que não lidamos bem com a aleatoriedade pois nosso cérebro evoluiu para buscar **padrões**, e não permite uma boa concepção da **incerteza** ou percepção sobre **flutuações**

Do que precisamos, então? algoritmos genéticos, big data, machine learning, **nova inteligência**? (perda da **ordem**, **simetria**!?)

Papel da Simetria na Física



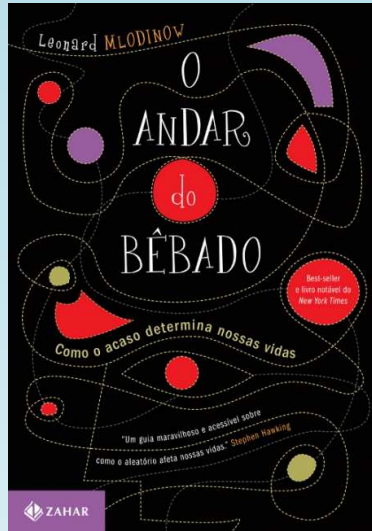
Em *O Andar do Bêbado* (2009), Leonard Mlodinow argumenta que não lidamos bem com a aleatoriedade pois nosso cérebro evoluiu para buscar **padrões**, e não permite uma boa concepção da **incerteza** ou percepção sobre **flutuações**

Do que precisamos, então? algoritmos genéticos, big data, machine learning, **nova inteligência**? (perda da **ordem**, **simetria**!?)

Termodinâmica (6×10^{23} variáveis): descrita por **P, V, T** devido a Lei dos Grandes Números e **Teorema Central do Limite**

Integral de Trajetória transforma **MQ** em **sistema estatístico**, para $\hbar \approx 0$ fornece eqs. de Euler-Lagrange (Newton) \Rightarrow Melhor dos Mundos!

Papel da Simetria na Física



Em *O Andar do Bêbado* (2009), Leonard Mlodinow argumenta que não lidamos bem com a aleatoriedade pois nosso cérebro evoluiu para buscar **padrões**, e não permite uma boa concepção da **incerteza** ou percepção sobre **flutuações**

Do que precisamos, então? algoritmos genéticos, big data, machine learning, **nova inteligência**? (perda da **ordem**, **simetria**!?)

Termodinâmica (6×10^{23} variáveis): descrita por **P, V, T** devido a Lei dos Grandes Números e **Teorema Central do Limite**

Integral de Trajetória transforma **MQ** em **sistema estatístico**, para $\hbar \approx 0$ fornece eqs. de Euler-Lagrange (Newton) \Rightarrow Melhor dos Mundos!

Analogamente, **QFT** descrita por **Função de Partição**, importância das **Simetrias da Lagrangiana** e do tratamento de **Mecânica Estatística**

Mal Acostumades pelo Eletromagnetismo (QED)?

Simetria de gauge no EM parece ser acidental...

Eqs. de Maxwell não se alteram sob a transformação

$$\mathbf{A} \rightarrow \mathbf{A} - \nabla f(\mathbf{r}, t), \quad \phi \rightarrow \phi + \frac{1}{c} \frac{\partial f(\mathbf{r}, t)}{\partial t}$$

Considerando Eq. de Schrödinger para um elétron

$$\frac{1}{2m} \left(\mathbf{p} + \frac{e}{c} \mathbf{A} \right)^2 \psi = (E + e\phi) \psi$$

Equivale a invariância da função de onda do elétron por

$$\psi \rightarrow e^{i\lambda(\mathbf{r}, t)} \psi \quad \text{onde} \quad f(\mathbf{r}, t) = (\hbar c/e) \lambda(\mathbf{r}, t)$$

Mal Acostumados pelo Eletromagnetismo (QED)?

Simetria de gauge no EM parece ser acidental...

Eqs. de Maxwell não se alteram sob a transformação

$$\mathbf{A} \rightarrow \mathbf{A} - \nabla f(\mathbf{r}, t), \quad \phi \rightarrow \phi + \frac{1}{c} \frac{\partial f(\mathbf{r}, t)}{\partial t}$$

Considerando Eq. de Schrödinger para um elétron

$$\frac{1}{2m} \left(\mathbf{p} + \frac{e}{c} \mathbf{A} \right)^2 \psi = (E + e\phi) \psi$$

Equivale a invariância da função de onda do elétron por

$$\psi \rightarrow e^{i\lambda(\mathbf{r}, t)} \psi \quad \text{onde} \quad f(\mathbf{r}, t) = (\hbar c/e) \lambda(\mathbf{r}, t)$$

Note: simetria com infinitos parâmetros, rotação em cada ponto!
se imposta para ψ , implica a existência dos campos EM!

Mal Acostumados pelo Eletromagnetismo (QED)?

Simetria **de gauge** no EM parece ser **acidental**...

Eqs. de Maxwell não se alteram sob a transformação

$$\mathbf{A} \rightarrow \mathbf{A} - \nabla f(\mathbf{r}, t), \quad \phi \rightarrow \phi + \frac{1}{c} \frac{\partial f(\mathbf{r}, t)}{\partial t}$$

Considerando Eq. de Schrödinger para um elétron

$$\frac{1}{2m} \left(\mathbf{p} + \frac{e}{c} \mathbf{A} \right)^2 \psi = (E + e\phi)\psi$$

Equivale a invariância da função de onda do elétron por

$$\psi \rightarrow e^{i\lambda(\mathbf{r}, t)} \psi \quad \text{onde} \quad f(\mathbf{r}, t) = (\hbar c/e)\lambda(\mathbf{r}, t)$$

Note: simetria com **infinitos parâmetros**, rotação em cada ponto!
se **imposta** para ψ , **implica** a existência dos **campos EM!**

EM é **Teoria de Gauge**: invariância de gauge como **princípio** para derivar a teoria
Simetria de gauge para lagrangiana de Dirac do **eletron "livre"** implica
acoplamento com campo EM \Rightarrow Eletrodinâmica Quântica (QED)

Em Busca da Simetria

QED é a teoria de gauge mais simples, extensões a partir de [Yang-Mills](#) (1954), vide *Under the Spell of the Gauge Principle* (G. 't Hooft)

Em Busca da Simetria

QED é a teoria de gauge mais simples, extensões a partir de [Yang-Mills](#) (1954), vide *Under the Spell of the Gauge Principle* (G. 't Hooft)

Simetria de gauge da [Cromodinâmica Quântica](#) (QCD): descoberta após [classificação dos hádrons](#) e aceitação da [teoria de grupos](#) na física de partículas!

Yuval Ne'eman e o Grupo de Simetria dos Quarks

(Yuval Ne'eman and the Symmetry Group of Quarks)

Tereza Mendes, Attilio Cucchieri, Tiago B. Moraes

*Instituto de Física de São Carlos, Universidade de São Paulo,
Caixa Postal 369, 13560-970, São Carlos, SP, Brasil*

14 de novembro de 2022

Resumo

Neste artigo apresentamos um ensaio sobre a vida e a obra de um dos físicos mais surpreendentes do nosso tempo. Yuval Ne'eman, além de ter sido um dos precursores da teoria dos quarks, foi também político e militar, inspirando o personagem que leva o seu nome no romance de espionagem “O dossiê Odessa”, de Frederick Forsyth. O esquema descoberto por ele para classificação dos hádrons, que completou 60 anos em 2021, revelou a importância da teoria de grupos para a física de partículas elementares e foi essencial para a elaboração do modelo de quarks. Nosso texto pretende ilustrar a fascinante história da física de partículas — e sua relação com os grupos de simetrias — a partir da segunda metade do século XX, além de fornecer subsídios para estudantes que queiram iniciar ou aprofundar seus conhecimentos no assunto.

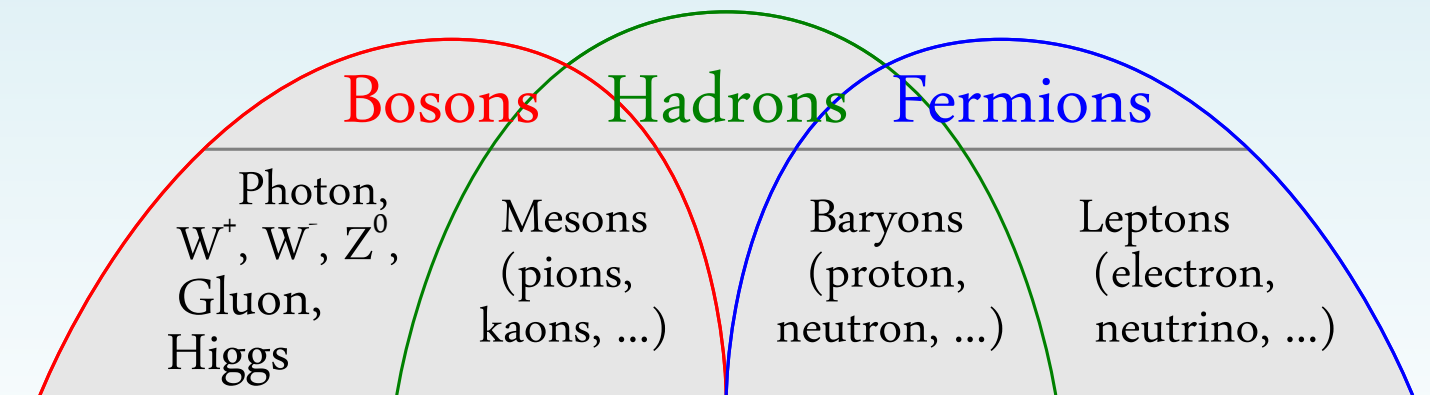
Palavras-chave: partículas elementares, hádrons, interação forte, grupo de simetria, quarks

Padrões, Estruturas e então Dinâmica: dos Hádrons à QCD

Hádrons

Próton, Nêutron e Píon pertencem ao conjunto de partículas chamadas **hádrons** (termo de 1962), que não são elementares, mas sim **estados ligados** de quarks, que interagem pela **força forte**; propriedades da interação devem explicar características peculiares como o **confinamento de quarks**, etc.

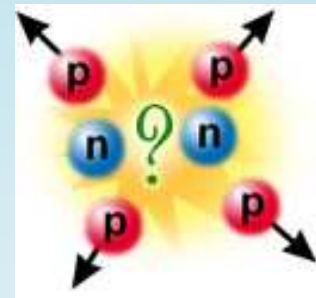
*Encyclopaedia Britannica: Hadron, any member of a class of subatomic particles that are **built from quarks** and thus react through the agency of the **strong force**.*



Entendimento Inicial

Força forte entre núcleons proposta por Yukawa (1935) como potencial **blindado**; alcance ($\sim 10^{-15}$ m) define **massa** para partícula **mediadora** da interação: $m \sim 100$ MeV (méson)

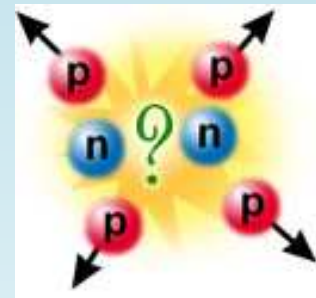
$$V(\mathbf{r}) = -g^2 \frac{e^{-m r}}{r} = \frac{-g^2}{(2\pi)^3} \int e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} \frac{4\pi}{k^2 + m^2} d^3 k$$



Entendimento Inicial

Força forte entre núcleons proposta por Yukawa (1935) como potencial **blindado**; alcance ($\sim 10^{-15}$ m) define **massa** para partícula **mediadora** da interação: $m \sim 100$ MeV (méson)

$$V(\mathbf{r}) = -g^2 \frac{e^{-m r}}{r} = \frac{-g^2}{(2\pi)^3} \int e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} \frac{4\pi}{k^2 + m^2} d^3 k$$



Em **1932** eram conhecidas 4 partículas elementares: p , n , e , γ

Entendimento Inicial

Força forte entre núcleons proposta por Yukawa (1935) como potencial **blindado**; alcance ($\sim 10^{-15}$ m) define **massa** para partícula **mediadora** da interação: $m \sim 100$ MeV (méson)

$$V(\mathbf{r}) = -g^2 \frac{e^{-m r}}{r} = \frac{-g^2}{(2\pi)^3} \int e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} \frac{4\pi}{k^2 + m^2} d^3 k$$



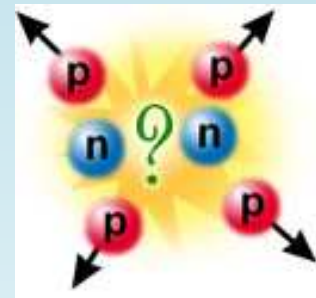
Em **1932** eram conhecidas 4 partículas elementares: p , n , e , γ

Até **1947**: proposta do neutrino ν , descoberta do pósitron e^+ , proposta e descoberta do **méson** π (e antes: descoberta do múon μ)

Entendimento Inicial

Força forte entre núcleons proposta por Yukawa (1935) como potencial **blindado**; alcance ($\sim 10^{-15}$ m) define **massa** para partícula **mediadora** da interação: $m \sim 100$ MeV (méson)

$$V(\mathbf{r}) = -g^2 \frac{e^{-m r}}{r} = \frac{-g^2}{(2\pi)^3} \int e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} \frac{4\pi}{k^2 + m^2} d^3 k$$



Em **1932** eram conhecidas 4 partículas elementares: p , n , e , γ

Até **1947**: proposta do neutrino ν , descoberta do pósitron e^+ , proposta e descoberta do **méson** π (e antes: descoberta do múon μ)

Parecia tudo ok. Até que chegou o **káon** (dezembro de 1947) e logo depois a partícula Λ , etc. **Estranhas**, pois demoravam muito a decair

De Caçadores a Fazendeiros

A partir dos anos 1950: **aceleradores de partículas**, descobertos muitos novos hádrons, e.g. ressonâncias Δ^{++} , Δ^+ , Δ^0 , Δ^-

Novos números quânticos: **estranheza** S , hipercarga Y , isospin I , além da **carga elétrica** Q e número bariônico B

De Caçadores a Fazendeiros

A partir dos anos 1950: **aceleradores de partículas**, descobertos muitos novos hádrons, e.g. ressonâncias Δ^{++} , Δ^+ , Δ^0 , Δ^-

Novos números quânticos: **estranheza** S , hipercarga Y , isospin I , além da **carga elétrica** Q e número bariônico B

~ 1960: propostas para classificação dos hádrons, **Modelo de Sakata** (“sakatons” = p , n , Λ), **Bootstrap** (“democracia nuclear”)

De Caçadores a Fazendeiros

A partir dos anos 1950: **aceleradores de partículas**, descobertos muitos novos hádrons, e.g. ressonâncias Δ^{++} , Δ^+ , Δ^0 , Δ^-

Novos números quânticos: **estranheza** S , hipercarga Y , isospin I , além da **carga elétrica** Q e número bariônico B

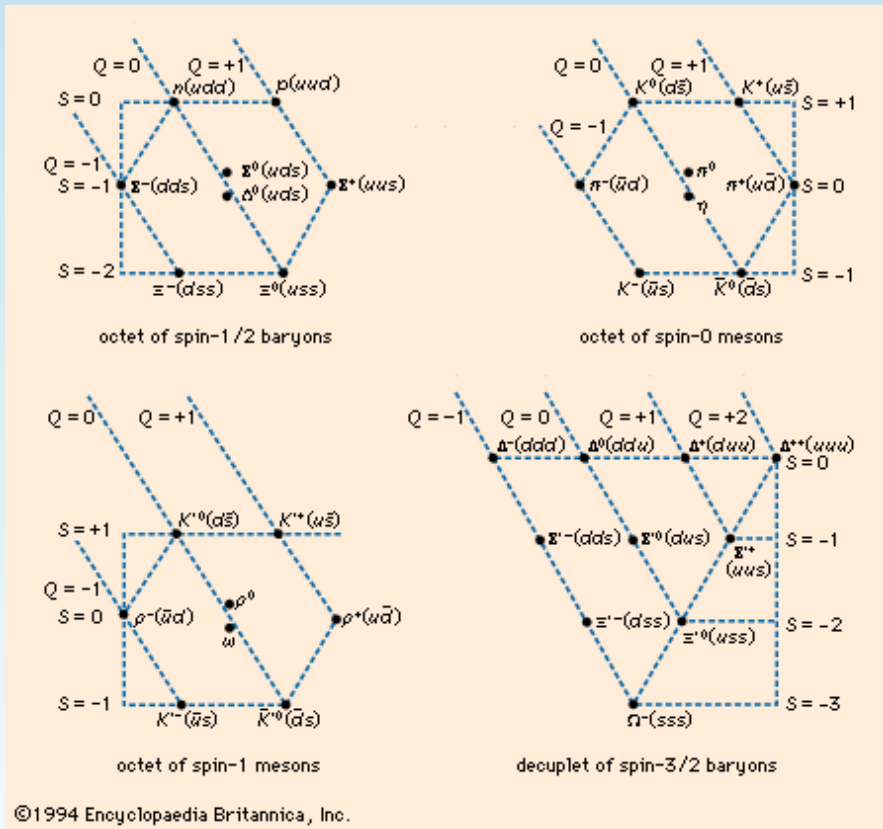
~ 1960: propostas para classificação dos hádrons, **Modelo de Sakata** (“sakatons” = p , n , Λ), **Bootstrap** (“democracia nuclear”)

*This was a **fantastically exciting** time. It was impossible to finish even the simplest calculation without **jumping up**, **pacing back and forth** for a few minutes, and **rushing back** to see if things were working after all.*

George Zweig (Origins of the Quark Model, Baryon 1980 Conference)

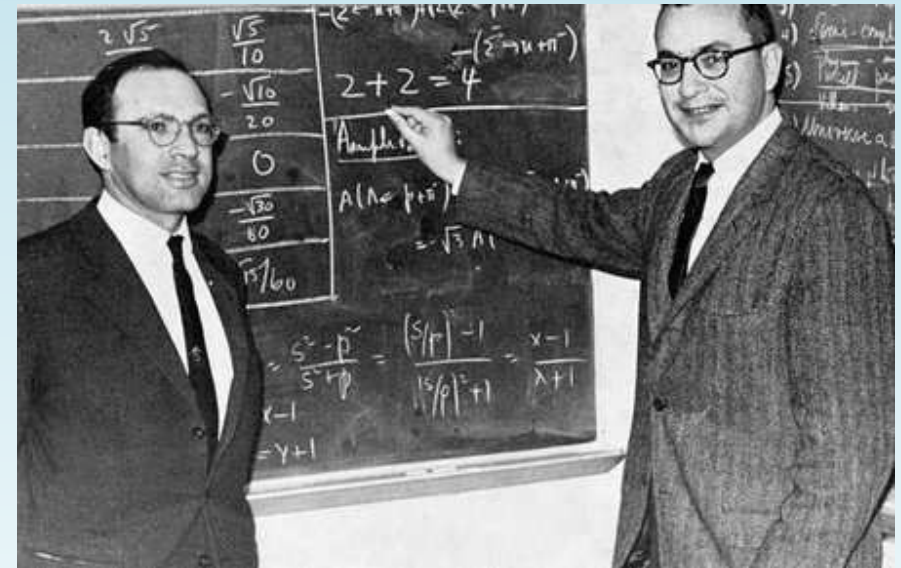
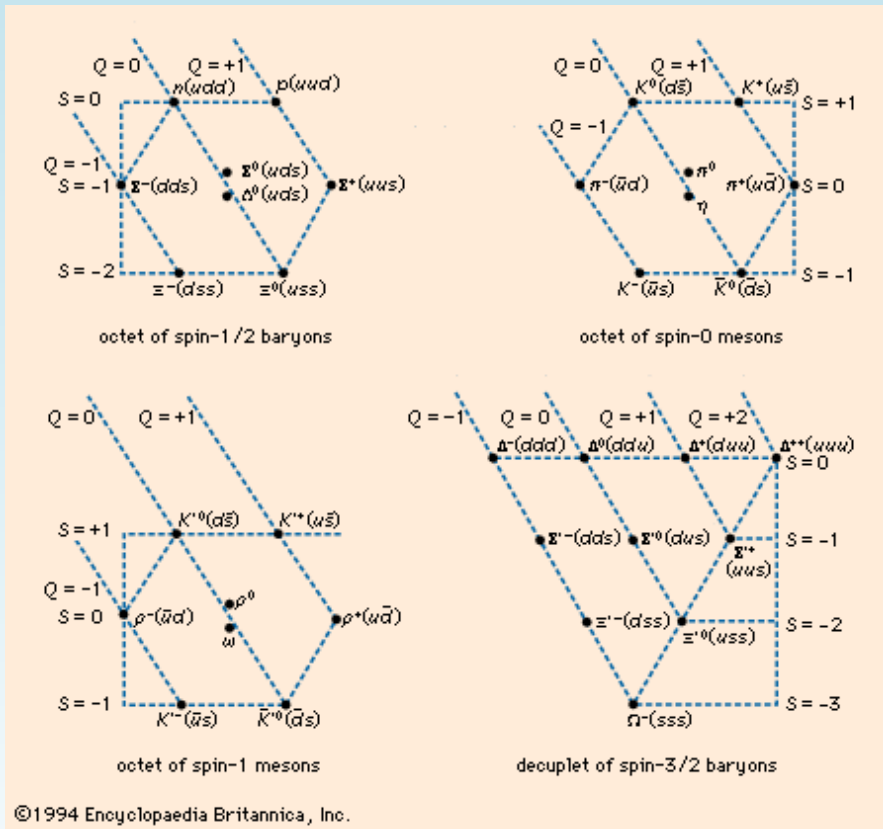
1961: Eightfold Way (Caminho Óctuplo)

Classificação dos hádrons descrita por simetria baseada na conservação simultânea de S e Q . Padrões correspondiam a representações, e.g. grupos de oito objetos (octetos), do grupo $SU(3)$



1961: Eightfold Way (Caminho Óctuplo)

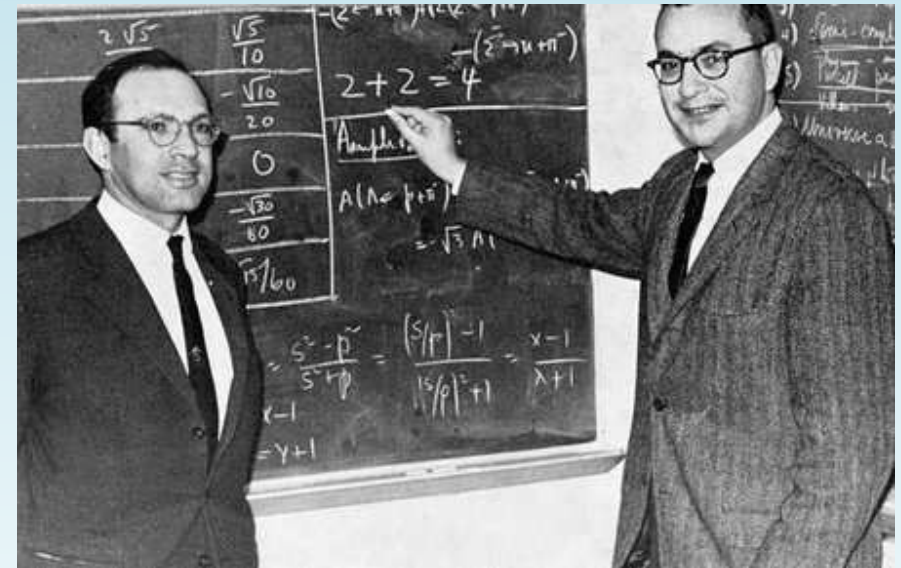
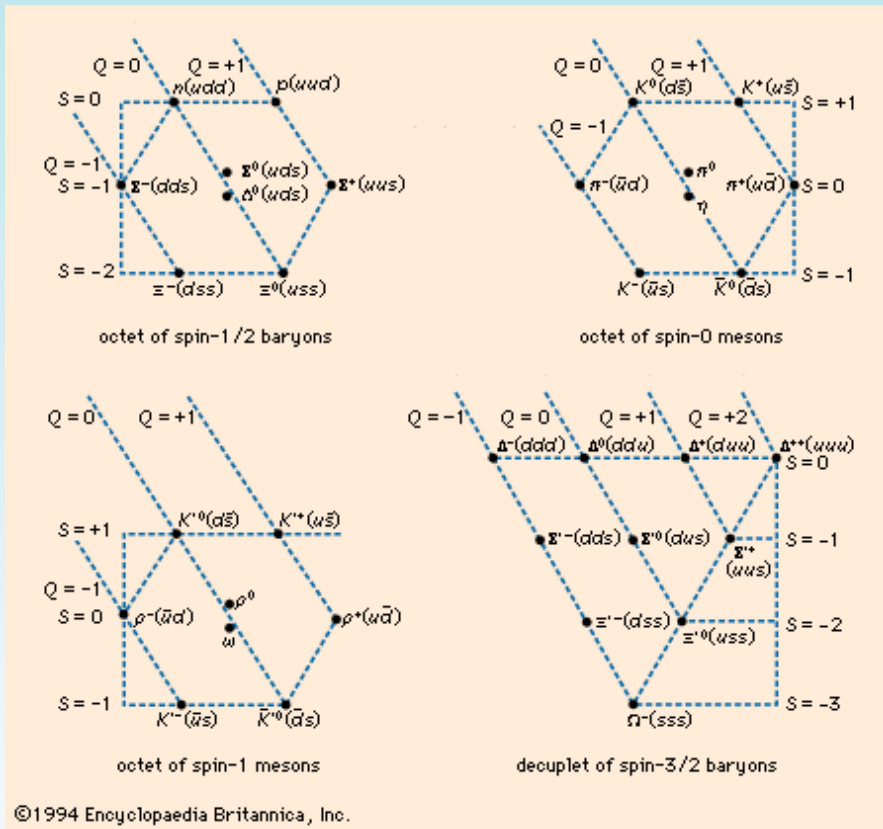
Classificação dos hádrons descrita por simetria baseada na conservação simultânea de S e Q . Padrões correspondiam a representações, e.g. grupos de oito objetos (octetos), do grupo $SU(3)$



Yuval Ne'eman & Murray Gell-Mann

1961: Eightfold Way (Caminho Óctuplo)

Classificação dos hádrons descrita por simetria baseada na conservação simultânea de S e Q . Padrões correspondiam a representações, e.g. grupos de oito objetos (octetos), do grupo $SU(3)$



Yuval Ne'eman & Murray Gell-Mann

Aceitação em 1964, com descoberta da partícula Ω^-

O Modelo de Quarks (Gell-Mann e Zweig, 1964)

Hádrons (mésons e bárions) **compostos** por 3 quarks (e antiquarks):
up (u), down (d) e strange (s); têm spin $1/2$ e **carga fracionária**

O Modelo de Quarks (Gell-Mann e Zweig, 1964)

Hádrons (mésons e bárions) **compostos** por 3 quarks (e antiquarks):
up (u), down (d) e strange (s); têm spin $1/2$ e **carga fracionária**

méson = quark + anti-quark

bárion = três quarks

Quark	Carga relativa	B	I	S
u	$2/3$	$1/3$	$1/2$	0
d	$-1/3$	$1/3$	$1/2$	0
s	$-1/3$	$1/3$	0	-1

O Modelo de Quarks (Gell-Mann e Zweig, 1964)

Hádrons (mésons e bárions) **compostos** por 3 quarks (e antiquarks):
up (u), down (d) e strange (s); têm spin $1/2$ e **carga fracionária**

méson = quark + anti-quark

bárion = três quarks

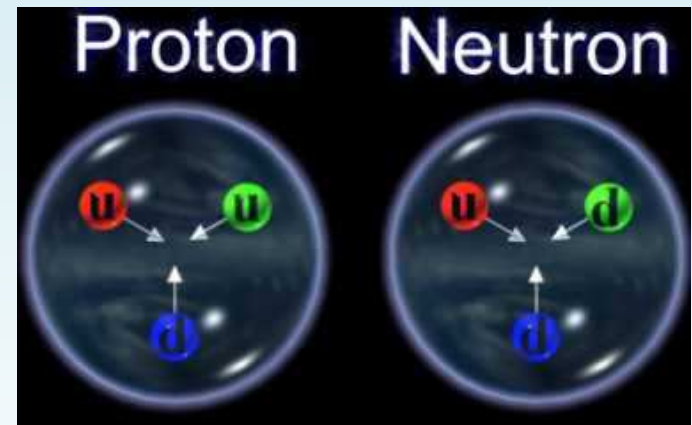
Quark	Carga relativa	B	I	S
u	$2/3$	$1/3$	$1/2$	0
d	$-1/3$	$1/3$	$1/2$	0
s	$-1/3$	$1/3$	0	-1

⇒ **próton** = $2u + 1d$

$$Q = 2 \times 2/3 + 1 \times (-1/3) = +1$$

⇒ **nêutron** = $2d + 1u$

$$Q = 2 \times (-1/3) + 1 \times 2/3 = 0$$



O Modelo de Quarks (Gell-Mann e Zweig, 1964)

Hádrons (mésons e bárions) **compostos** por 3 quarks (e antiquarks):
up (u), down (d) e strange (s); têm spin $1/2$ e **carga fracionária**

méson = quark + anti-quark

bárion = três quarks

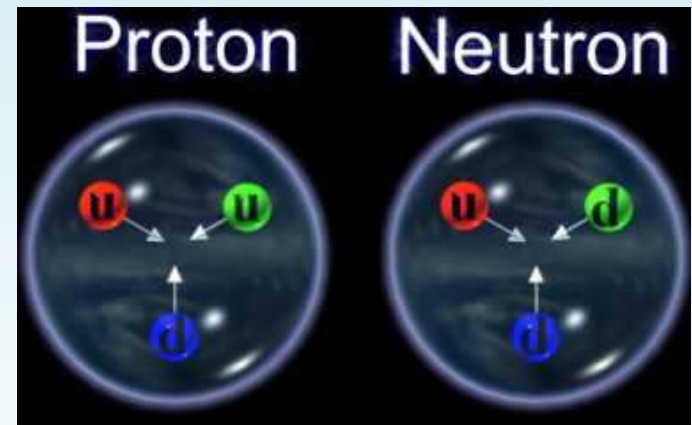
Quark	Carga relativa	B	I	S
u	$2/3$	$1/3$	$1/2$	0
d	$-1/3$	$1/3$	$1/2$	0
s	$-1/3$	$1/3$	0	-1

⇒ **próton** = $2u + 1d$

$$Q = 2 \times 2/3 + 1 \times (-1/3) = +1$$

⇒ **nêutron** = $2d + 1u$

$$Q = 2 \times (-1/3) + 1 \times 2/3 = 0$$



Explica **momento magnético do nêutron** e **simetria $SU(3)$** (de **sabor**)

Carga de COR (Greenberg, 1964)

Problema: partícula Δ^{++} formada por 3 quarks u e tem spin $3/2$

Configuração $u \uparrow u \uparrow u \uparrow$ viola (muito!) Princípio de Pauli

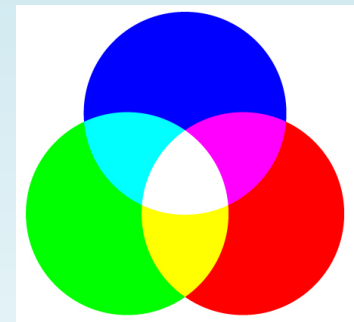
Carga de COR (Greenberg, 1964)

Problema: partícula Δ^{++} formada por 3 quarks u e tem spin $3/2$

Configuração $u \uparrow u \uparrow u \uparrow$ viola (**muito!**) **Princípio de Pauli**

Solução: quark tem novo número quântico, a **carga de cor**; há 3 cores (vermelho, verde, azul) e 3 anticolors (ciano, magenta, amarelo)

Bárions (3 quarks, um de cada cor) e mésons (quark e antiquark com cor e anticor) são combinações **neutras** (cor branca)



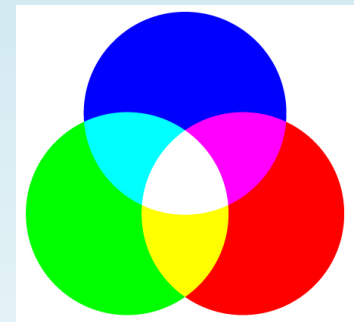
Carga de COR (Greenberg, 1964)

Problema: partícula Δ^{++} formada por 3 quarks u e tem spin $3/2$

Configuração $u \uparrow u \uparrow u \uparrow$ viola (muito!) Princípio de Pauli

Solução: quark tem novo número quântico, a carga de cor; há 3 cores (vermelho, verde, azul) e 3 anticolors (ciano, magenta, amarelo)

Bárions (3 quarks, um de cada cor) e mésons (quark e antiquark com cor e anticor) são combinações neutras (cor branca)



Evidência experimental

$$R = \frac{\sigma(e^+e^- \rightarrow q\bar{q} \rightarrow \text{hádrons})}{\sigma(e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-)}$$

é proporcional a $N_{\text{cores}} \sum_f q_f^2$

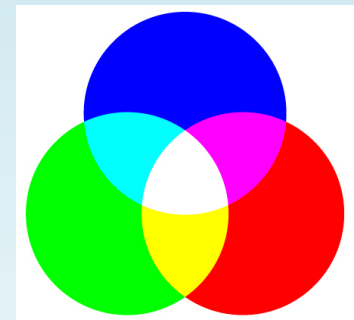
Carga de COR (Greenberg, 1964)

Problema: partícula Δ^{++} formada por 3 quarks u e tem spin $3/2$

Configuração $u \uparrow u \uparrow u \uparrow$ viola (muito!) Princípio de Pauli

Solução: quark tem novo número quântico, a carga de cor; há 3 cores (vermelho, verde, azul) e 3 anticolors (ciano, magenta, amarelo)

Bárions (3 quarks, um de cada cor) e mésons (quark e antiquark com cor e anticor) são combinações neutras (cor branca)



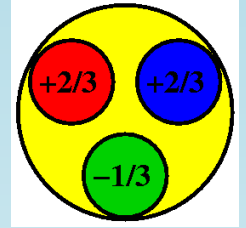
Evidência experimental

$$R = \frac{\sigma(e^+e^- \rightarrow q\bar{q} \rightarrow \text{hádrons})}{\sigma(e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-)} \quad \text{é proporcional a } N_{\text{cores}} \sum_f q_f^2$$

Explica simetria SU(3) EXATA de cor!!

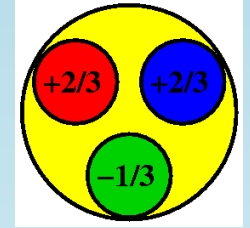
Confinamento

Interação **forte** entre prótons e nêutrons é **resíduo** da interação entre seus **quarks**, que possuem carga de cor; núcleons são neutros, formados por quarks de diferentes cores, interagindo por troca de **glúons** (sem massa)

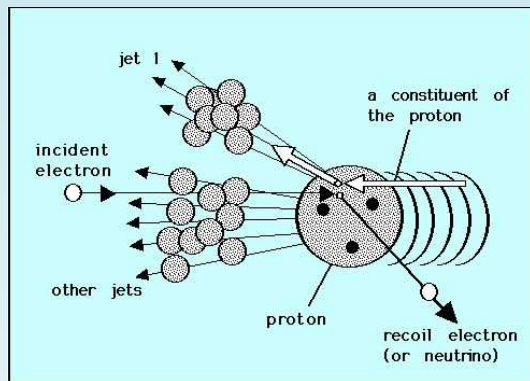


Confinamento

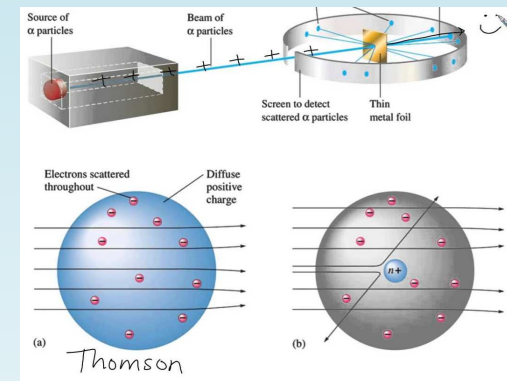
Interação **forte** entre prótons e nêutrons é **resíduo** da interação entre seus **quarks**, que possuem carga de cor; núcleons são neutros, formados por quarks de diferentes cores, interagindo por troca de **glúons** (sem massa)



Observação experimental de subestrutura no próton (SLAC, 1968)



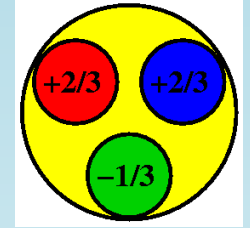
Espalhamento inelástico profundo



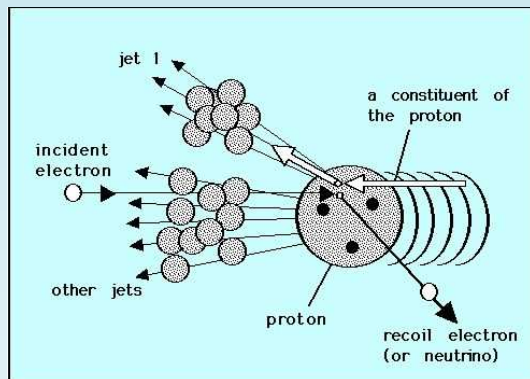
Experimento de Rutherford

Confinamento

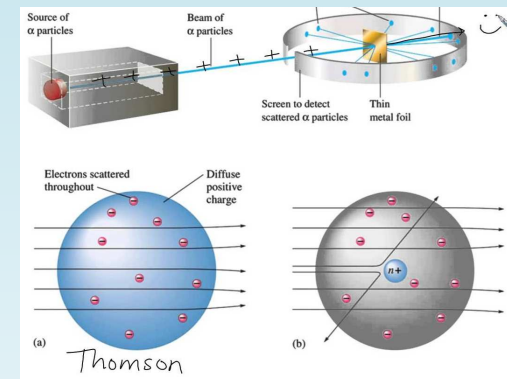
Interação **forte** entre prótons e nêutrons é **resíduo** da interação entre seus **quarks**, que possuem carga de cor; núcleons são neutros, formados por quarks de diferentes cores, interagindo por troca de **glúons** (sem massa)



Observação experimental de subestrutura no próton (SLAC, 1968)



Espalhamento inelástico profundo



Experimento de Rutherford



Por que não se observa **carga elétrica fracionária**?

⇒ quarks estão **confinados** dentro dos hádrons!

Quarks têm **sabor** e **cor**, mas não **liberdade** 😞

Quarks: Aceitação

Foi somente em 1974, na chamada **Revolução de Novembro**, que o Modelo de Quarks foi aceito, após descoberta da partícula J/Ψ , estado ligado do **quark charm c** e seu antiquark (depois: b, t)

Quarks: Aceitação

Foi somente em 1974, na chamada **Revolução de Novembro**, que o Modelo de Quarks foi aceito, após descoberta da partícula J/Ψ , estado ligado do **quark charm c** e seu antiquark (depois: b, t)

Por essa época:

1) Proposta a **Cromodinâmica Quântica**, teoria quântica de campos com **simetria de gauge** SU(3) baseada na carga de cor, em que quarks interagem por bósons vetoriais **sem massa**, chamados **glúons** (H. Fritzsch, M. Gell-Mann e H. Leutwyler, 1973)

Quarks: Aceitação

Foi somente em 1974, na chamada **Revolução de Novembro**, que o Modelo de Quarks foi aceito, após descoberta da partícula J/Ψ , estado ligado do **quark charm c** e seu antiquark (depois: b, t)

Por essa época:

- 1) Proposta a **Cromodinâmica Quântica**, teoria quântica de campos com **simetria de gauge** SU(3) baseada na carga de cor, em que quarks interagem por bósons vetoriais **sem massa**, chamados **glúons** (H. Fritzsch, M. Gell-Mann e H. Leutwyler, 1973)
- 2) Descoberta a propriedade de **liberdade assintótica** (interação enfraquece a **altas energias**, ou pequenas distâncias) para a QCD (D. Gross, F. Wilczek e D. Politzer, 1973)

Quarks: Aceitação

Foi somente em 1974, na chamada **Revolução de Novembro**, que o Modelo de Quarks foi aceito, após descoberta da partícula J/Ψ , estado ligado do **quark charm c** e seu antiquark (depois: b, t)

Por essa época:

- 1) Proposta a **Cromodinâmica Quântica**, teoria quântica de campos com **simetria de gauge** SU(3) baseada na carga de cor, em que quarks interagem por bósons vetoriais **sem massa**, chamados **glúons** (H. Fritzsch, M. Gell-Mann e H. Leutwyler, 1973)
- 2) Descoberta a propriedade de **liberdade assintótica** (interação enfraquece a **altas energias**, ou pequenas distâncias) para a QCD (D. Gross, F. Wilczek e D. Politzer, 1973)
- 3) Proposto **método** para estudo do problema do confinamento na QCD (K. Wilson, 1974)

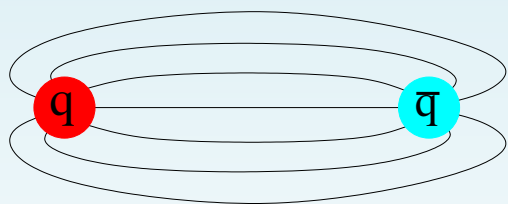
QCD versus QED

QCD (força forte)

quarks, glúons

$SU(3)$ (3 “cores”)

$m_q, \alpha_s(p)$

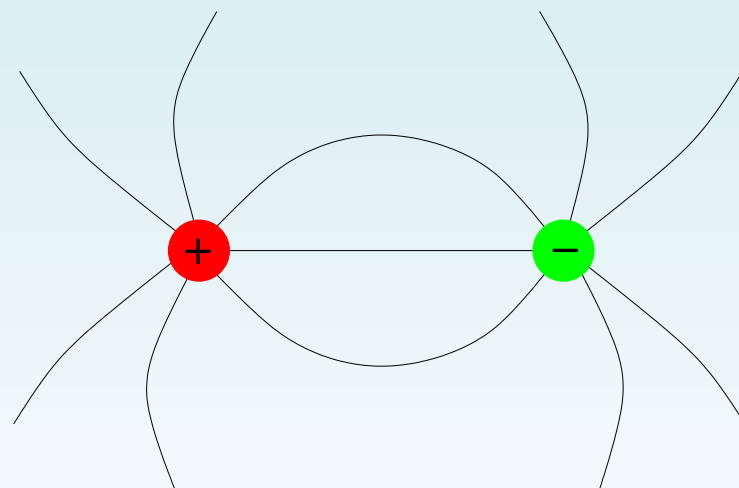


QED (força eletromagnética)

elétrons, fótons

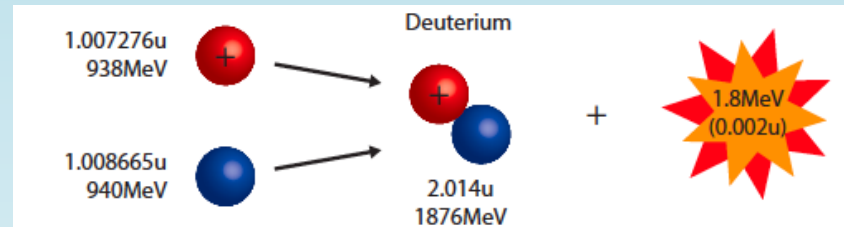
$U(1)$

$m_e, \alpha \approx 1/137$



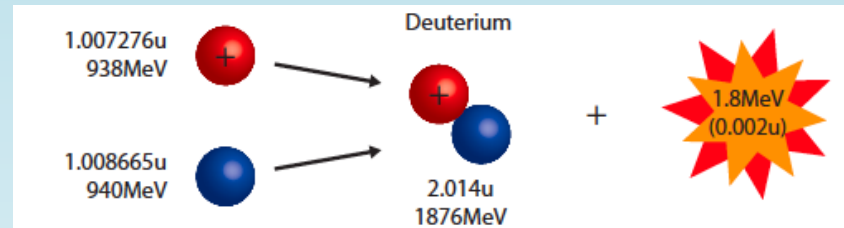
O Problema do Próton

Note que até **estado ligado nuclear** tem energia de ligação: massa vs. energia (**aspectos relativísticos**), e é fenomenal!!



O Problema do Próton

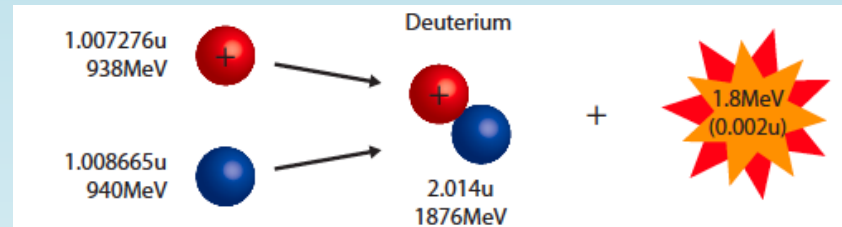
Note que até **estado ligado nuclear** tem energia de ligação: massa vs. energia (**aspectos relativísticos**), e é fenomenal!!



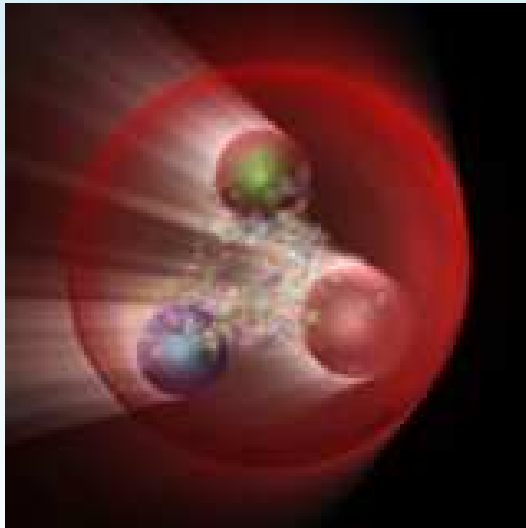
Interação (**nuclear forte**) é um **resquício** da força entre **quarks**, os **componentes** do próton

O Problema do Próton

Note que até **estado ligado nuclear** tem energia de ligação: massa vs. energia (**aspectos relativísticos**), e é fenomenal!!



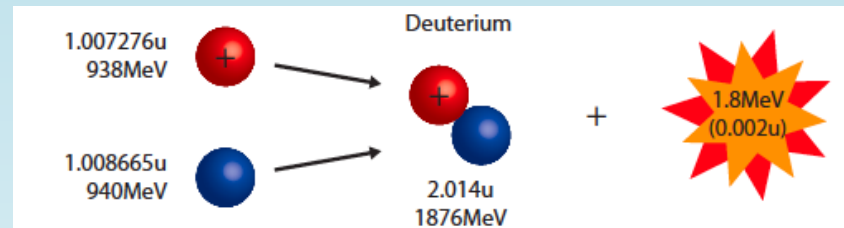
Interação (**nuclear forte**) é um **resquício** da força entre **quarks**, os **componentes** do próton



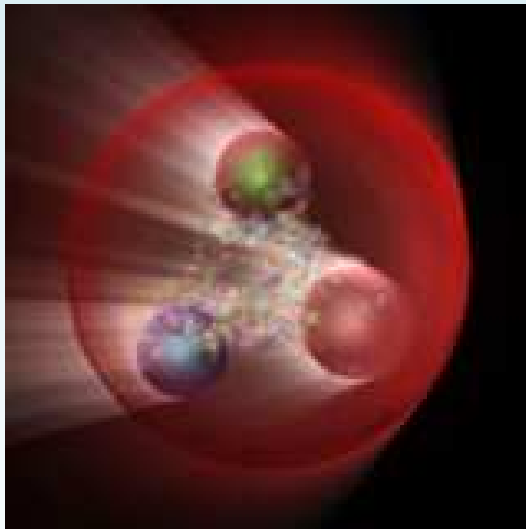
PORÉM massa dos **3 quarks** que o formam é menos de **2%** da massa do próton
Como fica a energia de ligação?

O Problema do Próton

Note que até **estado ligado nuclear** tem energia de ligação: massa vs. energia (**aspectos relativísticos**), e é fenomenal!!



Interação (**nuclear forte**) é um **resquício** da força entre **quarks**, os **componentes** do próton



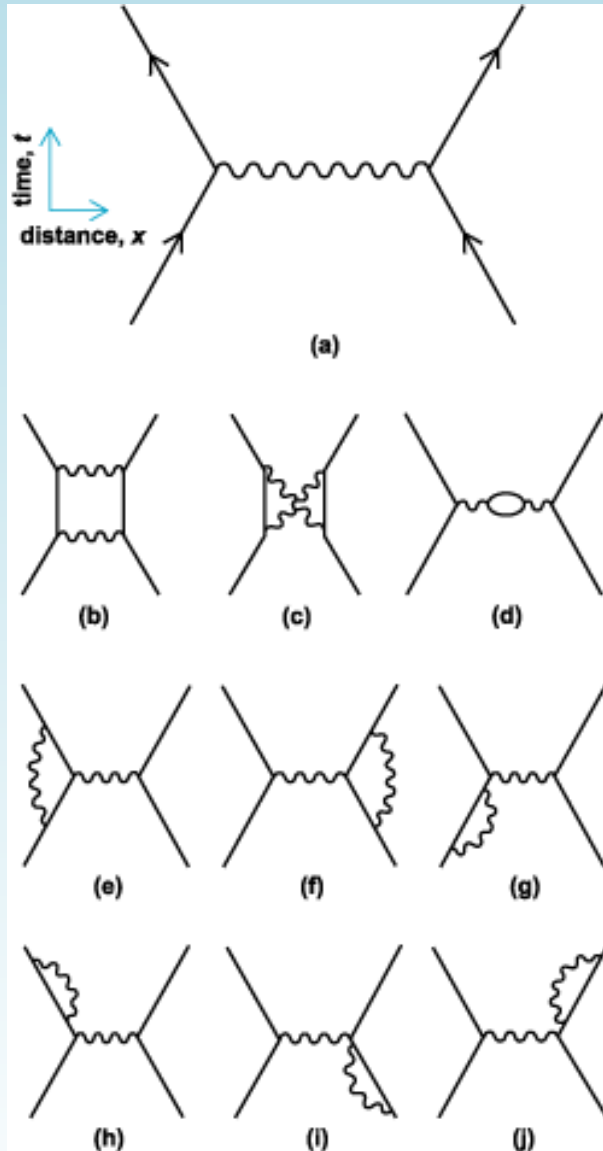
PORÉM massa dos **3 quarks** que o formam é menos de **2%** da massa do próton

Como fica a energia de ligação?

Qual o problema do próton!?

Próton, seu louco!

Teoria Quântica de Campos Usual



Lagrangiana da QED

$$\mathcal{L} = \bar{\psi} (i \gamma^\mu D_\mu - m) \psi - \frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu}$$

onde

$$D_\mu \equiv \partial_\mu - i e A_\mu, \quad F_{\mu\nu} \equiv \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$$

Cálculo perturbativo (1949): **diagramas de Feynman** para o espalhamento de elétrons; é possível **inferir** qual deve ser a **redefinição** de m e e para obter **respostas finitas**

Lagrangiana da QCD

A QCD é descrita pela **Lagrangiana**

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4} F_{\mu\nu}^a F_a^{\mu\nu} + \sum_{f=1}^6 \bar{\psi}_f (i \gamma^\mu D_\mu - m_f) \psi_f$$

$$F_{\mu\nu}^a \equiv \partial_\mu A_\nu^a - \partial_\nu A_\mu^a + g_0 f_{abc} A_\mu^b A_\nu^c$$

$$D_\mu \equiv \partial_\mu - i g_0 A_\mu^a T_a$$

que é **invariante** por **transformações locais** de **gauge**

$$A_\mu^\Omega(x) = \Omega(x) A_\mu(x) \Omega^{-1}(x) - \frac{i}{g_0} [\partial_\mu \Omega(x)] \Omega^{-1}(x)$$

$$\psi_f^\Omega(x) = \Omega(x) \psi_f(x)$$

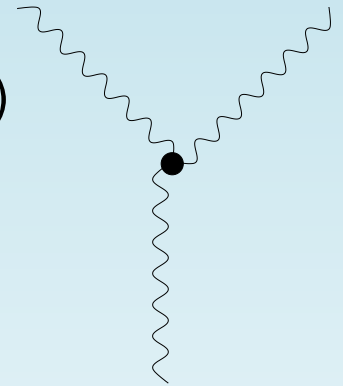
onde $\Omega(x) = \exp[-i g_0 \Lambda^a(x) T_a] \in SU(3)$

O Problema da QCD

A Lagrangiana da QCD é semelhante à da QED mas além de termos **quadráticos** nos campos de glúon e de quarks (propagadores) aparecem termos com **três e quatro campos de gauge**

$$\mathcal{L}_{\bar{\psi}\psi A} = g_0 \bar{\psi} \gamma^\mu A_\mu \psi \quad (\text{vértice de quark-quark-glúon})$$

$$\mathcal{L}_{AAA} = g_0 f_{abc} A_a^\mu A_b^\nu \partial_\mu A_\nu^c \quad (\text{vértice de três glúons})$$



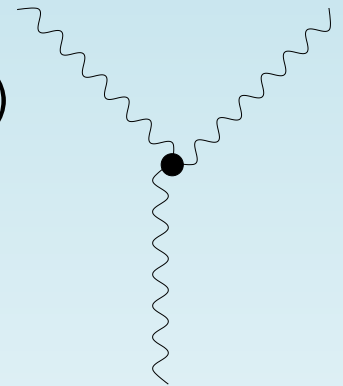
Vértices com 3 e 4 partículas mediadoras (glúons) estão presentes somente nas teorias de gauge **não-abelianas**

O Problema da QCD

A Lagrangiana da QCD é semelhante à da QED mas além de termos **quadráticos** nos campos de glúon e de quarks (propagadores) aparecem termos com **três e quatro campos de gauge**

$$\mathcal{L}_{\bar{\psi}\psi A} = g_0 \bar{\psi} \gamma^\mu A_\mu \psi \quad (\text{vértice de quark-quark-glúon})$$

$$\mathcal{L}_{AAA} = g_0 f_{abc} A_a^\mu A_b^\nu \partial_\mu A_\nu^c \quad (\text{vértice de três glúons})$$



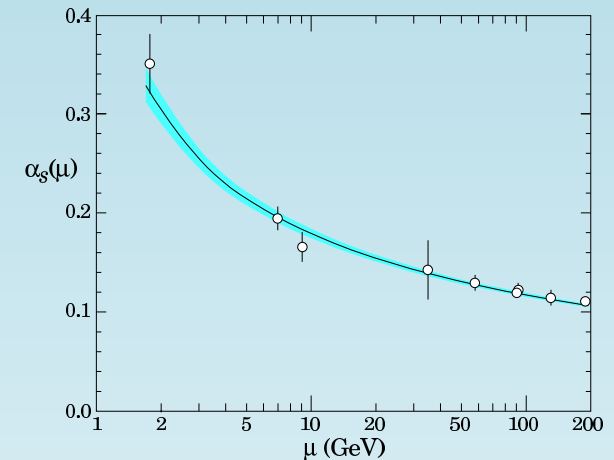
Vértices com 3 e 4 partículas mediadoras (glúons) estão presentes somente nas teorias de gauge **não-abelianas**

Glúons também têm carga de cor e **interagem entre si!**

Efeitos não-lineares! \Rightarrow acoplamento “corrediço” $\alpha_s(p)$

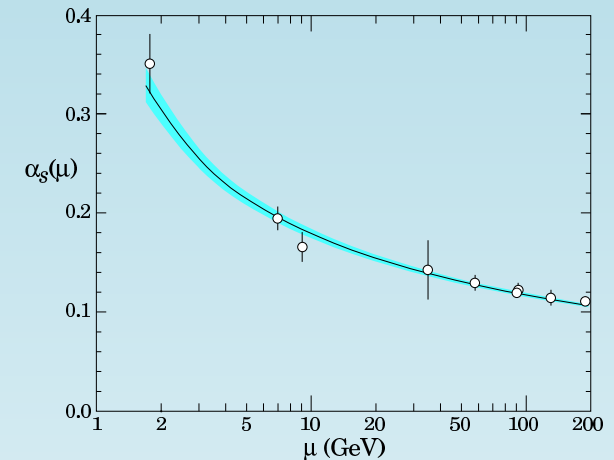
Como Fazer Cálculos em QCD?

Intensidade da interação α_s é baixa a altas energias (**liberdade assintótica**) mas aumenta para r grande (p pequeno) \Rightarrow **teoria de perturbação** apresenta problemas no limite de baixas energias



Como Fazer Cálculos em QCD?

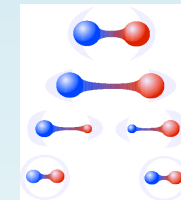
Intensidade da interação α_s é baixa a altas energias (**liberdade assintótica**) mas aumenta para r grande (p pequeno) \Rightarrow **teoria de perturbação** apresenta problemas no limite de baixas energias



A baixas energias:

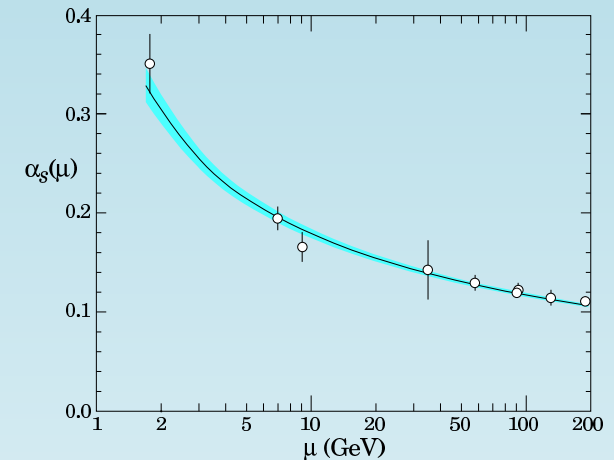
potencial inter-quark linear \rightarrow **tensão de corda**

para grandes distâncias \rightarrow **quebra da corda**



Como Fazer Cálculos em QCD?

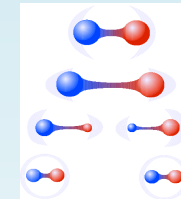
Intensidade da interação α_s é baixa a altas energias (**liberdade assintótica**) mas aumenta para r grande (p pequeno) \Rightarrow **teoria de perturbação** apresenta problemas no limite de baixas energias



A baixas energias:

potencial inter-quark linear \rightarrow **tensão de corda**

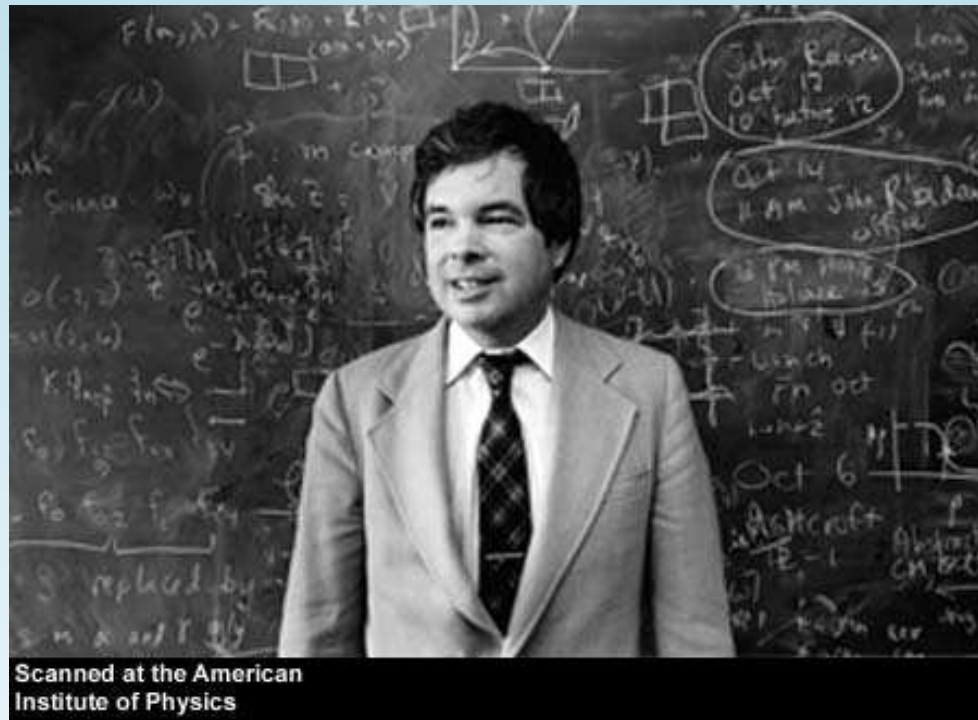
para grandes distâncias \rightarrow **quebra da corda**



Confinement **protects us from the power of the strong force**, it **gives us mass**, and it **complicates** the study of the quantum field theory (QCD) tremendously!

QCD na Rede

Kenneth Geddes Wilson (8 de Junho, 1936 – 15 de Junho, 2013)

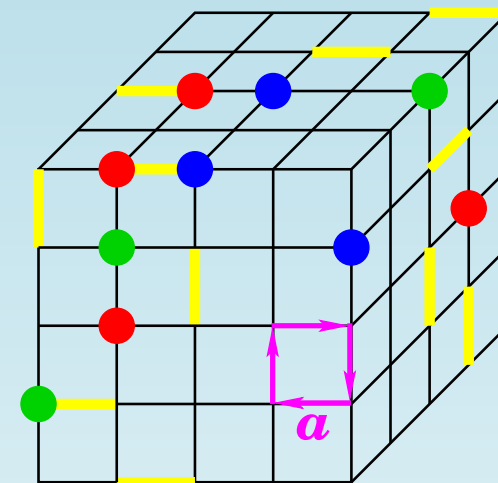


Rede foi usada por Wilson em 1974 como **truque** para provar o **confinamento** para a QCD no **limite de acoplamento forte**

[*Confinement of quarks*, Phys. Rev. D 10, 2445 (1974)]

QCD na rede: Ingredientes

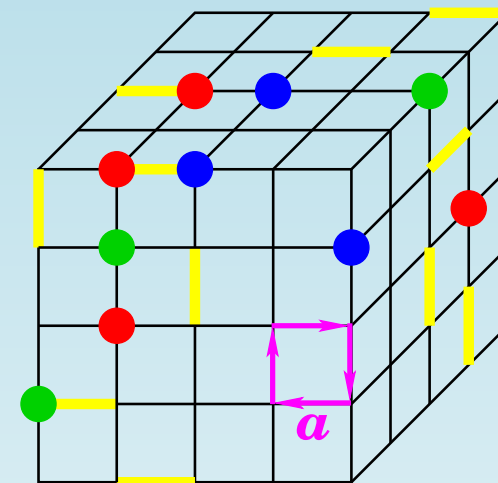
1. Quantização por **integrais de trajetória**
 \Rightarrow soma sobre configurações, peso $e^{iS/\hbar}$
2. **Formulação Euclidiana** (continuação analítica para tempo imaginário) \Rightarrow peso $e^{-S/\hbar}$
3. **Rede** (espaço-tempo discreto) equivale a corte **ultravioleta**, i.e. a **grandes** momentos $1/a$
 \Rightarrow regularização da teoria



Rede **finita** \Rightarrow corte **infravermelho**, a momento $1/L$

QCD na rede: Ingredientes

1. Quantização por **integrais de trajetória**
 \Rightarrow soma sobre configurações, peso $e^{iS/\hbar}$
2. **Formulação Euclidiana** (continuação analítica para tempo imaginário) \Rightarrow peso $e^{-S/\hbar}$
3. **Rede** (espaço-tempo discreto) equivale a corte **ultravioleta**, i.e. a **grandes** momentos $1/a$
 \Rightarrow regularização da teoria

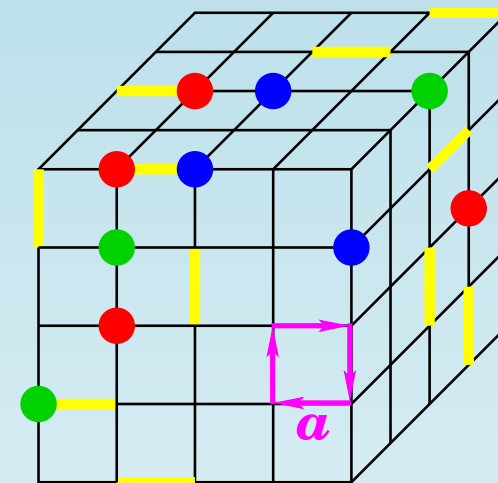


Rede **finita** \Rightarrow corte **infravermelho**, a momento $1/L$

Ação de Wilson é **invariante de gauge**, escrita para os **elos** de gauge $U_{x,\mu} \equiv e^{ig_0 a A_\mu^b(x) T_b}$, reduz-se à ação usual para $a \rightarrow 0$

QCD na rede: Ingredientes

1. Quantização por **integrais de trajetória**
 \Rightarrow soma sobre configurações, peso $e^{iS/\hbar}$
2. **Formulação Euclidiana** (continuação analítica para tempo imaginário) \Rightarrow peso $e^{-S/\hbar}$
3. **Rede** (espaço-tempo discreto) equivale a corte **ultravioleta**, i.e. a **grandes** momentos $1/a$
 \Rightarrow regularização da teoria



Rede **finita** \Rightarrow corte **infravermelho**, a momento $1/L$

Ação de Wilson é **invariante de gauge**, escrita para os **elos** de gauge $U_{x,\mu} \equiv e^{ig_0 a A_\mu^b(x) T_b}$, reduz-se à ação usual para $a \rightarrow 0$

“**Modelo**” de Mecânica Estatística clássica, pode ser estudado por técnicas comuns da área

Confinamento e Lei de área

Considerando a ação de Wilson

$$S = -\frac{\beta}{3} \sum_{\square} \text{ReTr} U_{\square}, \quad U_{x,\mu} \equiv e^{ig_0 a A_{\mu}^b(x) T_b}, \quad \beta = 6/g_0^2$$

para β pequeno (i.e. **acoplamento forte**) podemos fazer expansão análoga à **expansão de altas temperaturas** em mecânica estatística. Para o percurso retangular de elos de lados R e T (**loop de Wilson**), que pode ser relacionado ao **potencial interquarks para um par quark-antiquark estático**, a contribuição principal ao valor esperado é dada pela **lei de área**

$$\langle W(R, T) \rangle = e^{-V(R)T} \sim \beta^{RT}$$

Temos portanto $V(R) \sim \sigma R$, demonstrando **confinamento** no limite de acoplamento forte (β pequeno)!

Confinamento e Lei de área

Considerando a ação de Wilson

$$S = -\frac{\beta}{3} \sum_{\square} \text{ReTr} U_{\square}, \quad U_{x,\mu} \equiv e^{ig_0 a A_{\mu}^b(x) T_b}, \quad \beta = 6/g_0^2$$

para β pequeno (i.e. **acoplamento forte**) podemos fazer expansão análoga à **expansão de altas temperaturas** em mecânica estatística. Para o percurso retangular de elos de lados R e T (**loop de Wilson**), que pode ser relacionado ao **potencial interquarks para um par quark-antiquark estático**, a contribuição principal ao valor esperado é dada pela **lei de área**

$$\langle W(R, T) \rangle = e^{-V(R)T} \sim \beta^{RT}$$

Temos portanto $V(R) \sim \sigma R$, demonstrando **confinamento** no limite de acoplamento forte (β pequeno)!

Problema: o limite físico é a β grande...

QCD na Rede Computacional

Modelo de Mecânica Estatística (clássica) com a **função de partição**

$$Z = \int \mathcal{D}U e^{-S_g} \int \mathcal{D}\psi \mathcal{D}\bar{\psi} e^{-\int d^4x \bar{\psi}(x) K \psi(x)} = \int \mathcal{D}U e^{-S_g} \det K(U)$$

QCD na Rede Computacional

Modelo de Mecânica Estatística (clássica) com a **função de partição**

$$Z = \int \mathcal{D}U e^{-S_g} \int \mathcal{D}\psi \mathcal{D}\bar{\psi} e^{-\int d^4x \bar{\psi}(x) K \psi(x)} = \int \mathcal{D}U e^{-S_g} \det K(U)$$

Queremos calcular **valores esperados**

$$\langle \mathcal{O} \rangle = \int \mathcal{D}U \mathcal{O}(U) P(U)$$

com o peso

$$P(U) = \frac{e^{-S_g(U)} \det K(U)}{Z}$$

⇒ análogo a médias termodinâmicas em Mecânica Estatística

QCD na Rede Computacional

Modelo de Mecânica Estatística (clássica) com a **função de partição**

$$Z = \int \mathcal{D}U e^{-S_g} \int \mathcal{D}\psi \mathcal{D}\bar{\psi} e^{-\int d^4x \bar{\psi}(x) K \psi(x)} = \int \mathcal{D}U e^{-S_g} \det K(U)$$

Queremos calcular **valores esperados**

$$\langle \mathcal{O} \rangle = \int \mathcal{D}U \mathcal{O}(U) P(U)$$

com o peso

$$P(U) = \frac{e^{-S_g(U)} \det K(U)}{Z}$$

⇒ análogo a médias termodinâmicas em Mecânica Estatística

Integral complicada, em espaço com muitas dimensões!

QCD na Rede Computacional

Modelo de Mecânica Estatística (clássica) com a **função de partição**

$$Z = \int \mathcal{D}U e^{-S_g} \int \mathcal{D}\psi \mathcal{D}\bar{\psi} e^{-\int d^4x \bar{\psi}(x) K \psi(x)} = \int \mathcal{D}U e^{-S_g} \det K(U)$$

Queremos calcular **valores esperados**

$$\langle \mathcal{O} \rangle = \int \mathcal{D}U \mathcal{O}(U) P(U)$$

com o peso

$$P(U) = \frac{e^{-S_g(U)} \det K(U)}{Z}$$

⇒ análogo a médias termodinâmicas em Mecânica Estatística

Integral complicada, em espaço com muitas dimensões!

Podemos realizar **simulações numéricas** de Monte Carlo (como em Mecânica Estatística)

QCD na Rede Computacional

Computadores paralelos APE desenvolvidos pelo grupo de **Giorgio Parisi** em Roma, Itália



Estados Ligados de Quarks via QCD na Rede

Receita para simulações de rede:

1) Evolua campos de glúons (**variáveis de elos**) na **dinâmica de Monte Carlo** associada à função de partição

$$Z = \int \mathcal{D}U e^{-S_g} \int \mathcal{D}\psi \mathcal{D}\bar{\psi} e^{-\int d^4x \bar{\psi}(x) K \psi(x)} = \int \mathcal{D}U e^{-S_g} \det K(U)$$

(a **aproximação quenched** corresponde a $\det K = 1$)

2) Obtenha propagadores de quarks de $\langle \psi \bar{\psi} \rangle = \langle K^{-1} \rangle$

3) Use os campos de quarks para construir correladores (euclidianos) para o estado ligado $C(t) = \langle O(t) O(0) \rangle$, onde $O(t) = \bar{\psi} \Gamma \psi$ e Γ é a matriz de Dirac apropriada (e.g. $\Gamma = \gamma_5$ para mésons pseudoscalares)

4) Extraia massas, etc. de $C(t) \rightarrow \sum_n |\langle 0|O|n \rangle|^2 e^{-E_n t}$

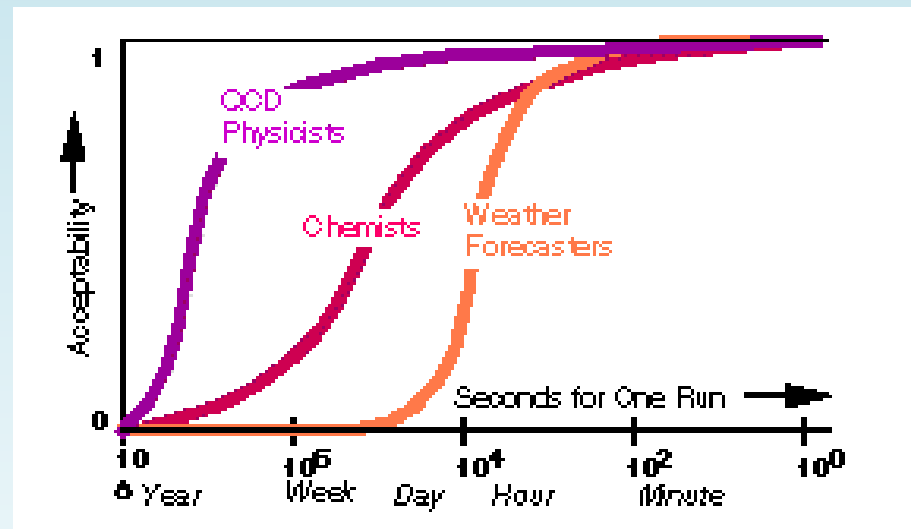
\Rightarrow para t grande $m_{\text{eff}}(t) = \log[C(t)/C(t+1)]$ atinge um plateau

5) Traduza resultados em unidades físicas: $m = m_{\text{latt}}/a$, tome $a \rightarrow 0$

Problemas Computacionais “Grand Challenge”

Estudo do Scalable Computing Laboratory, Univ. do Estado do Iowa (2001): “A Paradigm For Grand Challenge Performance Evaluation”

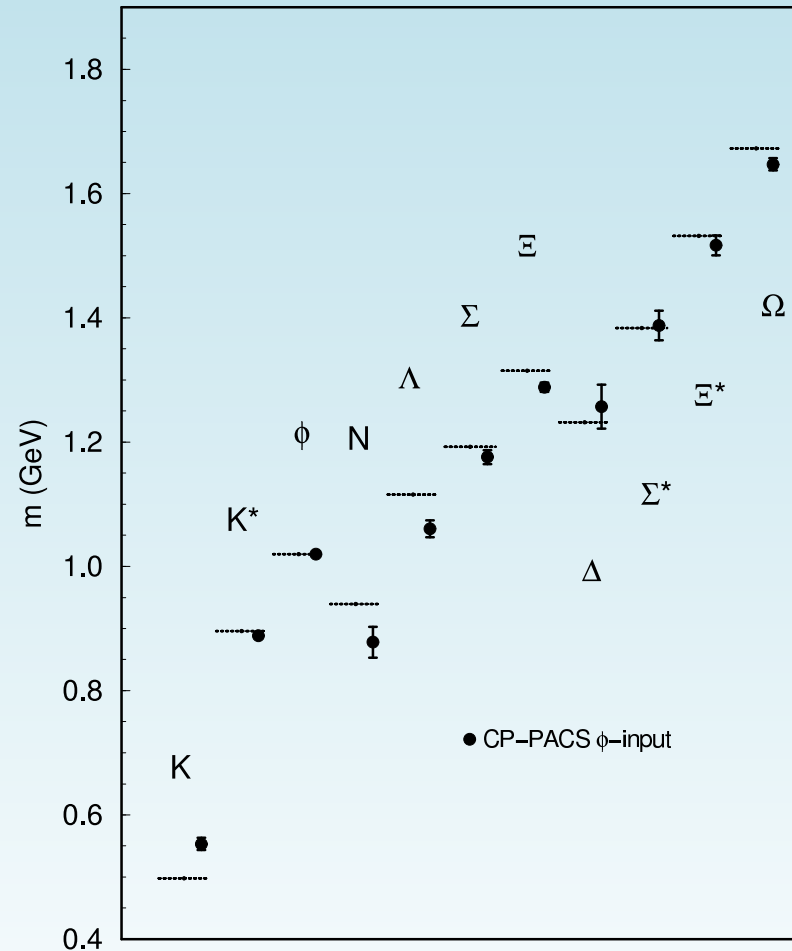
Aceitabilidade de tempo de simulação por cultura científica



“QCD physicists have an extraordinary tolerance for execution times that take a significant fraction of a human lifetime”

Espectroscopia via QCD na Rede

Cálculo (**quenched**) do espectro dos hádrons leves no **Séc. XX**



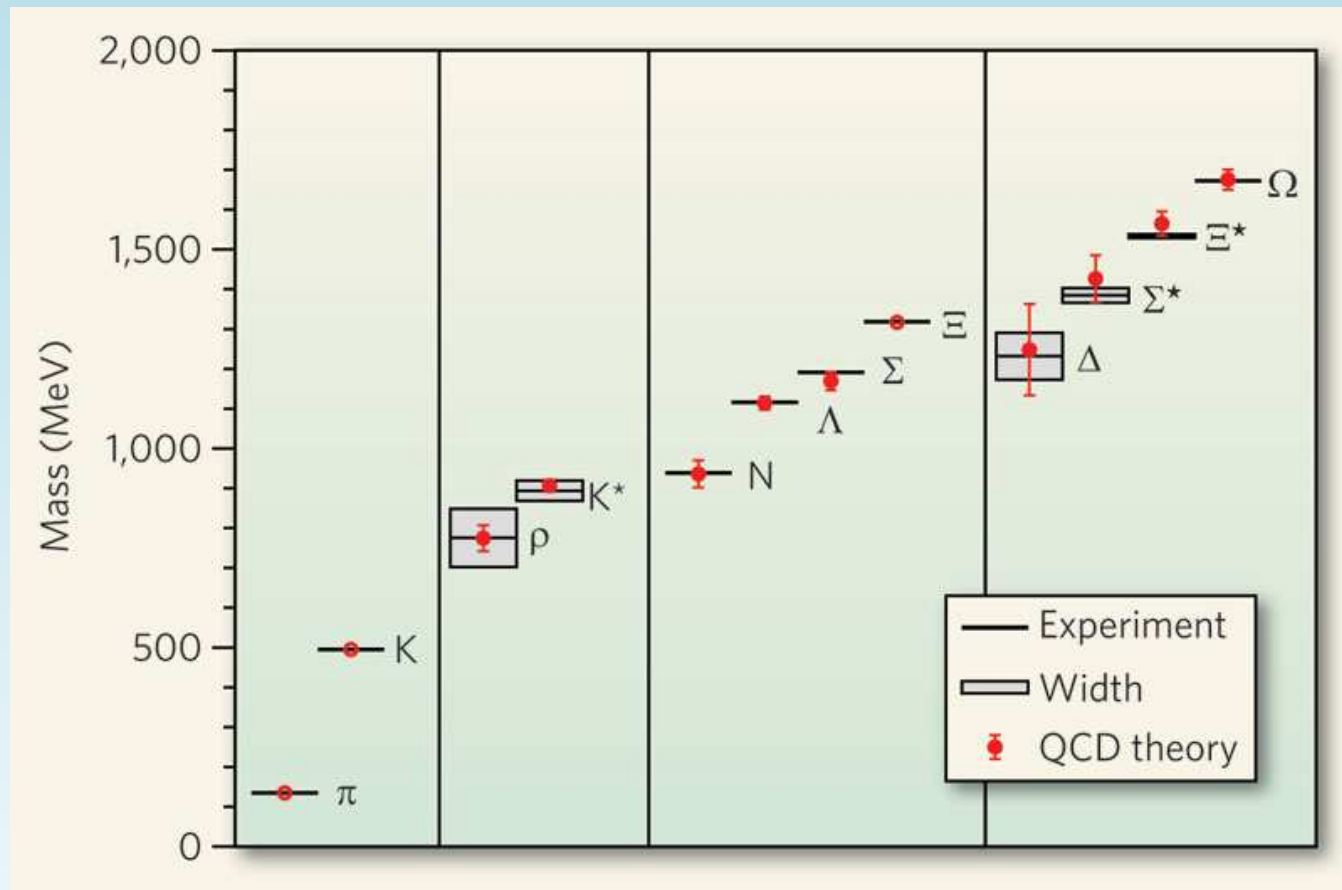
CP-PACS Collaboration, Phys. Rev. Lett. (2000)

QCD na Rede *Antes...*

Won't you admit it's a trifle hysterical
To disbelieve *every* result that's numerical?
How, then, could you use modern aviation?
For the planes are designed by simulation.
And are experiments at accelerators all unsound,
Because they *simulate* the QCD background?
O why do you recoil in terror
From calculations that control their error?
Give it up! The symmetry's surely broken,
The order parameter (its token)
Refuses, by 20σ , to go away.
What's that, *a coincidence*? No way!
No offense, but it's silly to avert your eyes
After 10^{18} floating point multiplies.

Frank Wilczek; *Physics Today*, March 1999

...e Depois



Massas dos hádrons leves calculadas por S. Dürr et al. ([Science, 2008](#)) e valores experimentais. **Note:** π , K e Ξ usados como inputs

QCD na Rede Hoje

Determinação precisa da massa dos núcleons prova que **interação** entre quarks gera (quase toda a) **massa do universo visível!**

QCD na Rede Hoje

Determinação precisa da massa dos núcleons prova que **interação** entre quarks gera (quase toda a) **massa do universo visível!**

Cálculos atingiram **grande precisão** para determinação do espectro dos hádrons leves, incluindo **diferença de massa entre nêutron e próton**: S. Borsanyi et al., Science 347, 1452 (2015)

QCD na Rede Hoje

Determinação precisa da massa dos núcleons prova que **interação** entre quarks gera (quase toda a) **massa do universo visível!**

Cálculos atingiram **grande precisão** para determinação do espectro dos hádrons leves, incluindo **diferença de massa entre nêutron e próton**: S. Borsanyi et al., Science 347, 1452 (2015)

Grande parte do esforço na área é em **espectroscopia** de hádrons, sendo ainda proibitivos os cálculos para sistemas com quarks pesados (especialmente B-physics), essenciais para determinação dos limites do Modelo Padrão

QCD na Rede Hoje

Determinação precisa da massa dos núcleons prova que **interação** entre quarks gera (quase toda a) **massa do universo visível!**

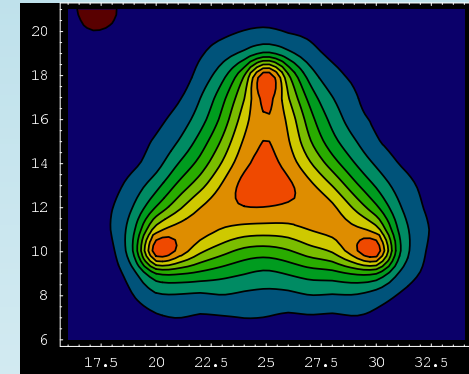
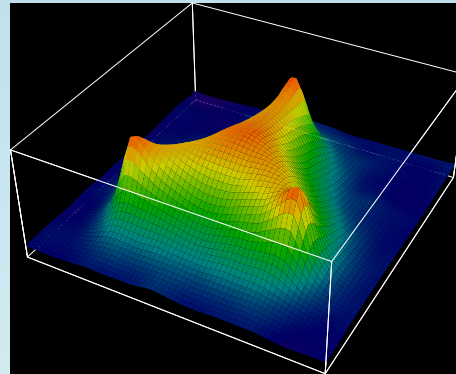
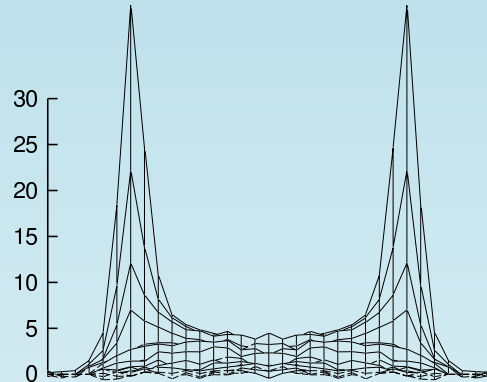
Cálculos atingiram **grande precisão** para determinação do espectro dos hádrons leves, incluindo **diferença de massa entre nêutron e próton**: S. Borsanyi et al., Science 347, 1452 (2015)

Grande parte do esforço na área é em **espectroscopia** de hádrons, sendo ainda proibitivos os cálculos para sistemas com quarks pesados (especialmente B-physics), essenciais para determinação dos limites do Modelo Padrão

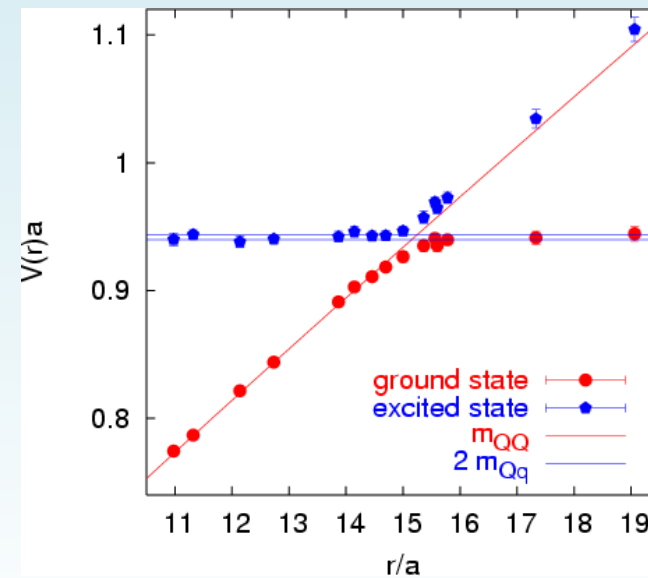
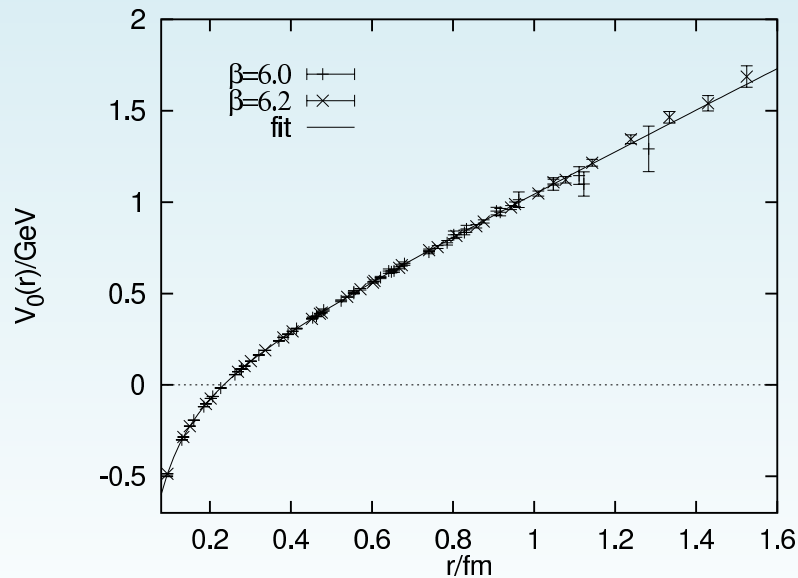
Estudo detalhado dos estados ligados (espectroscopia) é **desafio técnico e conceitual**, e representa **confirmação da QCD** como teoria da interação forte \Rightarrow primeiro passo para compreensão de questões fundamentais da QCD

QCD na Rede e Confinamento

May observe formation of flux tubes



Linear Growth of potential between quarks, string breaking



Confinamento: o Elefante na Sala



Entendemos o confinamento?

⇒ we know what it **looks like**,
but do we know what it **is**?

Confinamento: o Elefante na Sala



Entendemos o confinamento?

⇒ we know what it looks like,
but do we know what it is?

Millenium Prize Problems (Clay Mathematics Institute, USA/UK)

Yang-Mills and Mass Gap: Experiment and computer simulations suggest the existence of a mass gap in the solution to the quantum versions of the Yang-Mills equations. But no proof of this property is known.

Caminhos para o Confinamento

- O que origina o **potencial linear** (visto em **QCD na rede**)?

Caminhos para o Confinamento

- O que origina o **potencial linear** (visto em **QCD na rede**)?
- Modelos para o confinamento: supercondutividade dual (tubo de fluxo elétrico ligando monopolos magnéticos), **condensação de vórtices de centro**, mérons, cálорons

Caminhos para o Confinamento

- O que origina o **potencial linear** (visto em **QCD na rede**)?
- Modelos para o confinamento: supercondutividade dual (tubo de fluxo elétrico ligando monopolos magnéticos), **condensação de vórtices de centro**, mérons, cálorons
- Proposta de Mandelstam (1979) ligando potencial linear ao **comportamento infravermelho do propagador de glúons** como $1/p^4$

$$V(r) \sim \int \frac{d^3p}{p^4} e^{ip \cdot r} \sim r$$

Caminhos para o Confinamento

- O que origina o **potencial linear** (visto em **QCD na rede**)?
- Modelos para o confinamento: supercondutividade dual (tubo de fluxo elétrico ligando monopolos magnéticos), **condensação de vórtices de centro**, mérons, cálorons
- Proposta de Mandelstam (1979) ligando potencial linear ao **comportamento infravermelho do propagador de glúons** como $1/p^4$

$$V(r) \sim \int \frac{d^3p}{p^4} e^{ip \cdot r} \sim r$$

- Cenário de confinamento de **Gribov-Zwanziger** baseado na supressão do propagador de glúons e **fortalecimento do propagador de ghosts** no limite infravermelho

Cenário de GZ: Confinamento por Ghosts

Formulado no **gauge de Landau gauge**, prevê propagador de glúons

$$D_{\mu\nu}^{ab}(p) = \sum_x e^{-2i\pi k \cdot x} \langle A_\mu^a(x) A_\nu^b(0) \rangle = \delta^{ab} \left(g_{\mu\nu} - \frac{p_\mu p_\nu}{p^2} \right) D(p^2)$$

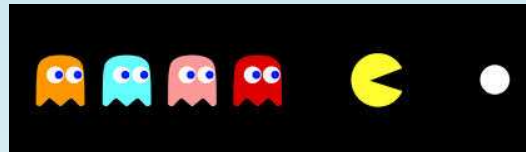
suprimido no limite IV \Rightarrow **confinamento de glúons**

Cenário de GZ: Confinamento por Ghosts

Formulado no gauge de Landau gauge, prevê propagador de glúons

$$D_{\mu\nu}^{ab}(p) = \sum_x e^{-2i\pi k \cdot x} \langle A_\mu^a(x) A_\nu^b(0) \rangle = \delta^{ab} \left(g_{\mu\nu} - \frac{p_\mu p_\nu}{p^2} \right) D(p^2)$$

suprimido no limite IV \Rightarrow confinamento de glúons



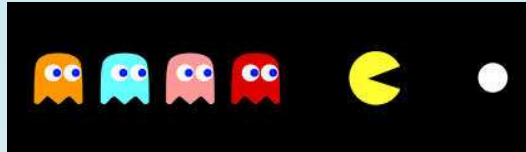
Efeitos de longo alcance aparecem no propagador de ghosts $G(p)$:

Cenário de GZ: Confinamento por Ghosts

Formulado no **gauge de Landau gauge**, prevê propagador de glúons

$$D_{\mu\nu}^{ab}(p) = \sum_x e^{-2i\pi k \cdot x} \langle A_\mu^a(x) A_\nu^b(0) \rangle = \delta^{ab} \left(g_{\mu\nu} - \frac{p_\mu p_\nu}{p^2} \right) D(p^2)$$

suprimido no limite IV \Rightarrow **confinamento de glúons**



Efeitos de longo alcance aparecem no **propagador de ghosts** $G(p)$:

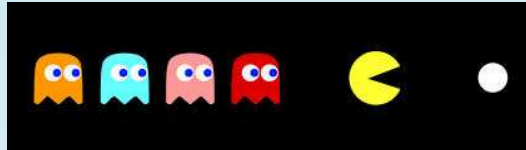
- Volume infinito favorece configurações no **primeiro horizonte de Gribov** $\partial\Omega$, onde menor autovalor não-nulo λ_{min} do operador de Faddeev-Popov \mathcal{M} vai a zero

Cenário de GZ: Confinamento por Ghosts

Formulado no **gauge de Landau gauge**, prevê propagador de glúons

$$D_{\mu\nu}^{ab}(p) = \sum_x e^{-2i\pi k \cdot x} \langle A_\mu^a(x) A_\nu^b(0) \rangle = \delta^{ab} \left(g_{\mu\nu} - \frac{p_\mu p_\nu}{p^2} \right) D(p^2)$$

suprimido no limite IV \Rightarrow **confinamento de glúons**

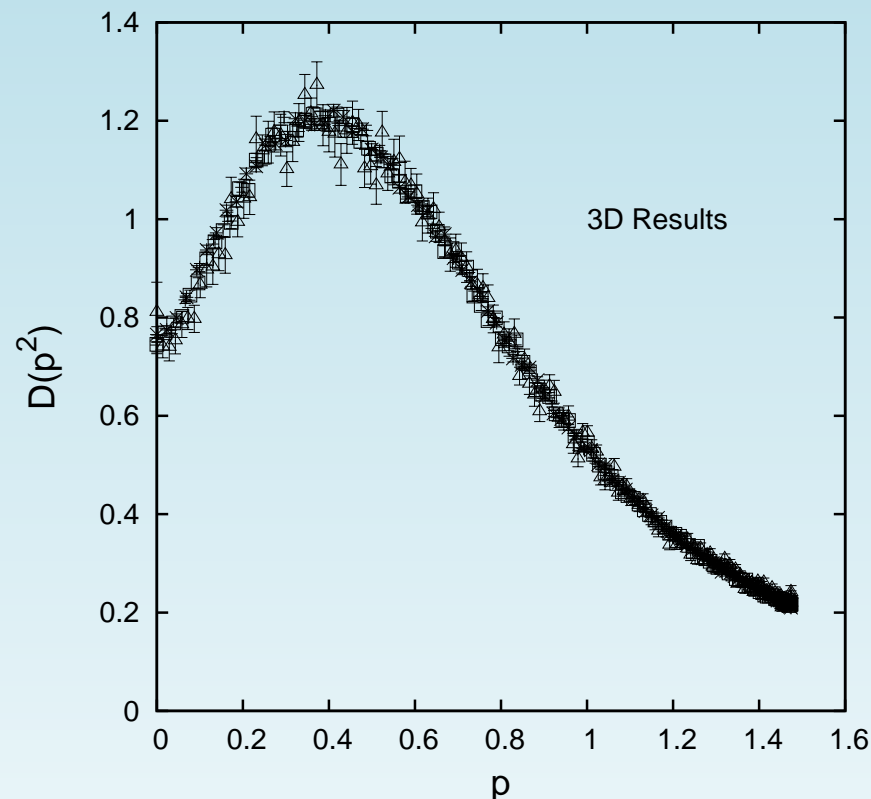
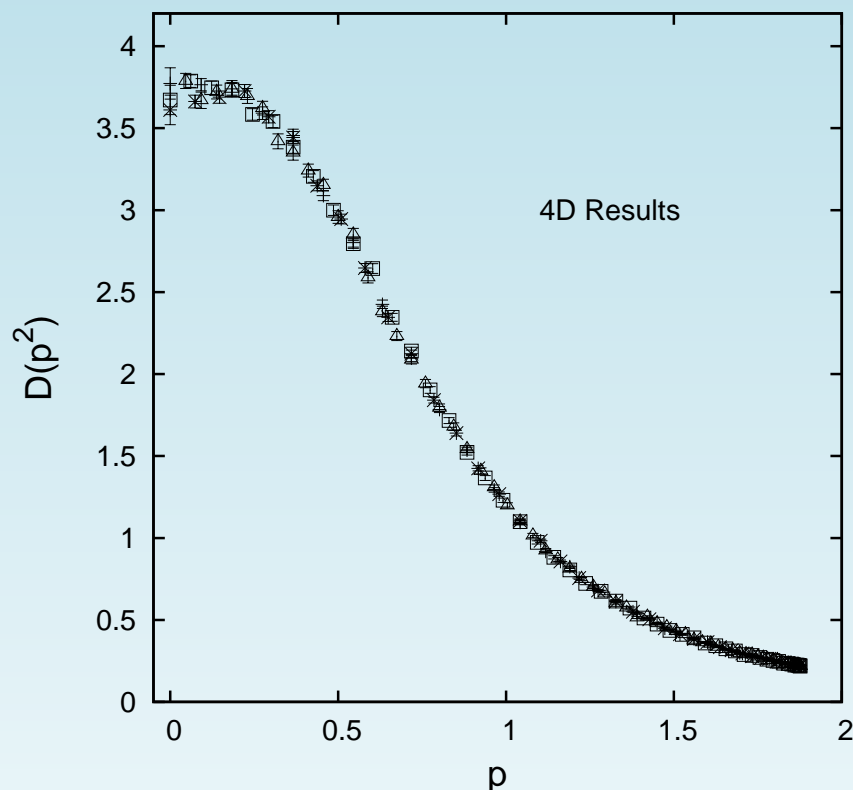


Efeitos de longo alcance aparecem no **propagador de ghosts** $G(p)$:

- Volume infinito favorece configurações no **primeiro horizonte de Gribov** $\partial\Omega$, onde menor autovalor não-nulo λ_{min} do operador de Faddeev-Popov \mathcal{M} vai a zero
- Em compensação, $G(p)$ deveria ser **fortalecido no IV**, induzindo efeitos de longo alcance, relacionados ao mecanismo de confinamento de cor

Propagador do Glúon a Volume “Infinito”

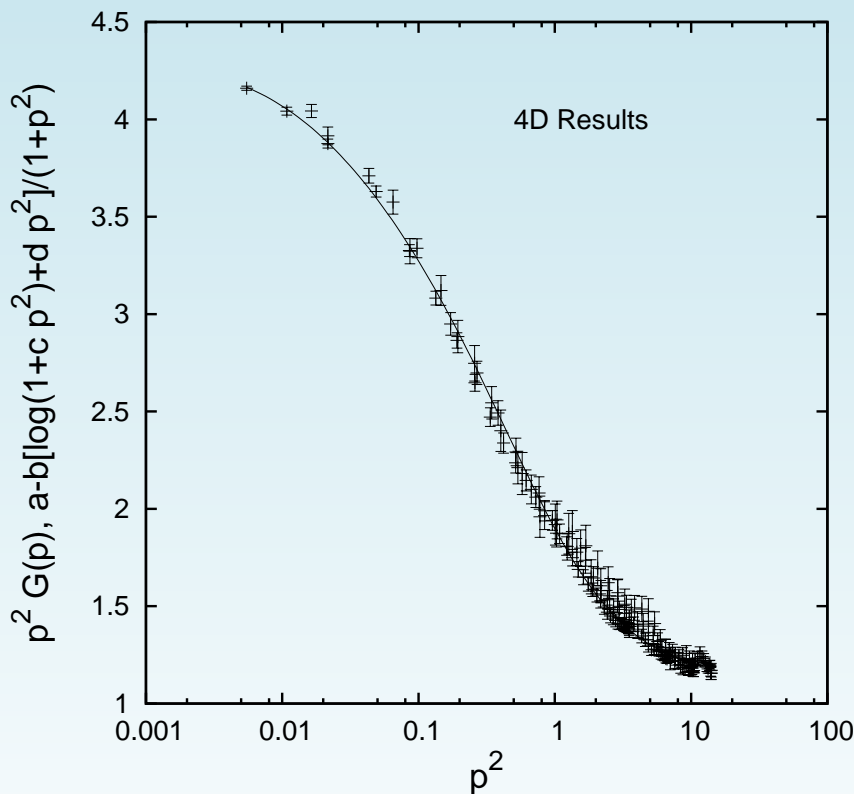
A. Cucchieri & T. Mendes (2008)



Propagador de glúons $D(p)$ versus momento de rede p (ambos em unidades físicas) para o caso $SU(2)$ puro em $d = 4$ (esquerda), considerando volumes até 128^4 (lado de rede ~ 27 fm) e $d = 3$ (direita), considerando volumes até 320^3 (lado de rede ~ 85 fm)

Resultados para o Propagador de Ghosts

Ajuste da função de dressing do ghost $p^2 G(p^2)$ em função de p^2 (em GeV) para o caso 4d ($\beta = 2.2$ com volume 80^4). Vemos que $p^2 G(p^2)$ é dado por $p^2 G(p^2) = a - b[\log(1 + cp^2) + dp^2]/(1 + p^2)$, com



$$a = 4.32(2)$$

$$b = 0.38(1) \text{ GeV}^2$$

$$c = 80(10) \text{ GeV}^{-2}$$

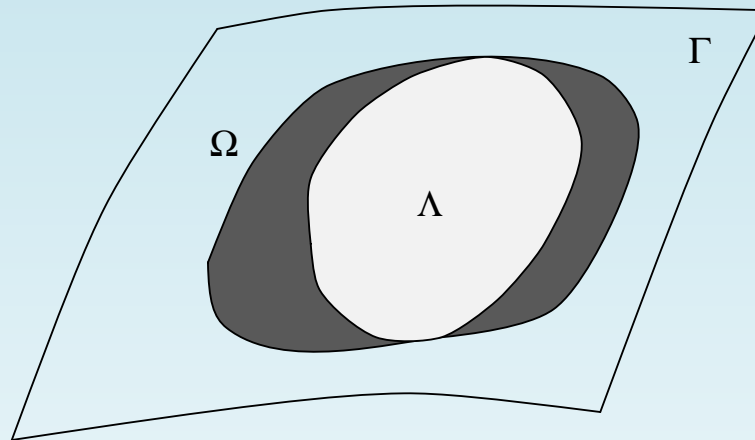
$$d = 8.2(3) \text{ GeV}^{-2}$$

No IV temos $p^2 G(p^2) \sim a$

A. Cucchieri & T. Mendes (2008)

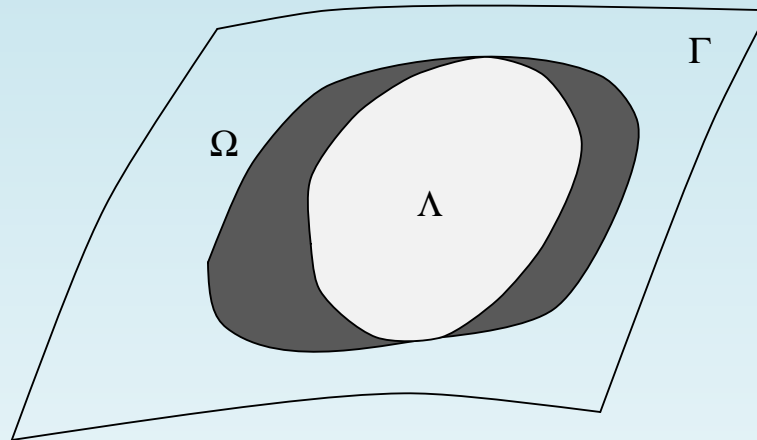
The Infinite-Volume Limit

As the infinite-volume limit is approached, the **sampled configurations** (inside Ω = region for which \mathcal{M} is positive semi-definite) are closer and closer to the **first Gribov horizon** $\partial\Omega$



The Infinite-Volume Limit

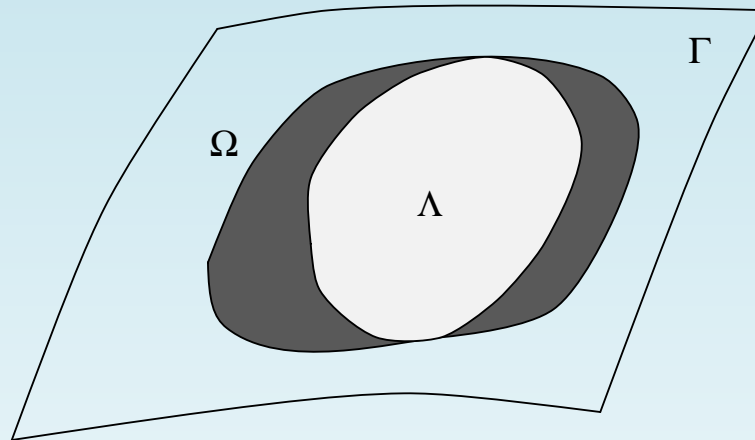
As the infinite-volume limit is approached, the **sampled configurations** (inside Ω = region for which \mathcal{M} is positive semi-definite) are closer and closer to the **first Gribov horizon** $\partial\Omega$



Can we learn more about the geometry of this region?

The Infinite-Volume Limit

As the infinite-volume limit is approached, the **sampled configurations** (inside Ω = region for which \mathcal{M} is positive semi-definite) are closer and closer to the **first Gribov horizon** $\partial\Omega$



Can we learn more about the geometry of this region?

Lattice simulation produces **thermalized gauge configurations**, but we can also “visit” **nearby configs** and extract info from them!

Issues

Simulation on large lattices (IR limit) is **very costly**. How to be more efficient?

Issues

Simulation on large lattices (IR limit) is **very costly**. How to be more efficient?

How to disentangle **approach to Gribov horizon** (as lattice volume increases) and **behavior of $G(p^2)$** (or λ_{\min})?

Issues

Simulation on large lattices (IR limit) is **very costly**. How to be more efficient?

How to disentangle **approach to Gribov horizon** (as lattice volume increases) and **behavior of $G(p^2)$** (or λ_{\min})?

Get **insight** from **features of the lattice simulations themselves**:

Issues

Simulation on large lattices (IR limit) is **very costly**. How to be more efficient?

How to disentangle **approach to Gribov horizon** (as lattice volume increases) and **behavior of $G(p^2)$** (or λ_{\min})?

Get **insight** from **features of the lattice simulations themselves**:

1) **Explore Gribov horizon** by visiting neighboring (**unsampled**) configurations, get info about λ_{\min}

Issues

Simulation on large lattices (IR limit) is **very costly**. How to be more efficient?

How to disentangle **approach to Gribov horizon** (as lattice volume increases) and **behavior of $G(p^2)$** (or λ_{\min})?

Get **insight** from **features of the lattice simulations themselves**:

- 1) **Explore Gribov horizon** by visiting neighboring (**unsampled**) configurations, get info about λ_{\min}
- 2) Simulate **on effectively large** lattices by “faking” periodic crystal and invoking Bloch’s theorem

Reaching (and Crossing!) the Horizon



How many roads have I wondered?
None, and each my own
Behind me the bridges have crumbled
No question of return

Nowhere to go but the horizon
where, then, will I call my home?

The Same Song, Susheela Raman

Reaching (and Crossing!) the Horizon



How many roads have I wondered?
None, and each my own
Behind me the bridges have crumbled
No question of return

Nowhere to go but the horizon
where, then, will I call my home?

The Same Song, Susheela Raman

- They say that communism is just over the horizon. **What's a horizon?**
- A horizon is an imaginary line which continues to recede as you approach it.

Russian joke from Khrushchev's time

Relating λ_{min} and Geommetry

Using properties of Ω and the concavity of the minimum function, one can show (A. Cucchieri, TM, PRD 2013)

$$\lambda_{min} [\mathcal{M}[A]] \geq [1 - \rho(A)] p_{min}^2$$

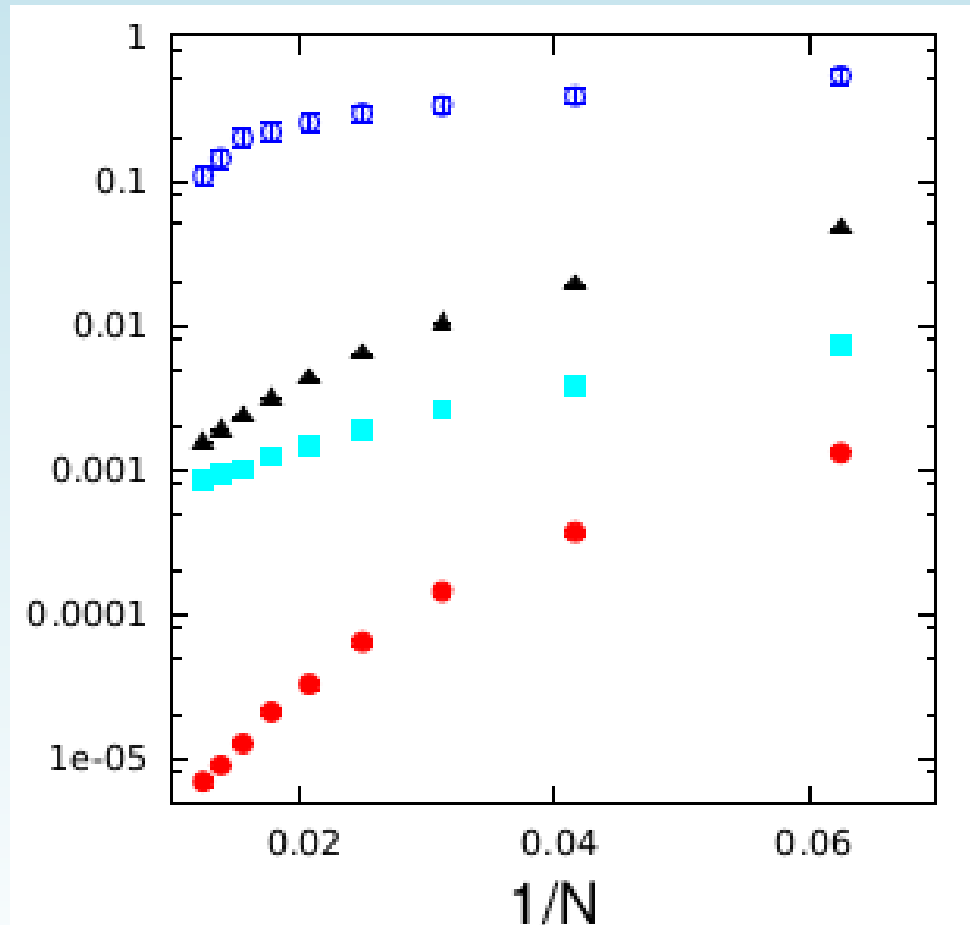
Here $1 - \rho(A) \leq 1$ measures the distance of a configuration $A \in \Omega$ from the boundary $\partial\Omega$ (in such a way that $\rho^{-1}A \equiv A' \in \partial\Omega$). This result applies to **any Gribov copy** belonging to Ω

Recall that $A' \in \partial\Omega \implies$ the smallest non-trivial eigenvalue of the **FP matrix** $\mathcal{M}[A']$ is **null**, and that the smallest non-trivial eigenvalue of **(minus) the Laplacian** $-\partial^2$ is p_{min}^2

In the **Abelian case** one has $\mathcal{M} = -\partial^2$ and $\lambda_{min} = p_{min}^2 \implies$ **non-Abelian effects** are included in the $(1 - \rho)$ **factor**

How far from Equality? **Very far...**

Using $A' = \tilde{\tau} A \equiv A(\tau_{n-1} + \tau_n)/2 \in \partial\Omega$ and $\rho = 1/\tilde{\tau} < 1$: plot **inverse of the lower bound for $G(p)$** , $1/G(p_{min})$, λ_{min} and the quantity $(1 - \rho) p_{min}^2$ as functions of the inverse lattice size $1/N$.



So?

Eigenvalues are **not** nontrivial...

So?

Eigenvalues are **not** nontrivial...

Now notice that:

The inequality $\lambda_{min} [\mathcal{M}[A]] \geq [1 - \rho(A)] p_{min}^2$ becomes an equality **if and only if** the **eigenvectors** corresponding to the smallest nonzero eigenvalues of $\mathcal{M}[A]$ and $-\partial^2$ coincide
 \implies unlikely...

So?

Eigenvalues are **not** nontrivial...

Now notice that:

The inequality $\lambda_{min} [\mathcal{M}[A]] \geq [1 - \rho(A)] p_{min}^2$ becomes an equality **if and only if** the **eigenvectors** corresponding to the smallest nonzero eigenvalues of $\mathcal{M}[A]$ and $-\partial^2$ coincide
 \implies unlikely...

Our results show that the eigenvector ψ_{min} is **very different** from the **plane waves** corresponding to p_{min}

So?

Eigenvalues are **not** nontrivial...

Now notice that:

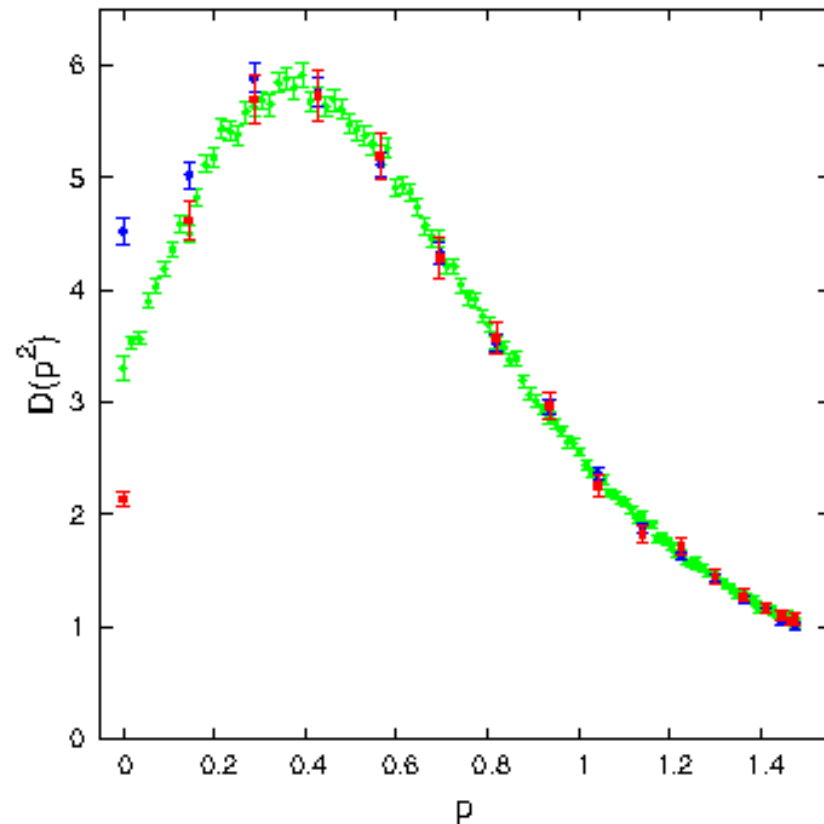
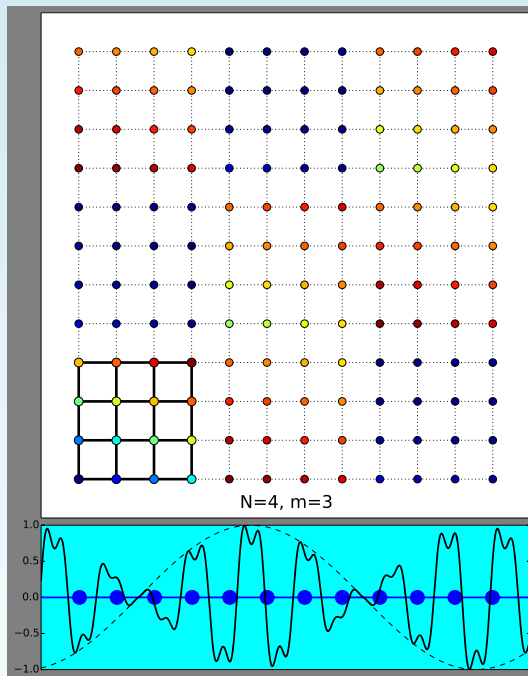
The inequality $\lambda_{min} [\mathcal{M}[A]] \geq [1 - \rho(A)] p_{min}^2$ becomes an equality **if and only if** the **eigenvectors** corresponding to the smallest nonzero eigenvalues of $\mathcal{M}[A]$ and $-\partial^2$ coincide \implies unlikely...

Our results show that the eigenvector ψ_{min} is **very different** from the **plane waves** corresponding to p_{min}

This should serve to illustrate the (nontrivial) **non-enhancement** of $G(p)$ in the IR

Large Lattices via Bloch's Theorem

Perform thermalization step on small lattice, then replicate it and use Bloch's theorem from condensed-matter physics to obtain gauge-fixing step for much larger lattice (A. Cucchieri, TM, PRL 2017)



Confinamento na QCD

Problema de determinar os mecanismos que geram o **confinamento da carga de cor** na QCD está ainda **aberto**

Área de pesquisa ativa, envolvendo QCD na rede e outros métodos de estudo **não-perturbativo** da QCD, como equações de Dyson-Schwinger, grupo de renormalização funcional, renormalização algébrica

Confinamento na QCD

Problema de determinar os mecanismos que geram o **confinamento da carga de cor** na QCD está ainda **aberto**

Área de pesquisa ativa, envolvendo QCD na rede e outros métodos de estudo **não-perturbativo** da QCD, como equações de Dyson-Schwinger, grupo de renormalização funcional, renormalização algébrica

Em particular, várias conferências regulares dedicadas ao tópico, como a **Quark Confinement and the Hadron Spectrum**, bienal (cerca de 300 participantes); no Brasil: **Infrared QCD in Rio** e **Pathways to Confinement**

QCD na Rede - RESUMO (ENFPC 2021)

Lattice gauge theories provide a **nonperturbative** way to investigate **non-Abelian** gauge theories, such as QCD

QCD na Rede - RESUMO (ENFPC 2021)

Lattice gauge theories provide a **nonperturbative** way to investigate **non-Abelian** gauge theories, such as QCD



Lattice formulation considers a discretized version of the theory; physical quantities are obtained in the **limit** of zero lattice spacing

QCD na Rede - RESUMO (ENFPC 2021)

Lattice gauge theories provide a **nonperturbative** way to investigate **non-Abelian** gauge theories, such as QCD



Lattice formulation considers a discretized version of the theory; physical quantities are obtained in the **limit** of zero lattice spacing

Statistical mechanics tools, such as **numerical** (Monte Carlo) simulation \Rightarrow New approach to QFT, **direct access** to (representative) gauge-field configurations



QCD na Rede - RESUMO (ENFPC 2021)

Lattice gauge theories provide a **nonperturbative** way to investigate **non-Abelian** gauge theories, such as QCD



Lattice formulation considers a discretized version of the theory; physical quantities are obtained in the **limit** of zero lattice spacing

Statistical mechanics tools, such as **numerical (Monte Carlo) simulation** \Rightarrow New approach to QFT, **direct access** to (representative) gauge-field configurations



First principles study of low-energy QCD properties (**confinement**, chiral-symmetry breaking, dynamical mass generation)

QCD na Rede - RESUMO (ENFPC 2021)

Lattice gauge theories provide a **nonperturbative** way to investigate **non-Abelian** gauge theories, such as QCD



Lattice formulation considers a discretized version of the theory; physical quantities are obtained in the **limit** of zero lattice spacing

Statistical mechanics tools, such as **numerical** (Monte Carlo) **simulation** \Rightarrow New approach to QFT, **direct access** to (representative) gauge-field configurations



First principles study of low-energy QCD properties (**confinement**, chiral-symmetry breaking, dynamical mass generation)

Importance for high-energy physics: Instrumental in precision tests of (strong-sector of) SM, in the search for **new physics**

QCD na Rede - RESUMO (ENFPC 2021)

Lattice gauge theories provide a **nonperturbative** way to investigate **non-Abelian** gauge theories, such as QCD



Lattice formulation considers a discretized version of the theory; physical quantities are obtained in the **limit** of zero lattice spacing

Statistical mechanics tools, such as **numerical** (Monte Carlo) **simulation** \Rightarrow New approach to QFT, **direct access** to (representative) gauge-field configurations



First principles study of low-energy QCD properties (**confinement**, chiral-symmetry breaking, dynamical mass generation)

Importance for high-energy physics: Instrumental in precision tests of (strong-sector of) SM, in the search for **new physics**

One of the challenges: Infrared limit requires **large lattice volumes**

Thoughts

Lattice QCD = **tool**, providing (nowadays) **precise predictions** from the QCD sector, allowing more stringent tests of the Standard Model (e.g. muon $g - 2$ anomaly)

Thoughts

Lattice QCD = **tool**, providing (nowadays) **precise predictions** from the QCD sector, allowing more stringent tests of the Standard Model (e.g. muon $g - 2$ anomaly)

It is a **theory** tool (don't be fooled by the **error bars**!)

Thoughts

Lattice QCD = **tool**, providing (nowadays) **precise predictions** from the QCD sector, allowing more stringent tests of the Standard Model (e.g. muon $g - 2$ anomaly)

It is a **theory** tool (don't be fooled by the **error bars**!)

It is in fact a **new way to study QFT**, complementary to the perturbative approach, in a sense by **summing (=sampling) the path integral differently!!**

Thoughts

Lattice QCD = **tool**, providing (nowadays) **precise predictions** from the QCD sector, allowing more stringent tests of the Standard Model (e.g. muon $g - 2$ anomaly)

It is a **theory** tool (don't be fooled by the **error bars**!)

It is in fact a **new way to study QFT**, complementary to the perturbative approach, in a sense by **summing (=sampling) the path integral differently!!**

Instead of adding the contributions to a given process in order of importance, as in PT, the lattice “sum” is a **statistical average** over **representative configurations** of the fields

Thoughts

Lattice QCD = **tool**, providing (nowadays) **precise predictions** from the QCD sector, allowing more stringent tests of the Standard Model (e.g. muon $g - 2$ anomaly)

It is a **theory** tool (don't be fooled by the **error bars**!)

It is in fact a **new way to study QFT**, complementary to the perturbative approach, in a sense by **summing (=sampling) the path integral differently!!**

Instead of adding the contributions to a given process in order of importance, as in PT, the lattice “sum” is a **statistical average** over **representative configurations** of the fields

By now LQCD is **mature enough** to deliver on its promises,

Thoughts

Lattice QCD = **tool**, providing (nowadays) **precise predictions** from the QCD sector, allowing more stringent tests of the Standard Model (e.g. muon $g - 2$ anomaly)

It is a **theory** tool (don't be fooled by the **error bars**!)

It is in fact a **new way to study QFT**, complementary to the perturbative approach, in a sense by **summing (=sampling) the path integral differently!!**

Instead of adding the contributions to a given process in order of importance, as in PT, the lattice “sum” is a **statistical average** over **representative configurations** of the fields

By now LQCD is **mature enough** to deliver on its promises,

but it will benefit from **new ideas** as much as from big machines!

Vem pra REDE



É muito bom participar dessa aventura!

