Teoria de Transição de Fase e Fenômenos Críticos

(com ênfase na aplicação de métodos de Monte Carlo)

Attilio Cucchieri e Tereza Mendes

30 de Outubro de 2001

O curso pretende preparar o(a) aluno(a) para simulações de larga escala de fenômenos críticos em geral, introduzindo as técnicas numéricas necessárias e de análise de dados. A teoria de fenômenos críticos em Mecânica Estatística será revista, do ponto de vista de simulações numéricas. Serão feitas aplicações a modelos de spin e percolação. Finalmente, serão feitas uma introdução teórica (a nível qualitativo) e aplicações simples à cromodinâmica quântica (QCD) na rede. Esta teoria está intimamente relacionada a modelos em mecânica estatística, e apresenta um ponto crítico no limite do contínuo.
O curso será dividido em 3 partes:

- Introdução aos métodos de Monte Carlo
- Física dos fenômenos críticos
- Aplicações em teoria de gauge na rede (QCD)

Para cada parte os alunos efetuarão um projeto de simulação. As aulas serão alternadas a discussões sobre os projetos.

O curso não supõe pré-requisitos além de Mecânica Estatística, Mecânica Quântica e Eletricidade e Magnetismo a nível de graduação, e familiaridade com cálculo numérico básico (linguagem `fortran` ou `C`).

Programa do Curso

1 Introdução aos Métodos de Monte Carlo

- Descrição geral do curso; idéia e uso do Monte Carlo; cálculo de integrais (fórmula do trapezóide versus Monte Carlo); Monte Carlo estático; geradores de números aleatórios.
- Cadeias de Markov; Monte Carlo dinâmico; métodos de heat bath e Metropolis para o modelo de Ising.
- Cálculo de médias e erros; métodos de binning, jack-knife, bootstrap e janela auto-consistente; o fenômeno de critical slowing-down e como medí-lo.
- Algoritmos globais ou de cluster; método de Swendsen-Wang e generalização de Wolff para spins contínuos; aplicação aos modelos $O(N)$ (ou N-vetoriais); percolação.
- Projetos para os modelos de Ising e $O(N)$: comparação de resultados de simulações a resultados exatos; medidas de critical slowing-down e erros; problemas de termalização, condições iniciais e tunelamento; estudo do limite de volume infinito; estudos de percolação para clusters de Wolff.

2 Física dos Fenômenos Críticos

- Revisão de fenômenos críticos, universalidade, expoentes críticos, funções de escala e finite-size scaling.
- O ponto de vista de simulações: determinação do ponto crítico; presença de critical slowing-down; método de cumulantes de Binder; método do χ^2; cálculo dos expoentes críticos usando finite-size scaling.
- Efeitos de volume finito; comprimento de correlação de volume finito; métodos de extrapolação a volume infinito de Lüscher e de Sokal; o caso dos modelos $O(N)$ em uma dimensão.
- Grupo de renormalização; função β; lei de escala assintótica; liberdade assintótica para modelos $O(N)$.
- Projetos: medida de quantidades críticas em modelos de Ising, $O(4)$ e percolação; comparação de funções de escala de tamanho finito em uma dimensão com resultados exatos; aplicação da extrapolação a volume infinito.

3 Aplicações em Teorias de Gauge na Rede

- Introdução informal aos conceitos de interações fortes: modelo de quarks, carga de côr, composição de mésons e bárions; fenomenologia da cromodinâmica quântica (QCD); confinamento de quarks; liberdade assintótica; ação de Yang-Mills (no contínuo) e ação de Wilson (na rede).

- Integrais de trajetória; relação entre QCD na rede e modelos de mecânica estatística clássica; identificação do limite do contínuo com um ponto crítico; lei de scala; acoplamento forte e confinamento; lei de área; tensão de corda; métodos numéricos de heat bath e overrelaxation em QCD.

- Simulações de Creutz para a determinação numérica da tensão de corda em QCD; invariância de gauge; gauge-fixing numérico e relação com vidros de spin.

- Visão geral de simulações de QCD na rede; descrição de simulações em computadores paralelos; estudo numérico da constante de acoplamento forte; QCD a altas temperaturas e a transição de desconfinamento de quarks.

- Projetos: reprodução das simulações de Creutz, análise de critical slowing-down em teorias de gauge na rede; estudo de gauge fixing.

Bibliografia

- Notas de aula

- W.H. Press et al. *Numerical Recipes*

- J.J. Binney et al. *Theory of critical phenomena: an introduction to the renormalization group*

- M. Creutz *Quarks, gluons and lattices*