FFI 265: Exercícios (Lista 1)

1 Ordens de grandeza e sistemas de unidades

Em Física de Partículas a energia é geralmente dada em termos de MeV ou GeV, onde $1\,eV = 1.6 \times 10^{-19} J$, e as distâncias em termos de fm ($1\,fm = 10^{-15} m$). É útil para os cálculos notar: $\hbar c \approx 200\,MeV\,fm$ e o valor da constante de estrutura fina $\alpha = e^2/(4\pi\hbar c) \approx 1/137$. [Consideramos para a carga elétrica o sistema eletrostático em que a energia potencial entre duas cargas e separadas por uma distância d é dada por $U = e^2/(4\pi d)$.]

(i) Usando a forma $\Delta p\,\Delta x \sim \hbar/2$ para o princípio de incerteza calcular Δp (em MeV/c) quando $\Delta x \approx 1\,fm$, que corresponde à distância típica das interações fortes.

(ii) Usando agora a forma $\Delta E\,\Delta t \sim \hbar/2$ calcular ΔE quando $\Delta t \approx 10^{-22} s$, um valor típico de vida média para decaimentos fortes.

(iii) Calcular a energia potencial (em MeV) devida à repulsão Coulombiana entre dois prótons separados por uma distância de $1\,fm$.

(iv) Calcular as massas do próton e do elétron em MeV/c^2.

(v) Estimar a massa da partícula mediadora das interações nucleares (o píon, ou méson de Yukawa) sabendo que o alcance da interação é de aproximadamente $1.5\,fm$. (Esta distância corresponde ao chamado comprimento de onda de Compton da partícula.)

2 Revisão de cinemática relativística

(i) A transformação de coordenadas para um sistema O' movendo-se com velocidade relativa V ao longo da direção x do sistema original O é dada pela transformação de Lorentz, escrita em forma matricial como

$$A = \begin{pmatrix} \gamma & 0 & 0 & i\beta\gamma \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -i\beta\gamma & 0 & 0 & \gamma \end{pmatrix}$$

onde $\beta \equiv V/c$ e $\gamma \equiv 1/\sqrt{1 - V^2/c^2}$. Demonstre que a transformação do quadrivetor $(\mathbf{x}, ict)$ por ação desta matriz, ou seja $x'_\mu = \sum_{\nu=1}^{4} A_{\mu\nu}\, x_\nu$, reproduz a transformação usual para as coordenadas x, y, z e t.

(ii) A transformação de coordenadas para a velocidade $\mathbf{u} = (u_x, u_y, u_z)$ é dada por

$$u'_x = \frac{u_x - V}{1 - u_x V/c^2}\,, \qquad u'_y = \frac{u_y}{\gamma\,(1 - u_x V/c^2)}\,, \qquad u'_z = \frac{u_z}{\gamma\,(1 - u_x V/c^2)}$$

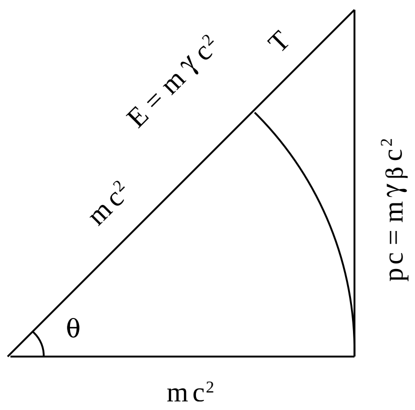
Demonstre que pode ser definido o quadri-vetor velocidade $(\gamma_u \mathbf{u},\, ic\gamma_u)$ onde $\gamma_u \equiv 1/\sqrt{1 - u^2/c^2}$, cujas quatro componentes se transformam de acordo com a transformação de Lorentz acima. Dica: demonstre e faça uso da relação

$$\frac{1}{\gamma\,(1 - u_x V/c^2)} = \frac{\sqrt{1 - u^2/c^2}}{\sqrt{1 - u'^2/c^2}}\,.$$

3 Decaimentos e colisões

Algumas fórmulas úteis:

- $E = m\,\gamma\, c^2 = m\, c^2 + T\,; \quad T = (\gamma - 1)\, m\, c^2$
- $E^2 = (m\, c^2)^2 + (p\, c)^2$
- $\sin\theta = p\, c/E = \beta$
- $\tau = \gamma\, \tau_0$



onde β e γ referem-se à velocidade da partícula.

(i) Calcular a vida média observada τ para mésons π^+ quando $\beta = 0.73$ e $\tau_0 = 2.5 \times 10^{-8} s$. Qual a distância percorrida neste tempo? e qual seria a distância percorrida em um tempo τ_0?

(ii) Calcular o momento de um próton com energia cinética $T = 1\,Gev$. Idem para um elétron e para um fóton.

(iii) O anti-próton foi produzido pela primeira vez em 1955 no Bevatron de Berkeley (acelerador do tipo síncrotron) através da reação

$$p + p \to 3\,p + \overline{p}$$

em que um próton em movimento colide com um próton em repouso gerando um par próton anti-próton (além dos dois prótons iniciais). Calcule o limiar de energia (cinética) necessária para a produção do anti-próton.

(iv) Considere a reação abaixo, em que um píon neutro é produzido a partir de um próton em repouso e um fóton incidente

$$\gamma + p \to p + \pi^0$$

Calcule o limiar de energia E_γ e a fração desta energia que **não** é convertida na criação do píon. O que acontece com esta energia?

(v) Considere 10^4 mésons π^+ em órbita circular de raio $R = 20\,m$ com velocidade dada por $\beta = 0.99$ e sabendo que $\tau_0(\pi^+) \approx 2.5 \times 10^{-8}s$. Qual o número de mésons restantes após uma volta? Qual seria o número neste mesmo intervalo de tempo se os mésons estivessem em repouso?

Exercícios do Capítulo 3 do Griffiths: 4, 5, 8, 13, 14, 24 (primeira edição) ou 4, 6, 10, 15, 16, 27 (segunda edição).