

# *Difração de Elétrons*

## Introdução

No ano de 1924, *Louis-Victor Pierre Raymond de Broglie* (7º Duque de de Broglie) propôs, em sua tese de doutorado [1], o conceito de “onda de matéria”. Sua idéia consistia no fato de que o comportamento dual onda-partícula, característico das radiações eletromagnéticas, também pudesse ser aplicado à matéria. Desta forma, assim como o fóton apresenta propriedades de matéria, partículas materiais (como o elétron, por exemplo) também deveriam exibir características ondulatórias.

De acordo com *de Broglie*, a um feixe de partículas materiais (não-relativísticas e mono-energéticas) pode-se associar um comprimento de onda  $\lambda_{\text{Broglie}}$  tal que:

$$\lambda_{\text{Broglie}} = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv}. \quad (1)$$

Inicialmente, a idéia de *de Broglie* foi vista com certo ceticismo até que, em 1927, *Clinton Davisson* e *Lester Germer* verificaram experimentalmente o caráter ondulatório do elétron [2]. Em seu experimento, *Davisson* e *Germer* observaram o fenômeno de difração de um feixe de elétrons (com energia definida) incidindo sobre um cristal de Ni. Neste caso, e assim como no caso da difração de raios-x por um sólido, os átomos do cristal de Ni atuam como centros de difração os quais espalham o feixe de elétrons incidentes em direções muito características.

Além do experimento de *Davisson* e *Germer*, a difração de elétrons também foi verificada independentemente por *George Paget Thomson* atestando, portanto, a validade da relação de *de Broglie* [Eq.(1)].

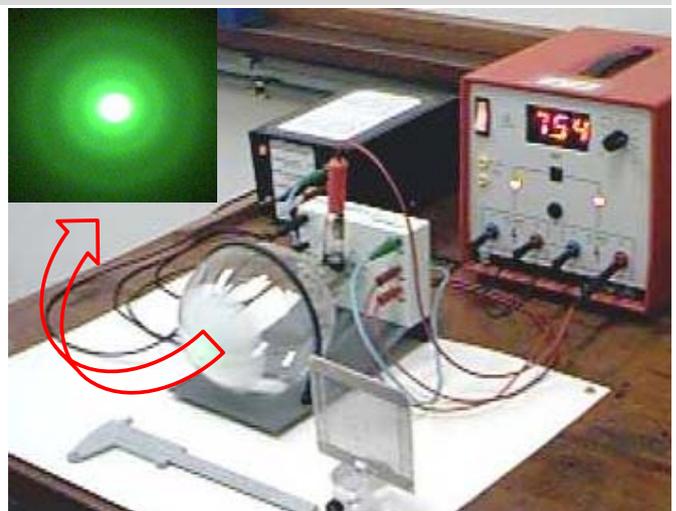
Pelos trabalhos realizados acerca da natureza ondulatória da matéria, *de Broglie* recebeu o Prêmio Nobel em Física de 1929 [3]. *Davisson* e *Thomson* também foram agraciados com o Prêmio Nobel em Física de 1937, desta vez pela verificação experimental da difração de elétrons por cristais [4].

## Objetivos

- ☞ Familiarizar-se com o fenômeno de difração de elétrons.
- ☞ Verificar experimentalmente o comportamento ondulatório de um feixe de elétrons.
- ☞ Investigar o fenômeno de difração com diferentes energias do feixe de elétrons.
- ☞ Comparar os  $\lambda_{\text{Broglie}}$  com aqueles previstos pela lei de *Bragg*.
- ☞ Determinar a constante de *Planck*.
- ☞ Encontrar as distâncias interplanares do cristal de grafite utilizado no experimento.

## Equipamentos

- 1 tubo (ou ampola) de difração de elétrons *Leybold* (fonte de elétrons + tela fluorescente)
- 1 suporte do tubo
- 1 fonte de alta tensão (simétrica: 5 kV + 5 kV)
- 1 fonte do filamento 6.38 V (AC), 300 mA
- 1 interruptor bipolar
- 2 multímetros
- Fios para conexão, paquímetro, etc.



## Descrição do Experimento

Os elétrons (massa  $m$  e carga  $e$ ) são emitidos de um cátodo incandescente e acelerados por intermédio da aplicação de um potencial  $V$ , de onde é possível determinar sua velocidade  $v$  a partir do princípio de conservação de energia:

$$\frac{1}{2}mv^2 = eV \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2eV}{m}}. \quad (2)$$

Neste ponto é importante salientar que, para as voltagens utilizadas ( $V_{\text{max}} \sim 10$  kV), as massas de repouso e relativística do elétron são praticamente iguais, com um erro de, no máximo, 2 %.

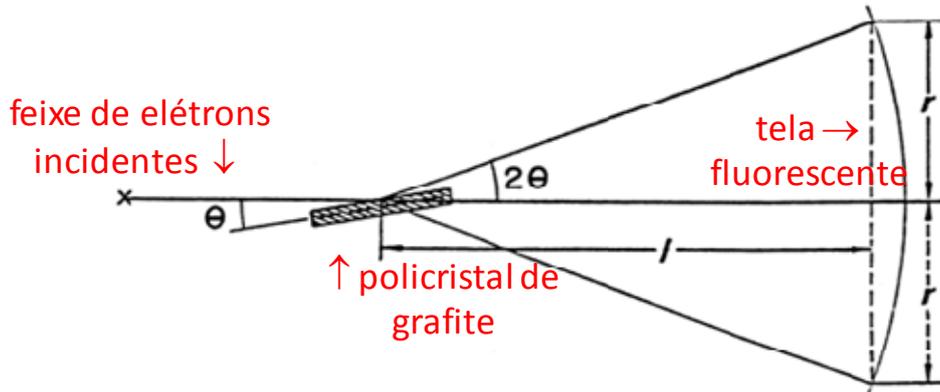
Substituindo a Eq.(2) na Eq.(1) obtemos o comprimento de onda associado ao elétron:

$$\lambda_{\text{Broglie}} = \frac{h}{\sqrt{2meV}}, \quad (3)$$

onde valem as seguintes constantes:  $h = 6.63 \times 10^{-34}$  J s,  $m = 9.11 \times 10^{-31}$  kg, e  $e = 1.60 \times 10^{-19}$  C.

Sendo  $V$  medido em Volts, o comprimento de onda do elétron será dado por:

$$\lambda_{\text{Broglie}} = \sqrt{\frac{150}{V}} \text{ \AA}. \quad (4)$$



**Figura 1** – Representação esquemática da geometria envolvida no experimento de difração de elétrons.

Seja um feixe de elétrons incidindo sobre uma rede cristalina, conforme ilustra a Figura 1, onde  $r$  é o raio de um anel de interferência. Pela lei de *Bragg*:

$$2d\text{sen}\theta = n\lambda, \quad (5)$$

onde  $d$ ,  $\theta$  e  $\lambda$  correspondem, respectivamente: à distância entre os planos que definem a rede cristalina considerada (Figura 2), ao ângulo de incidência do feixe de elétrons, e ao comprimento de onda associado ao feixe de elétrons. Da Fig. 1 verificamos que

$$\tan(2\theta) = \frac{r}{l}. \quad (6)$$

Para ângulos  $\theta$  pequenos, podemos fazer a seguinte aproximação:

$$2\text{sen}\theta = \frac{r}{l}. \quad (7)$$

Combinando as Eqs. (7) e (5) obtemos, para  $n = 1$ :

$$\lambda_{\text{Broglie}} = \frac{rd}{l}. \quad (8)$$

Assim, conhecido o comprimento de onda  $\lambda_{\text{Broglie}}$ , é possível determinar as várias distâncias interplanares de uma rede cristalina qualquer. Nesta prática faremos uso de um policristal de grafite, cuja estrutura cristalina está representada na Figura 2. Conforme a figura sugere, no grafite cristalino, cada átomo encontra-se ligado covalentemente a outros três, formando hexágonos distribuídos em inúmeros planos, os quais estão interligadas por forças de *van der Waals*. O conjunto hexágonos+planos dá origem a um arranjo tri-dimensional com distâncias muito bem definidas. Assim como no caso da difração de raios-x, este arranjo regular de planos atômicos reflete o feixe de elétrons incidente sobre o grafite, dando origem a um padrão de interferência. No caso específico do policristal de grafite, além das distâncias indicadas na Fig.2(a), outros planos de reflexão estão indicados na Tabela 1 e na Fig.2(b).

**Tabela 1** – Identificação dos planos e respectiva separação interplanar de um poli-cristal de grafite.

Identificação do conjunto de planos	$d_1$	$d_2$	$d_3$	$d_4$	$d_5$
Distância característica	2.13 Å	1.23 Å	0.805 Å	0.591 Å	0.465 Å

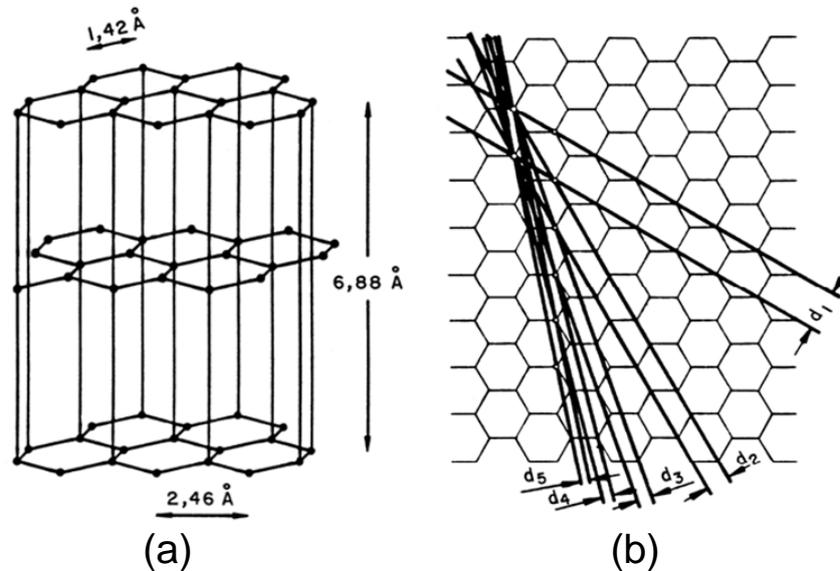


Figura 2 – (a) e (b) Representação esquemática de um cristal de grafite e dos seus principais planos cristalinos.

## Procedimento Experimental

A montagem experimental está representada esquematicamente na Figura 3.

Ligue o equipamento certificando-se que a corrente no filamento seja de, no máximo, 300 mA a aproximadamente 6 V.

**A corrente de emissão não deve ultrapassar a marca de 200  $\mu$ A.**

Se, por algum motivo, esta corrente se elevar, ou você notar um clarão na ampola (sistema curto-circuitado), diminua imediatamente a voltagem para zero e espere de 20 a 30 minutos para recomeçar o experimento.

**Verifique se a escala do Amperímetro 2 é adequada para tensões de até 10 kV.**

A partir de um potencial de aceleração nulo, faça suas medidas variando a voltagem de 500 em 500 V, por exemplo, sempre observando a corrente de emissão. Para a ampola usada, certifique-se de que  $\ell = 13$  cm (veja manual).

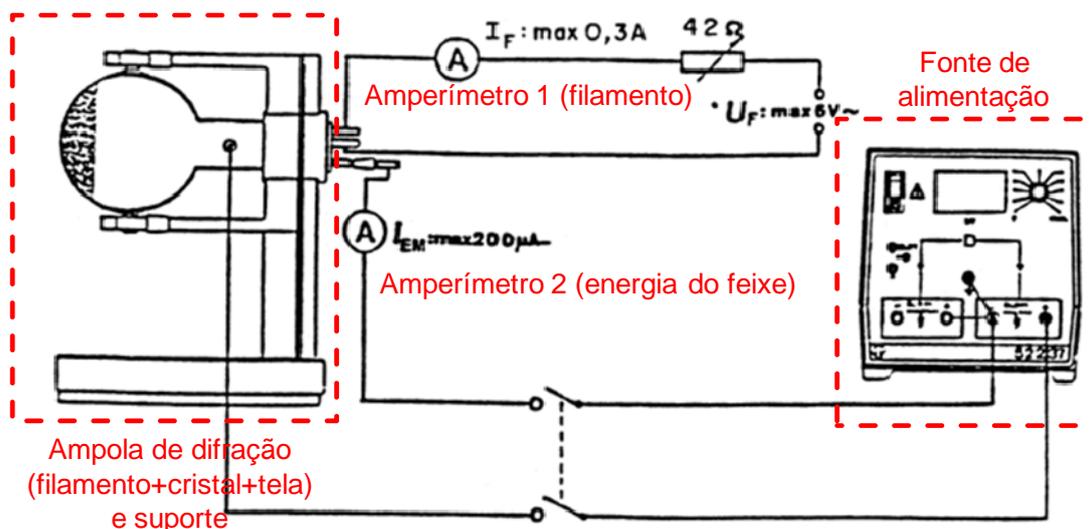


Figura 3 – Diagrama esquemático da montagem experimental.

De posse dos dados assim obtidos, podemos analisar os resultados experimentais:

### 1 – Comprimentos de onda

Assumindo as distâncias interplanares do grafite conhecidas, calcule os comprimentos de onda associados aos elétrons para cada tensão aplicada [Eq.(4)]. Compare os  $\lambda_{\text{Broglie}}$  com os  $\lambda_{\text{Bragg}}$  [Eq.(5)] e discuta os resultados obtidos.

### 2 – Constante de *Planck*

Assumindo as distâncias interplanares do grafite conhecidas, e a partir das Eqs. (3) e (8), determine a constante de *Planck*. Para tanto, faça uso de uma representação gráfica de  $\lambda_{\text{Broglie}}$  versus  $V^{-1/2}$  para os anéis de interferência observados.

### 3 – Distâncias interplanares

Para os dois anéis de interferência mais internos, determine as distâncias interplanares do policristal de grafite. Neste caso, considere o valor de  $h$  conforme tabelado na literatura e faça uma representação gráfica de  $r$  versus  $V^{-1/2}$ . Compare com os valores assim obtidos com aqueles tabelados, e identifique-os na Fig. 2 com as correspondentes famílias de planos.

## Questões

- ❗ O que entendemos por dualidade onda-partícula? Dê exemplos de experiências que, historicamente, levaram ao desenvolvimento/descoberta deste conceito.
- ❗ Por que, neste experimento, podemos aplicar a lei de *Bragg*?
- ❗ No experimento realizado, por que são vistos dois (no máximo três) anéis de difração?
- ❗ Tendo por base os resultados obtidos neste experimento, é possível verificar a difração de prótons? E de nêutrons?
- ❗ Compare os valores de massa de repouso ( $m_0$ ) e de massa relativística ( $m_{\text{rel}}$ ) do elétron para os seguintes potenciais de aceleração: 10 V, 100 V, 1 kV, 10 kV e 100 kV. Discuta estes valores frente àqueles considerados neste experimento.
- ❗ Discuta a respeito das figuras apresentadas na primeira página deste roteiro: porque são de cores diferentes, porque apresentam padrões distintos de pontos e/ou linhas e/ou círculos, etc.

## Referências

### *Física Moderna*

*College Physics* (OpenStax College, 2012) <http://cnx.org/content/col11406/latest/>.

Paul Tipler, *Física Moderna* (Guanabara Dois, 1981) – **539^T595f**

Arthur Beiser, *Conceitos de Física Moderna* (McGraw-Hill, 1987) – **539^B423c**

Robert Eisberg e R. Resnick, *Física Quântica* (Ed. Campus, 1979) – **530.12^E36f**

### *Óptica de elétrons & Cristalografia*

B. Beeston, R. Horne e R. Markham, *Electron Diffraction and Optical Diffraction Techniques* (North-Holland, 1973) – **535.3325^B415e**

Z. G. Pinsker, *Electron Diffraction* (Butterworths Scientific Publications, 1953) – **548.83^P658.e**

E. Flint, *Princípios de Cristalografia* (Editorial Paz, 1965) – **548^F623pr**

### *História* (conforme apresentadas na Introdução)

[1] Ver por exemplo: [http://aflb.ensmp.fr/ouvrages\\_publications.html](http://aflb.ensmp.fr/ouvrages_publications.html) (para solicitar cópia da Tese de Doutorado de *de Broglie*), e <http://medlem.spray.se/gorgelo/DeBroglie.pdf> para uma “versão condensada” da mesma.

[2] Descrição do experimento de difração de elétrons realizado por *Davisson e Germer* enquanto pesquisadores da *Bell Labs*: <http://www3.alcatel-lucent.com/bstj/vol07-1928/articles/bstj7-1-90.pdf>

[3] [http://www.nobelprize.org/nobel\\_prizes/physics/laureates/1929/](http://www.nobelprize.org/nobel_prizes/physics/laureates/1929/)

[4] [http://www.nobelprize.org/nobel\\_prizes/physics/laureates/1937/](http://www.nobelprize.org/nobel_prizes/physics/laureates/1937/)

### *Simulações*

[http://cnx.org/content/m42573/1.3/quantum-wave-interference\\_en.jar](http://cnx.org/content/m42573/1.3/quantum-wave-interference_en.jar)

<http://www.pion.sbfisica.org.br/pdc/index.php/por/Multimedia/Simulacoes/Fisica-Moderna-e-Contemporanea>

<http://www.pion.sbfisica.org.br/pdc/index.php/por/Multimedia/Simulacoes/Fisica-Moderna-e-Contemporanea/Complementaridade>

<http://www.pion.sbfisica.org.br/pdc/index.php/por/Multimedia/Simulacoes/Fisica-Moderna-e-Contemporanea/Davisson-Germer-difracao-de-eletrons>

## Créditos

Ao longo dos anos, este roteiro passou por diversas atualizações e melhorias. Neste processo, tiveram participação ativa os Profs M. A. Aegerter, M. Siu Li, C. E. Munte, e A. R. Zanatta.

As figuras utilizadas neste roteiro foram extraídas do catálogo da *Leybold*.

A foto da montagem experimental (com o detalhe do padrão de difração de elétrons) foi feita pelo Prof. M. Siu Li.

Os diferentes padrões de difração de elétrons apresentados na pg. 1 foram obtidos da *internet*.