

# RECOMENDACIONES METÓDICA

En las presentes recomendaciones se da una enumeración aproximada de los párrafos o sus partes, cuyo estudio no es obligatorio en caso de insuficiencia de tiempo para la lectura del curso en el volumen total. Esta lista refleja el punto de vista del autor y tiene solamente carácter de recomendación.

1. En el § 3, «Densidad de equilibrio de la energía de radiación», puede limitarse al estudio de los primeros tres párrafos y al último solamente, omitiendo la deducción de la fórmula (3.3). Debe tenerse en cuenta que la fórmula (3.4) puede ser obtenida de manera bastante simple, a base de la concepción sobre los fotones (véase el texto vinculado con las fórmulas (10.7) — (10.9)).
  2. Casi todo el material del § 5 puede ser omitido, limitándose al estudio de las fórmulas (5.26) y (5.27) sin deducción.
  3. El final del § 7, «Fórmula de Planck», comenzando desde el segundo párrafo de los que siguen a la fórmula (7.10) (el que contiene la expresión integral de la luminosidad energética del cuerpo negro), puede no estudiarse.
  4. El § 13, «Modelo atómico de Thomson», puede ser omitido.
  5. En el § 14, «Experimentos en la dispersión de las partículas  $\alpha$ . Modelo nuclear del átomo», puede no estudiarse el texto vinculado con las fórmulas (14.2) — (14.8) y limitarse al estudio de la fórmula (14.9) sin deducción y también al estudio del texto que sigue a esa fórmula.
  6. En el § 16 puede limitarse al estudio de la fórmula (16.7) sin deducción.
  7. En el § 26, «Paso de las partículas a través de una barrera de potencial», puede limitarse al estudio de los últimos párrafos, comenzando por la fórmula (26.13).
  8. El § 30, «Ancho de las líneas espectrales», puede ser omitido.
  9. El final del § 31, comenzando por la fórmula (31.8), puede ser omitido.
  10. En el § 33, «Momento magnético del átomo», puede no estudiarse la deducción de la fórmula (33.5) con ayuda del modelo vectorial del átomo.
  11. En el § 34, «Efecto Zeeman», puede limitarse al estudio del efecto simple Zeeman.
  12. El § 35, «Resonancia paramagnética electrónica», puede ser omitido.
  13. Los últimos párrafos del § 37, «Sistema periódico de los elementos de Mendeleev», que se refieren a las reglas, pueden no estudiarse.
  14. El § 39, «Energía de la molécula», puede ser excluido.
  15. El § 40, «Espectros moleculares», puede ser excluido.
  16. El § 41, «Difusión combinada de la luz», puede ser excluido.
  17. El § 45, «La red cristalina. Índices de Miller», puede ser excluido.
  18. El § 50, «Efecto Missbauer», puede ser excluido.
  19. Al estudiar el § 51, «Teoría cuántica de los electrones libres en el metal», se debe tener en cuenta que el nivel de Fermi, aunque débilmente, depende de la temperatura. En los manuales es usual la definición simplificada del nivel de Fermi, como la energía máxima de los electrones a cero absoluto. De esta manera, se identifica el nivel de Fermi en general con el nivel de Fermi a cero absoluto (véase el texto que sigue a la fórmula (51.9)). Como resultado, característica para un metal dado, de una función de la temperatura, en una constante el surgimiento de la f.e.m. térmica de contacto (véase fórmula (63.1)). Semillante definición tampoco es aplicable a los semiconductores, en los cuales el nivel de Fermi cae en la zona prohibida.
  20. El comienzo del § 52, «Distribución de Fermi—Dirac», se puede omitir comenzando la lectura desde la fórmula (52.5).
  21. El principio del § 63, «Fenómenos termoelectrónicos», puede ser omitido comenzando el estudio a partir de la fórmula (63.8). La última parte del parágrafo, dedicada al fenómeno de Thomson, puede ser omitida.
  22. El § 71, «Reacciones nucleares», puede ser omitido.
  23. El § 78, «Espín isotópico», puede ser excluido.
  24. El § 80, puede ser excluido.
- Subrayamos una vez más que la lista citada es completamente preliminar. En dependencia de las circunstancias, la misma puede ser variada o ampliada.

## PRIMERA PARTE

# ÓPTICA CUÁNTICA

## CAPÍTULO I

# RADIACIÓN DE CALOR

## § 1. Radiación de calor y luminiscencia

La radiación de ondas electromagnéticas por los cuerpos (emisión) puede realizarse a cuenta de diferentes tipos de energía. La más difundida es la *radiación de calor*, o sea la emisión de ondas electromagnéticas provocada por la energía interna de los cuerpos. Todas las demás variedades de emisión, estimulada por otros tipos de energía, excepto la interna (calorífica), se unen bajo el nombre común de «*luminiscencia*».

El fósforo que se oxida en el aire resplandee como resultado de la energía que se libera de la transformación química. Esa clase de radiación se denomina *quimioluminiscencia*. La emisión que surge de diferentes clases de descargas autónomas en un gas lleva el nombre de *electroluminiscencia*. La luminiscencia de los sólidos, provocada por el bombardeo con electrones, es denominada *catodoluminiscencia* y provocada por la absorción de radiación electromagnética, *fotoluminiscencia*.

La radiación de calor tiene lugar a cualquier temperatura, sin embargo, a bajas temperaturas se emiten prácticamente sólo ondas electromagnéticas largas (infrarrojas).

Rodeemos el cuerpo emisor con una envoltura de superficie reflectora ideal (fig. 1.1). Evacuemos el aire de la envoltura. La radiación que se refleja en la misma, al caer en el cuerpo, se absorbe por éste (completamente o en parte). Por lo tanto ocurre un intercambio ininterumpido de energía entre el cuerpo y la radiación que llena la envoltura. Si la distribución de la energía entre el cuerpo y la radiación permanece invariable para cada longitud de onda, el estado del sistema cuerpo — radiación será de equilibrio. La experiencia muestra que el único tipo de radiación que puede encontrarse en equilibrio con los cuerpos emisores es la radiación de calor. Todas las demás variedades de radiación resultan ser desequilibradas.

La capacidad de la radiación de calor de encontrarse en equilibrio con los cuerpos emisores está condicionada por que su intensidad crece con el aumento de la temperatura. Supongamos que el equilibrio

Definición de equilibrio

entre el cuerpo y la radiación haya sido alterado y el cuerpo emita más energía que la que absorbe. Entonces la energía interna del cuerpo decrecerá, lo que conllevará a la disminución de la temperatura. Esto a su vez provocará la reducción de la cantidad de energía emitida por el cuerpo. La temperatura del mismo irá decreciendo hasta que la cantidad de energía emitida no sea igual a la de energía absorbida. Si el equilibrio se altera hacia el otro lado, o sea la cantidad de energía emitida resulta ser menor que la absorbida, la temperatura del cuerpo irá aumentando hasta que se restablezca el equilibrio. De esta manera, la alteración del equilibrio en el sistema cuerpo — radiación provoca el surgimiento de procesos que lo restablecen.

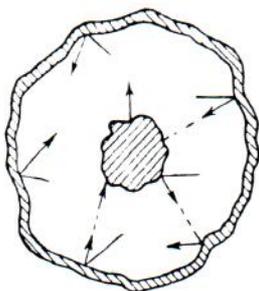


Fig. 1.1.

De manera diferente resulta ser en el caso de la luminescencia. Mostremos esto en el ejemplo de la quimiluminescencia. Mientras transcurre la reacción química que provoca la radiación, el cuerpo emisor se aleja cada vez más de su estado inicial. La absorción de la radiación por el cuerpo no varía la dirección de la reacción, sino que por el contrario, conlleva a un transcurso más rápido de la misma (a consecuencia del calentamiento) en la dirección inicial. El equilibrio se restablecerá solo cuando sea gastada toda la reserva de productos reaccionantes y la radiación provocada por el proceso químico sea sustituida por la radiación de calor.

De este modo, de todas las clases de radiación, la única que puede ser equilibrada es la radiación de calor. Las leyes de la Termodinámica son aplicables a los estados y procesos en equilibrio. Por esta razón, la radiación de calor deberá obedecer ciertas leyes generales derivadas de los principios de la termodinámica. Pasemos al estudio de las mismas.

## § 2. Ley de Kirchhoff

Nosotros caracterizaremos la intensidad de la radiación de calor mediante la magnitud del flujo de energía medido en vatios. El flujo de energía emitido por la unidad de superficie del cuerpo emisor en todas las direcciones (en los límites del ángulo sólido  $2\pi$ ) se denomina *luminosidad* (emitanza luminosa) *energética* del cuerpo. Designaremos esta magnitud con la letra  $R$ . La luminosidad energética es una función de la temperatura.

La radiación se compone de ondas de diferentes frecuencias  $\omega$  (o longitudes de onda  $\lambda$ ). Designemos el flujo de energía emitida por la unidad de superficie del cuerpo en el intervalo de frecuencias  $d\omega$  mediante  $dR_\omega$ . En un intervalo pequeño  $d\omega$ , el flujo  $dR_\omega$  será pro-

porcional a  $d\omega$ :

$$dR_\omega = r_\omega d\omega. \quad (2.1)$$

La magnitud  $r_\omega$  se denomina *poder emisor* del cuerpo. Este poder emisor, al igual que la luminosidad energética, depende mucho de la temperatura. Por consiguiente,  $r_\omega$  es una función de la frecuencia y de la temperatura.

La luminosidad energética está vinculada con el poder emisor mediante la fórmula:

$$R_T = \int dR_\omega r = \int_0^\infty r_\omega r d\omega \quad (2.2)$$

(añadimos el subíndice  $T$  para subrayar que la luminosidad energética y el poder emisor dependen de la temperatura).

La radiación puede ser caracterizada por la longitud de onda  $\lambda$  en vez de la frecuencia  $\omega$ . El intervalo de longitudes de onda  $d\lambda$  corresponde al sector del espectro  $d\omega$ . Las magnitudes  $d\lambda$  y  $d\omega$  definen una misma región y están vinculadas por una relación simple que se deriva de la fórmula:  $\lambda = 2\pi c/\omega$ . Al diferenciar, obtenemos:

$$d\lambda = -\frac{2\pi c}{\omega^2} d\omega = -\frac{\lambda^2}{2\pi c} d\omega. \quad (2.3)$$

El signo menos en esta expresión no tiene un significado sustancial e indica solamente que con el aumento de una de las magnitudes  $\omega$  o  $\lambda$ , la otra disminuye. Por esta razón, en adelante no lo escribiremos.

La porción de luminosidad energética que corresponde al intervalo  $d\lambda$  puede ser expresada análogamente a (2.1) en forma de:

$$dR_\lambda = r_\lambda d\lambda. \quad (2.4)$$

Si los intervalos  $d\omega$  y  $d\lambda$  que integran las expresiones (2.1) y (2.4) están vinculados por la relación (2.3), o sea se refieren a una misma región del espectro, las magnitudes  $dR_\omega$  y  $dR_\lambda$  deben coincidir:

$$r_\omega d\omega = r_\lambda d\lambda.$$

Sustituyendo en la última igualdad  $d\lambda$  según (2.3) obtendremos:

$$r_\omega d\omega = r_\lambda \frac{2\pi c}{\omega^2} d\omega = r_\lambda \frac{\lambda^2}{2\pi c} d\omega,$$

de donde

$$r_\omega = r_\lambda \frac{2\pi c}{\omega^2} = r_\lambda \frac{\lambda^2}{2\pi c}. \quad (2.5)$$

Con ayuda de la fórmula (2.5) se puede pasar de  $r_\lambda$  a  $r_\omega$  y viceversa.

Sea un flujo de energía radiante  $d\Phi_\omega$  provocado por ondas electromagnéticas cuya frecuencia está contenida en el intervalo  $d\omega$  y que

incide sobre el elemento de área de la superficie del cuerpo. Una parte de este flujo  $d\Phi'_\omega$  será absorbida por el cuerpo. La magnitud adimensional:

$$a_{\omega T} = \frac{d\Phi'_\omega}{d\Phi_\omega} \quad (2.6)$$

se denomina *capacidad de absorción* del cuerpo. Esta última es una función de la frecuencia y de la temperatura.

Por definición  $a_{\omega T}$  no puede ser mayor que la unidad. Para el cuerpo que absorbe completamente la radiación de todas las frecuencias que inciden sobre él,  $a_{\omega T} \equiv 1$ . Este cuerpo se denomina cuerpo *negro*. El cuerpo para el cual  $a_{\omega T} \equiv a_T = \text{const} < 1$  se llama cuerpo *gris*.

Existe una relación entre el poder emisivo y la capacidad de absorción de cualquier cuerpo, de lo que podemos convencernos estudiando el siguiente experimento. Sean varios cuerpos instalados en el interior de una envoltura cerrada y mantenida a temperatura constante  $T$  (fig. 2.1). La cavidad interna de la envoltura ha sido evacuada de tal manera, que los cuerpos pueden intercambiar energía entre sí y con la envoltura sólo mediante la emisión y absorción de ondas electromagnéticas. La experiencia muestra que este sistema alcanza un estado de equilibrio térmico al cabo de cierto tiempo, o sea todos los cuerpos adquieren una misma temperatura igual a la temperatura  $T$  de la envoltura. En ese estado, el cuerpo que tenga un mayor poder emisivo  $r_{\omega T}$ , perderá más energía de la unidad de superficie en la unidad de tiempo, que aquel que tenga un  $r_{\omega T}$  menor. En vista de que la temperatura (y por consiguiente la energía) de los cuerpos no varía, aquel cuerpo que emita más energía, deberá absorber más, o sea tendrá una  $a_{\omega T}$  mayor. De esta manera, mientras mayor sea el poder emisivo  $r_{\omega T}$  del cuerpo, mayor será su capacidad de absorción  $a_{\omega T}$ . De aquí resulta la relación:

$$\left(\frac{r_{\omega T}}{a_{\omega T}}\right)_1 = \left(\frac{r_{\omega T}}{a_{\omega T}}\right)_2 = \left(\frac{r_{\omega T}}{a_{\omega T}}\right)_3 = \dots \quad (2.7)$$

donde los subíndices 1, 2, 3, etc. se refieren a los diferentes cuerpos.

La relación (2.7) expresa una ley establecida por Kirchhoff que reza de la siguiente forma: *La relación entre el poder emisivo y la capacidad de absorción no depende de la naturaleza del cuerpo, sino que para todos los cuerpos es una misma función (universal) de la*

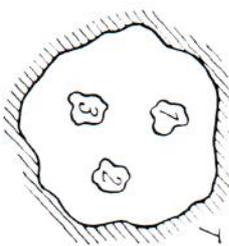


Fig. 2.1.

frecuencia (longitud de onda) y de la temperatura.

$$\frac{r_{\omega T}}{a_{\omega T}} = f(\omega, T) \quad (2.8)$$

Las propias magnitudes  $r_{\omega T}$  y  $a_{\omega T}$  pueden variar extraordinariamente al pasar de un cuerpo a otro. Pero la relación entre ellas será igual para todos los cuerpos. Esto quiere decir que aquel cuerpo que absorba más algunos rayos los emitirá también más intensamente (no debe confundirse la emisión de radiación con su reflexión).

Para el cuerpo negro  $a_{\omega T} \equiv 1$  por definición. Por consiguiente, de la fórmula (2.8) se infiere que  $r_{\omega T}$  para este cuerpo es igual a  $f(\omega, T)$ . De esta manera, la función universal de Kirchhoff  $f(\omega, T)$  no es más que el poder emisivo del cuerpo negro.

En las investigaciones teóricas, para caracterizar la composición espectral de la radiación de calor en equilibrio, es más conveniente utilizar la función de la frecuencia  $f(\omega, T)$ . En los trabajos experimentales es más cómodo utilizar la función de la longitud de onda  $\varphi(\lambda, T)$ . Ambas funciones se relacionan mediante la fórmula:

$$f(\omega, T) = \frac{2\pi c}{\omega^2} \varphi(\lambda, T) = \frac{\lambda^2}{2\pi c} \varphi(\lambda, T), \quad (2.9)$$

la cual es análoga a la fórmula (2.5). Según (2.9) para determinar  $\varphi(\lambda, T)$  por la función dada  $f(\omega, T)$ , es necesario sustituir en  $f(\omega, T)$  la frecuencia  $\omega$  por  $2\pi c/\lambda$  y multiplicar la expresión obtenida por  $2\pi c/\lambda^2$ :

$$\varphi(\lambda, T) = \frac{12\pi c}{\lambda^2} f\left(\frac{2\pi c}{\lambda}, T\right) \quad (2.10)$$

Para determinar  $f(\omega, T)$  por la función dada  $\varphi(\lambda, T)$ , es necesario utilizar la relación:

$$f(\omega, T) = \frac{2\pi c}{\omega^2} \varphi\left(\frac{2\pi c}{\omega}, T\right) \quad (2.11)$$

En la naturaleza no existen cuerpos negros. El hollín o el negro de platino tienen una capacidad de absorción  $a_{\omega T}$  cercana a la unidad sólo en un intervalo limitado de frecuencias; en la zona infrarroja lejana su capacidad de absorción es mucho menor que la unidad. Sin embargo, pueden crearse artificios que por sus propiedades sean tan próximos como se quiera al cuerpo negro. Ese dispositivo puede ser representado por una cavidad provista de un pequeño orificio (fig. 2.2). La radiación que penetra hacia el interior a través del

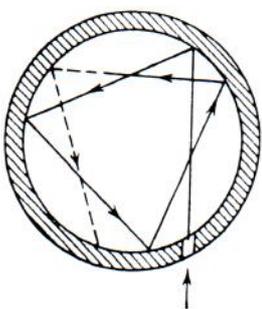


Fig. 2.2.

orificio, antes de salir del mismo, sufre una reflexión repetida. Parte de la energía es absorbida en cada reflexión, como resultado de lo cual toda la radiación de cualquier frecuencia se absorbe en esa cavidad <sup>1)</sup>. De acuerdo con la ley de Kirchhoff, el poder emisor de ese dispositivo es muy próximo a  $f(\omega, T)$ , significando  $T$  la temperatura de las paredes de la cavidad. De esta manera, si mantenemos las paredes de la cavidad a cierta temperatura  $T$ , del orificio saldrá una radiación bastante cercana por su composición espectral a la del

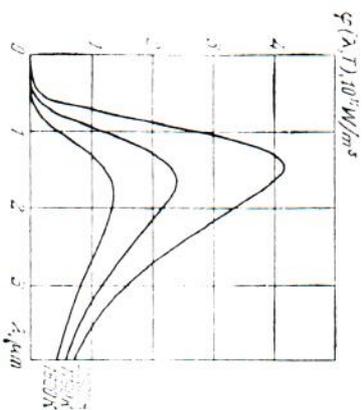


Fig. 2.3.

cuerpo negro a esa misma temperatura. Al descomponer esta radiación en un espectro con ayuda de una rejilla de difracción y medir la intensidad de las diferentes zonas del mismo, puede determinarse experimentalmente el aspecto de la función  $f(\omega, T)$  ó  $q(\lambda, T)$ .

Los resultados de estos experimentos se muestran en la fig. 2.3. Las distintas curvas se refieren a diferentes valores de la temperatura  $T$  del cuerpo negro a la luminosidad energética del cuerpo negro a la temperatura correspondiente.

### § 3. Densidad de equilibrio de la energía de radiación

Examinemos una radiación que se encuentra en equilibrio con una sustancia. Para esto imaginemos una cavidad evacuada, cuyas paredes se mantienen a una temperatura  $T$  constante. En estado de equilibrio la energía de la radiación estará distribuida en el volumen de la cavidad con una densidad  $u = u(T)$ . La distribución espectral de esta energía puede ser caracterizada por la función  $u(\omega, T)$  definida por la condición  $du_\omega = u(\omega, T) d\omega$ , donde  $du_\omega$  es la porción de la densidad de la energía que corresponde al intervalo de frecuencia  $d\omega$ . La densidad total de la energía  $u(T)$  está relacionada con la función

$u(\omega, T)$  por la fórmula:

$$u(T) = \int_0^{\infty} u(\omega, T) d\omega. \quad (3.1)$$

De consideraciones termodinámicas se deduce que la densidad de equilibrio de la energía de radiación  $u(T)$  depende solamente de la temperatura y no depende de las propiedades de las paredes de la cavidad. Examinemos dos cavidades, cuyas paredes han sido confeccionadas de diferentes materiales y que tienen en el momento inicial una misma temperatura. Supongamos que la densidad de equilibrio de la energía en ambas cavidades es diferente, por ejemplo  $u_1(T) > u_2(T)$ . Unamos las cavidades mediante un pequeño orificio (fig. 3.1) y de esta forma permitamos que las paredes de las cavidades entren en intercambio térmico por medio de la radiación. Como resultado, las paredes de la segunda cavidad absorberán más energía que la que emitirán, y su temperatura comenzará a aumentar, ya que supusimos que  $u_1 > u_2$ , por lo que el flujo de energía de la primera cavidad a la segunda debe ser mayor que el flujo que va en dirección contraria. Las paredes de la primera cavidad absorberán menos energía que la que emitirán, de forma tal que irán enfriándose. Sin embargo, dos cuerpos con igual temperatura inicial no pueden adquirir diferentes temperaturas a consecuencia del intercambio térmico, ya que lo prohíbe el segundo principio de la termodinámica. Por esta razón, nuestra suposición sobre la desigualdad de  $u_1$  y  $u_2$  debe ser reconocida incorrecta. La conclusión acerca de la igualdad de  $u_1(T)$  y  $u_2(T)$  se extiende a cada componente espectral  $u(\omega, T)$ .

La independencia de la radiación de equilibrio de la naturaleza de las paredes de la cavidad puede ser explicada en virtud de las siguientes consideraciones. Unas paredes negras absorberían toda la energía incidente  $\Phi$ , y emitirían un flujo de energía igual a  $\Phi$ . Unas paredes con una capacidad de absorción  $\alpha$  absorberán una porción  $\alpha\Phi$  del flujo incidente  $\Phi$ , y reflejarán un flujo igual a  $(1 - \alpha)\Phi$ . Además, emitirán un flujo  $\alpha\Phi$  (igual al flujo absorbido). En total, las paredes de la cavidad devolverán a la radiación el mismo flujo de energía  $\Phi$ ,  $\Phi = (1 - \alpha)\Phi + \alpha\Phi$ , que devolverían a la radiación las paredes negras.

La densidad de equilibrio de la energía de radiación  $u$  y la luminosidad energética del cuerpo negro  $R^*$  están vinculadas por una relación simple que deduciremos a continuación <sup>1)</sup>.

<sup>1)</sup> Por esta misma razón, el interior de una habitación en un día soleado parece oscuro, al ser observado desde lejos a través de una ventana abierta.

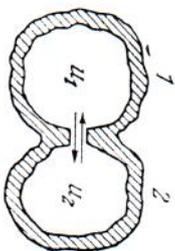


Fig. 3.1.

<sup>1)</sup> Proveímos la  $R$  de un asterisco para subrayar que se trata de la luminosidad energética del cuerpo negro.

Examinemos una cavidad evacuada con paredes negras. En caso de equilibrio, a través de cada punto dentro de la cavidad pasará en cualquier dirección un flujo de radiación de igual densidad. Si la radiación se propagara en una sola dirección dada (o sea, si a través de cada punto pasara un solo rayo), la densidad del flujo de energía en dicho punto sería igual al producto de la densidad de la energía  $u$  por la velocidad de la onda electromagnética  $c$ . Sin embargo, a cada punto le corresponde un conjunto de rayos, cuyas direcciones están distribuidas uniformemente en los límites del ángulo sólido  $4\pi$ . El flujo de energía  $cu$  está también distribuido regularmente en los límites de ese ángulo sólido. De este modo, por cada punto en los límites del ángulo sólido  $d\Omega$  pasará un flujo de energía, cuya densidad es

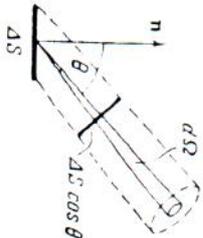


Fig. 3.2.

$$dj = \frac{cu}{4\pi} d\Omega.$$

Tomemos un elemento de área  $\Delta S$  en la superficie de la cavidad (fig. 3.2). El mismo enviará, en los límites del ángulo sólido  $d\Omega = \text{sen } \theta d\theta d\phi$  y en dirección que forma un ángulo  $\theta$  con la normal, un flujo de energía:

$$d\Phi_e = dj \Delta S \cos \theta = \frac{cu}{4\pi} d\Omega \Delta S \cos \theta = \frac{cu}{4\pi} \Delta S \cos \theta \text{ sen } \theta d\theta d\phi$$

El área  $\Delta S$  envía un flujo de energía en todas las direcciones incluidas en el ángulo sólido  $2\pi$ :

$$\Delta\Phi_e = \int d\Phi_e = \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} \frac{cu}{4\pi} \Delta S \cos \theta \text{ sen } \theta d\theta \int_0^{2\pi} d\phi = \frac{c}{4} u \Delta S. \quad (3.2)$$

Al mismo tiempo, el flujo de energía emitido por el área  $\Delta S$  puede ser determinado multiplicando la luminosidad energética  $R^*$  por  $\Delta S$ :  $\Delta\Phi_e = R^* \Delta S$ . La comparación con (3.2) nos da que:

$$R^* = \frac{c}{4} u. \quad (3.3)$$

La igualdad (3.3) debe cumplirse para cada componente espectral de la radiación. De aquí se deriva que:

$$f(\omega, T) = \frac{c}{4} u(\omega, T). \quad (3.4)$$

Esta fórmula relaciona el poder emisor del cuerpo negro con la densidad de equilibrio de la energía de radiación térmica.

#### § 4. Ley de Stefan—Boltzmann y ley de Wien

La explicación teórica de las leyes de la radiación del cuerpo negro tuvo un significado enorme en la historia de la Física ya que condujo al concepto de los cuantos de energía.

Durante mucho tiempo, los intentos por obtener la forma teórica de la función  $f(\omega, T)$ <sup>1)</sup> no daban la solución general del problema. Stefan (1879), analizando los datos experimentales, llegó a la conclusión de que la luminosidad energética  $R$  de cualquier cuerpo es proporcional a la cuarta potencia de la temperatura absoluta. Sin embargo, mediciones posteriores más exactas mostraron la inexactitud de sus conclusiones. Boltzmann (1884), partiendo de consideraciones termodinámicas obtuvo en forma teórica el siguiente valor para la luminosidad energética del cuerpo negro:

$$R^* = \int_0^{\infty} f(\omega, T) d\omega = \sigma T^4, \quad (4.1)$$

donde  $\sigma$  es una magnitud constante y  $T$ , la temperatura absoluta. De esta forma, la conclusión a la que llegó Stefan para cualquier cuerpo (él no experimentó con cuerpos negros), resultó correcta sólo para los cuerpos negros.

La relación (4.1) entre la luminosidad energética del cuerpo negro y su temperatura absoluta recibió el nombre de *ley de Stefan—Boltzmann*. La constante  $\sigma$  se denomina *constante de Stefan—Boltzmann*. Su valor experimental es igual a:

$$\sigma = 5.7 \cdot 10^{-8} \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K}^4). \quad (4.2)$$

Wien (1893), utilizando además de la termodinámica la teoría electromagnética, mostró que la función de distribución espectral debe tener la forma:

$$f(\omega, T) = \omega^3 F\left(\frac{\omega}{T}\right), \quad (4.3)$$

donde  $F$  es cierta función de la relación entre la frecuencia y la temperatura.

Según la fórmula (2.10), para la función  $\varphi(\lambda, T)$  se obtiene la expresión:

$$\varphi(\lambda, T) = \frac{2\pi c}{\lambda^2} \left(\frac{2\pi c}{\lambda}\right)^3 F\left(\frac{2\pi c}{\lambda T}\right) = \frac{1}{\lambda^5} \psi(\lambda T), \quad (4.4)$$

donde  $\psi(\lambda, T)$  es cierta función del producto  $\lambda T$ .

La relación (4.4) permite establecer la dependencia entre la longitud de onda  $\lambda_m$ , a que corresponde el máximo de la función  $\varphi(\lambda, T)$ ,

<sup>1)</sup> O, lo que es lo mismo, de la función  $u(\omega, T)$  (véase fórmula (3.4)).

y la temperatura. Diferenciemos esta relación por  $\lambda$ :

$$\frac{dq}{d\lambda} = \frac{1}{\lambda^5} T \psi'(\lambda T) - \frac{5}{\lambda^6} \psi(\lambda T) = \frac{1}{\lambda^6} [\lambda T \psi'(\lambda T) - 5\psi(\lambda T)]. \quad (4.5)$$

La expresión entre corchetes representa cierta función  $\Psi(\lambda T)$ . Para una longitud de onda  $\lambda_m$ , que corresponde al máximo de la función  $\psi(\lambda, T)$ , la expresión (4.5) debe convertirse en cero:

$$\left( \frac{d\psi}{d\lambda} \right)_{\lambda=\lambda_m} = \frac{1}{\lambda_m^6} \Psi(\lambda_m T) = 0.$$

De la práctica se conoce que  $\lambda_m$  es finita ( $\lambda_m \neq \infty$ ). Por esta causa debe cumplirse la condición:  $\Psi(\lambda_m T) = 0$ . La solución de la última ecuación con respecto a la incógnita  $\lambda_m T$  da para esta incógnita cierto número que designaremos con la letra  $b$ . De tal forma, obtendremos la relación:

$$T \lambda_m^6 = b \quad (4.6)$$

la cual se denomina *ley del desplazamiento de Wien*. El valor experimental de la constante  $b$  es igual a:

$$b = 2,90 \cdot 10^{-3} \text{ m} \cdot \text{K} = 2,90 \cdot 10^7 \text{ \AA} \cdot \text{K}. \quad (4.7)$$

## § 5. Ondas estacionarias en un espacio tridimensional

Al encontrar la función  $f(\omega, T)$ , y también al calcular la capacidad calorífica de los sólidos (véase § 48), surge la necesidad de calcular el número de ondas estacionarias que pueden excitarse en un volumen de dimensiones finitas. En este parágrafo estudiaremos esta cuestión.

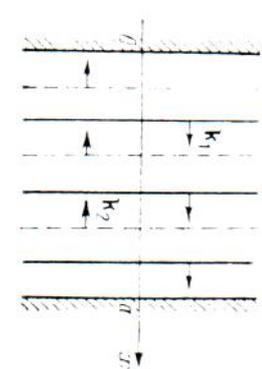


Fig. 5.1.

Sean dos ondas planas que se desplazan una al encuentro de la otra a lo largo del eje  $x$ , surgidas a consecuencia de la reflexión en las paredes situadas en los puntos  $x=0$  y  $x=a$  (fig. 5.1). Las ecuaciones de las ondas tienen la forma:

$$\begin{aligned} \xi_1 &= A \cos(\omega t - kx), \\ \xi_2 &= A \cos(\omega t + kx + \alpha) \end{aligned} \quad (5.1)$$

(a causa de la elección del origen de referencia del tiempo, la fase inicial de la primera onda se hizo igual a cero). Sabemos que en este caso, en el dominio  $0 \leq x \leq a$ , surge una onda estacionaria y que además, en dependencia de las condiciones reales, en los límites del dominio tienen lugar nodos o vientres. Así, por ejemplo, en los extremos de una cuerda se observan nodos y en los de una varilla fijada por el centro, vientres.

De la ecuación (5.1) se ve que para que en el límite  $x=0$  surja un vientre la fase  $\alpha$  deberá ser igual a cero (entonces, en los puntos donde  $x=0$  las oscilaciones ocurrirán con una misma fase). En este caso, al reflejarse en el límite la fase de las ondas no variará. Esto se deduce del hecho de que en la cercanía inmediata a la pared (para  $x \approx 0$ ) las fases de las oscilaciones  $\xi_1$  y  $\xi_2$  coinciden. Para que en el límite  $x=0$  surja un nodo la fase debe ser igual a  $\pi$  (entonces en los puntos donde  $x=0$  las oscilaciones  $\xi_1$  y  $\xi_2$  ocurrirán en contrafase). En este caso, al reflejarse en el límite, la fase de la onda dará un salto igual a  $\pi$ .

Así, cuando en los límites del dominio se observa un vientre, las ecuaciones (5.1) tienen la forma:

$$\xi_1 = A \cos(\omega t - kx), \quad \xi_2 = A \cos(\omega t + kx).$$

Cuando en los límites del dominio se observan nodos, las ecuaciones (5.1) toman la siguiente forma:

$$\xi_1 = A \cos(\omega t - kx), \quad \xi_2 = A \cos(\omega t + kx + \pi).$$

La suma de las oscilaciones  $\xi_1$  y  $\xi_2$  en el caso de vientres en el límite conlleva a la ecuación:

$$\xi = \xi_1 + \xi_2 = 2A \cos kx \cdot \cos \omega t \quad (5.2)$$

y en el caso de los nodos en el límite, a la ecuación:

$$\xi = \xi_1 + \xi_2 = 2A \cos \left( kx + \frac{\pi}{2} \right) \cos \left( \omega t + \frac{\pi}{2} \right). \quad (5.3)$$

Es fácil convenirse de que, al ser  $x=0$ , la amplitud es máxima en el primer caso e igual a cero, en el segundo.

Para que en el otro límite (o sea donde  $x=a$ ) también se observe un vientre (el caso descrito por la ecuación (5.2)) o un nodo, (por la ecuación (5.3)), es necesario que el producto  $ka$  sea un múltiplo entero de  $\pi$ :  $ka = n\pi$ . De esta manera, independientemente de lo que se observe en los límites (vientre o nodo), el módulo del vector ondulatorio debe tener valores:

$$k = \frac{\pi}{a} n \quad (n = 1, 2, \dots). \quad (5.4)$$

Sean  $k' = (\pi/a)n'$ ,  $k'' = (\pi/a)n''$ . La diferencia  $n'' - n'$  da el número de ondas estacionarias  $\Delta N_k$ , cuyos módulos de los vectores ondulatorios se encuentran en el intervalo  $\Delta k = k'' - k'$ . Teniendo en cuenta los valores  $k'$  y  $k''$ , obtendremos que:

$$\Delta N_k = \frac{a}{\pi} \Delta k. \quad (5.5)$$

El número de ondas estacionarias, las proyecciones de cuyos vectores ondulatorios están delimitadas por los límites desde  $k_x$  hasta  $k_x + dk_x$ ; desde  $k_y$  hasta  $k_y + dk_y$  y desde  $k_z$  hasta  $k_z + dk_z$ , se define por la expresión:

$$dN_{k_x, k_y, k_z} = \frac{V}{\pi^3} dk_x dk_y dk_z \quad (5.24)$$

(compárese con (5.18)).

El número de ondas estacionarias, cuyo módulo del vector ondulatorio se encuentra en los límites desde  $k$  hasta  $k + dk$ , es igual a la cantidad de puntos que caen en los límites de  $1/8$  de la capa circular de radio  $k$  y de espesor  $dk$  (véase fig. 5.7). Por consiguiente:

$$dN_k = \frac{V}{\pi^3} \cdot \frac{1}{8} 4\pi k^2 dk = V \frac{k^2 dk}{2\pi^2} \quad (5.25)$$

(compárese con (5.19)).

Teniendo en cuenta las fórmulas (5.7) y (5.8), obtendremos el número de ondas estacionarias, cuyas frecuencias se hallan en el intervalo desde  $\omega$  hasta  $\omega + d\omega$ :

$$dN_\omega = V \frac{\omega^2 d\omega}{2\pi^2 v^3} \quad (5.26)$$

La expresión (5.26) es proporcional al volumen  $V$  de la cavidad. Por esta razón, se puede hablar del número de ondas estacionarias  $dn_\omega$  que corresponde a la unidad de volumen de la cavidad. Este número es igual a:

$$n_\omega = \frac{\omega^2 d\omega}{2\pi^2 v^3} \quad (5.27)$$

En adelante, precisaremos algo más esta expresión con el fin de tomar en consideración las posibles formas de polarización de las ondas.

### § 6. Fórmula de Rayleigh—Jeans

Rayleigh y Jeans trataron de determinar la densidad de equilibrio de la radiación  $u(\omega, T)$ , partiendo del teorema de la estadística clásica sobre la distribución equitativa de la energía por grados de libertad. Ellos supusieron que a cada oscilación electromagnética le corresponde, en promedio una energía igual a dos mitades de  $kT$ , una mitad corresponde a la energía eléctrica y la otra, a la magnética

*también  
talan diese parte*

de la onda (recordamos que según las concepciones clásicas, a cada grado de libertad oscilatorio le corresponde, en promedio, una energía igual a dos mitades de  $kT$ ).

La radiación de equilibrio en la cavidad no es más que un sistema de ondas estacionarias. Sin tener en cuenta las posibles formas de polarización, la cantidad de ondas estacionarias referentes a la unidad de volumen de la cavidad se define por la fórmula (5.27), en la cual es necesario hacer igual a  $c$  la velocidad  $v$ . A lo largo de una dirección dada pueden propagarse dos ondas electromagnéticas de igual frecuencia que se diferencian por el sentido de la polarización (polarizadas en sentidos perpendiculares entre sí). Para tomar en consideración esta circunstancia, es necesario multiplicar por 2 la expresión (5.27). Como resultado obtendremos:

$$dn_\omega = \frac{\omega^2 d\omega}{\pi^2 v^3} \quad (6.1)$$

Como habíamos señalado, Rayleigh y Jeans, partiendo de la ley de distribución equitativa de la energía por grados de libertad, le atribuyeron a cada oscilación una energía  $\langle \epsilon \rangle$  igual a  $kT$ . Multiplicando la expresión (6.1) por  $\langle \epsilon \rangle$ , obtenemos la densidad de la energía correspondiente al intervalo de frecuencias  $d\omega$ :

$$u(\omega, T) d\omega = \langle \epsilon \rangle dn_\omega = kT \frac{\omega^2}{\pi^2 v^3} d\omega.$$

De aquí

$$u(\omega, T) = \frac{\omega^2}{\pi^2 v^3} kT. \quad (6.2)$$

Al pasar de  $u(\omega, T)$  a  $f(\omega, T)$ , según la fórmula (3.4), obtendremos la expresión para el poder emisor del cuerpo negro:

$$f(\omega, T) = \frac{\omega^2}{4\pi^2 c^2} kT. \quad (6.3)$$

Señalamos que la función (6.3) cumple la condición (4.3) obtenida por Wien.

Las expresiones (6.2) y (6.3) se denominan *fórmula de Rayleigh—Jeans*. Esta última conenebra satisfactoriamente con los datos experimentales sólo para longitudes de onda muy largas y diverge considerablemente del experimento para longitudes de onda cortas (véase

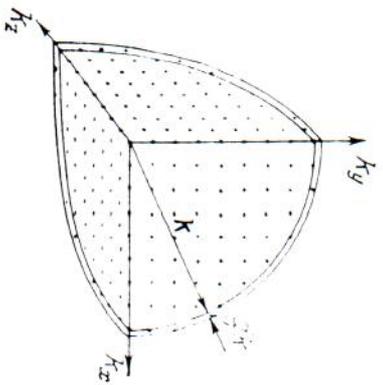


Fig. 5.7.

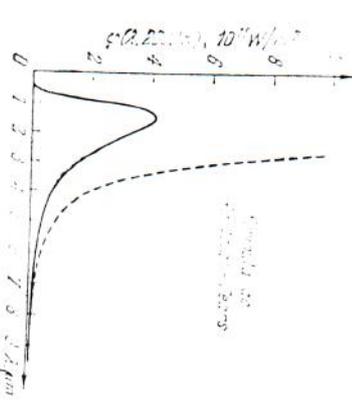


Fig. 6.1.

fig. 6.1 donde la curva experimental ha sido representada por un trazo continuo, y la curva construida según la fórmula de Rayleigh — Jeans, por una línea de puntos).

Al integrar la expresión (6.2) por  $\omega$  en los límites desde 0 hasta  $\infty$ , obtendremos para la densidad de equilibrio de la energía  $u(T)$  un valor infinitamente grande. Este resultado, que fue denominado *catástrofe ultravioleta*, también se encuentra en contradicción con el experimento. El equilibrio entre la radiación y el cuerpo emisor se establece para valores finitos de  $u(T)$ .

## § 7. Fórmula de Planck

Desde el punto de vista clásico, la deducción de la fórmula de Rayleigh — Jeans es irreprochable. Por esta razón, la divergencia de esta fórmula del experimento indica la existencia de ciertas regularidades incompatibles con las concepciones de la física clásica.

En el año 1900, Planck pudo encontrar una forma para la función  $u(\omega, T)$  que concordaba exactamente con los datos experimentales. Para esto, él se vio obligado a hacer una suposición completamente ajena a las concepciones clásicas, o sea, suponer que la radiación electromagnética se emite en forma de porciones aisladas de energía (cuantos), cuya magnitud es proporcional a la frecuencia de la radiación:

$$\epsilon = h\omega. \quad (7.1)$$

El factor de proporcionalidad  $h$  se denominó posteriormente constante de Planck<sup>1)</sup>. Su valor experimental<sup>2)</sup> es igual a:

$$h = 1,054 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s} = 1,054 \cdot 10^{-27} \text{ erg} \cdot \text{s} = 0,659 \cdot 10^{-16} \text{ eV} \cdot \text{s}. \quad (7.2)$$

En mecánica existe la magnitud de dimensión «energía  $\times$  tiempo», llamada *acción*. Por eso, la constante de Planck se conoce también con el nombre de *cuanto de acción*. Señalemos que la dimensión de  $h$  coincide con la del momento de impulso.

Si la radiación se emite en porciones  $h\omega$ , su energía  $\epsilon_n$  deberá ser múltiplo de esta magnitud

$$\epsilon_n = nh\omega \quad (n = 0, 1, 2, \dots). \quad (7.3)$$

En estado de equilibrio, la distribución de las oscilaciones por valores de energía deberá cumplir con la ley de Boltzmann. Según la

1) Llámase constante de Planck  $h$  el factor de proporcionalidad entre  $\epsilon$  y la frecuencia,  $\epsilon = h\nu$ . La constante  $h$  ( $h$  con una tilde) es la constante de Planck  $h$  dividida por  $2\pi$ . El valor numérico de la constante de Planck es igual a:  $h = 6,62 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s} = 6,62 \cdot 10^{-27} \text{ erg} \cdot \text{s}$ .

2) La constante de Planck forma parte de muchas relaciones físicas, por lo que puede ser determinada de diferentes maneras. El valor más exacto se obtiene de la medición del límite de onda corta del espectro de frenado de Roentgen (véase § 8).

fórmula (100.9) del primer tomo, la probabilidad  $P_n$  de que la energía de oscilación de frecuencia  $\omega$  tenga un valor  $\epsilon_n$  se determina por la expresión:

$$P_n = \frac{N_n}{N} = \frac{e^{-\epsilon_n/kT}}{\sum_n e^{-\epsilon_n/kT}} \quad (7.4)$$

(hemos sustituido  $N_i$  por  $N_n$  y  $E_i$  por  $\epsilon_n$ ).

Conociendo la probabilidad de los diferentes valores de la energía de oscilación, puede hallarse el valor medio de esta energía  $\langle \epsilon \rangle$ . De acuerdo con la fórmula (93.5) del primer tomo:

$$\langle \epsilon \rangle = \sum_n P_n \epsilon_n.$$

Sustituyendo  $\epsilon_n$  y  $P_n$  por las expresiones (7.3) y (7.4), obtendremos para el valor medio de la energía de la radiación de frecuencia  $\omega$  la siguiente fórmula:

$$\langle \epsilon \rangle = \frac{\sum_{n=0}^{\infty} nh\omega e^{-nh\omega/kT}}{\sum_{n=0}^{\infty} e^{-nh\omega/kT}}. \quad (7.5)$$

Para realizar los cálculos, designemos  $h\omega/kT = x$  y supongamos que  $x$  pueda variar tomando una serie continua de valores. Entonces la expresión (7.5) puede ser escrita en forma:

$$\langle \epsilon \rangle = h\omega \frac{\sum_{n=0}^{\infty} n e^{-nx}}{\sum_{n=0}^{\infty} e^{-nx}} = -h\omega \frac{d}{dx} \ln \sum_{n=0}^{\infty} e^{-nx}. \quad (7.6)$$

Dentro del símbolo del logaritmo en la fórmula (7.6) se encuentra la suma de los términos de una progresión geométrica infinita, cuyo primer término es la unidad y el denominador,  $e^{-x}$ . Como este último es menor que la unidad, la progresión será decreciente, y según la conocida fórmula de álgebra:

$$\sum_{n=0}^{\infty} e^{-nx} = \frac{1}{1 - e^{-x}}.$$

Introduciendo el valor de la suma en (7.6) y diferenciando, obtendremos:

$$\langle \epsilon \rangle = -h\omega \frac{d}{dx} \ln \frac{1}{1 - e^{-x}} = h\omega \frac{e^{-x}}{1 - e^{-x}} = \frac{h\omega}{e^x - 1}.$$

Finalmente, sustituyendo  $x$  por su valor  $h\omega/kT$ , obtendremos la expresión definitiva para la energía media de frecuencia  $\omega$ :

$$\langle \epsilon \rangle = \frac{h\omega}{e^{h\omega/kT} - 1} \quad (7.7)$$

Hacemos notar que cuando  $h$  tiende a cero la fórmula (7.7) se convierte en la expresión clásica  $\langle \epsilon \rangle = kT$ . Podemos convencernos de esto haciendo  $e^{h\omega/kT} \approx 1 + h\omega/kT$ , lo que se cumple más exactamente mientras menor sea  $h$ . De esta manera, si la energía pudiera tomar una serie continua de valores, su valor medio sería igual a  $kT$ .

Multiplicando la expresión (6.1) por (7.7), obtendremos la densidad de la energía correspondiente al intervalo de frecuencias  $d\omega$ :

$$u(\omega, T) d\omega = \frac{h\omega^3}{\pi^2 c^3} \frac{\omega^2 d\omega}{e^{h\omega/kT} - 1} \quad (7.8)$$

De aquí

$$u(\omega, T) = \frac{h\omega^3}{\pi^2 c^3} \frac{1}{e^{h\omega/kT} - 1} \quad (7.8)$$

Utilizando la relación (3.4), llegamos a la fórmula:

$$f(\omega, T) = \frac{h\omega^3}{4\pi^2 c^2} \frac{1}{e^{h\omega/kT} - 1} \quad (7.9)$$

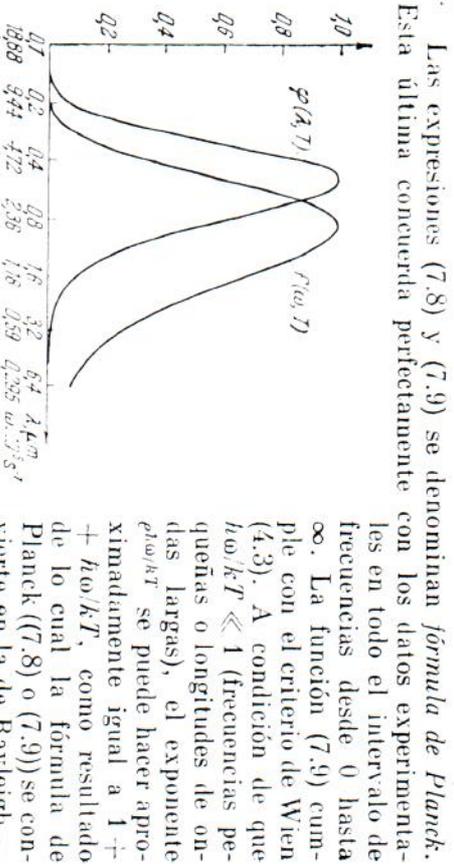


Fig. 7.1.

aproximadamente la expresión (7.7) a  $kT$ .

Realizando la transformación de la expresión (7.9) por la fórmula (2.10) obtendremos:

$$\varphi(\lambda, T) = \frac{4\pi^2 h c^2}{\lambda^5} \frac{1}{e^{2\pi h c / k T \lambda} - 1} \quad (7.10)$$

En la fig. 7.1 se comparan los gráficos de las funciones (7.9) y (7.10), construidos para una misma temperatura (5000 K). Las escalas en el eje de las abscisas son logarítmicas y fueron elegidas de tal forma, que los valores  $\lambda$  y  $\omega$  enlazados por la relación  $\lambda = 2\pi c/\omega$  se simultaneen. Del gráfico queda claro que la frecuencia  $\lambda_m$  correspondiente al máximo de  $f(\omega, T)$  no coincide con  $2\pi c/\lambda_m$ , donde  $\lambda_m$  es la longitud de onda que corresponde al máximo de  $\varphi(\lambda, T)$ .

Para la luminosidad energética del cuerpo negro se obtiene la expresión:

$$R^* = \int_0^\infty f(\omega, T) d\omega = \int_0^\infty \frac{h\omega^3}{\pi^2 c^2} \frac{d\omega}{e^{h\omega/kT} - 1}$$

Introducimos en lugar de  $\omega$  la variable adimensional  $x = h\omega/kT$ . La sustitución de  $\omega = (kT/h)x$ ,  $d\omega = (kT/h)dx$  transforma la fórmula para  $R^*$  en:

$$R^* = \frac{h}{4\pi^2 c^2} \left( \frac{kT}{h} \right)^4 \int_0^\infty \frac{x^3 dx}{e^x - 1}$$

La integral definida en la última expresión puede ser calculada. Es igual a  $\pi^4/15 \approx 6,5$ . Al poner su valor, llegamos a la ley de Stefan — Boltzmann:

$$R^* = \frac{\pi^2 k^4}{60c^2 h^3} T^4 = \sigma T^4 \quad (7.11)$$

Al sustituir en esta fórmula  $h$ ,  $c$  y  $k$  por sus valores numéricos, obtenemos para la constante de Stefan — Boltzmann el valor de  $5,6696 \times 10^{-8} \text{ W/(m}^2 \cdot \text{K}^4)$ , lo que coincide muy bien con el valor experimental (4.2).

Para concluir, hallemos el valor de la constante en la ley del desplazamiento de Wien (4.6). Para esto diferenciamos la función (7.10) por  $\lambda$  e igualamos a cero la expresión resultante:

$$\frac{d\varphi(\lambda, T)}{d\lambda} = \frac{4\pi^2 h c^2 [(2\pi h c / k T \lambda) e^{2\pi h c / k T \lambda} - 5 (e^{2\pi h c / k T \lambda} - 1)]}{\lambda^6 (e^{2\pi h c / k T \lambda} - 1)^2} = 0$$

Los valores  $\lambda = 0$  y  $\lambda = \infty$ , que satisfacen esta ecuación, corresponden a los mínimos de la función  $\varphi(\lambda, T)$ . El valor  $\lambda_m$ , para el cual la función alcanza su máximo, hace la expresión entre corchetes en el numerador igual a cero. Designando  $2\pi h c / k T \lambda_m = x$ , obtenemos la ecuación:

$$x e^x - 5 (e^x - 1) = 0$$

La solución <sup>1)</sup> de esta ecuación trascendente da  $x = 4,965$ . Por consiguiente  $2\pi hc/kT_m = 4,965$ , de donde

$$T_m = \frac{2\pi hc}{4,965k} = b. \quad (7.12)$$

La sustitución de  $h, c$  y  $k$  por sus valores numéricos da un valor de  $b$  que coincide con los valores experimentales (4.7). De esta manera, la fórmula de Planck da una descripción completa de la radiación de equilibrio de calor.

<sup>1)</sup> La solución puede ser hallada por el método de las aproximaciones sucesivas. Teniendo en cuenta que  $e^x \gg 1$ , en la primera aproximación puede escribirse la ecuación en forma  $xe^x - 5e^x \approx 0$ , de donde  $x \approx 5$ . La segunda aproximación la obtenemos de la ecuación  $xe^x - 5(e^x - 1) = 0$ , etc.

# CAPÍTULO FOTONES

## § 8. Radiación de frenado de Roentgen

En el capítulo anterior vimos que para explicar las propiedades de la radiación de calor fue necesario introducir la noción sobre la emisión de radiación electromagnética en porciones  $h\omega$ . La naturaleza cuántica de la radiación se confirma también con la existencia del *límite de onda corta* del espectro de frenado de Roentgen.

Los rayos X surgen al bombardear blancos sólidos con electrones rápidos. El tubo de rayos X (fig. 8.1) es un balón al vacío con varios electrodos. El cátodo  $C$  calentado por corriente sirve de fuente de electrones libres, emanados a consecuencia de la emisión termoeléctrica (§ 61). El electrodo cilíndrico  $Cil$  está destinado a enfocar el haz de electrones. El ánodo  $A$  sirve de blanco, y se llama también anticátodo. El mismo se confecciona de metales pesados (W, Cu, Pt, etc.). La aceleración de los electrones se logra mediante una alta tensión creada entre el ánodo y el cátodo. Casi toda la energía de los electrones se desprende en el anticátodo en forma de calor (solamente el 1—3% de la energía se convierte en radiación). Por esta razón, en los tubos potentes, es necesario enfriar intensamente el anticátodo. Para esto, en el seno del anticátodo se practican canales por los cuales circula un líquido refrigerante (agua o aceite).

Al aplicar una tensión  $U$  entre el cátodo y el ánodo, los electrones se impulsan hasta obtener una energía  $eU$ . Al caer en el anticátodo, los mismos sufren un violento frenado y se convierten en fuentes de ondas electromagnéticas. La potencia de la radiación  $P$  es proporcional al cuadrado de la carga del electrón y al cuadrado de su aceleración:

$$P \sim e^2 w^2$$

(Véase fórmula (109.6) del segundo tomo).

Supongamos que la aceleración de un electrón  $w$  permanece constante durante todo el tiempo de frenado  $\tau$ . En ese caso, la potencia de la radiación también será constante, y durante el tiempo de frenado el electrón emitirá una energía:

$$E = P\tau \sim e^2 w^2 \tau = e^2 v_0^2 / \tau,$$

donde  $v_0$  es la velocidad inicial del electrón.

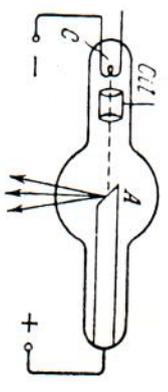


Fig. 8.1.

(fig. 219) está hecha de metal bien pulimentado, mientras que otra  $S_2$  está ennegrecida. Esta vasija se llena de agua caliente y como resultado de esto se convierte en un radiador de rayos infrarrojos suficientemente potente. La superficie  $S_1$  refleja una gran parte de los rayos que sobre ella inciden y, por consiguiente, es poco absorbente. La superficie  $S_2$ , por el contrario, absorbe mucho. Por la ley de Kirchhoff, la superficie  $S_1$  deberá emitir menos que la  $S_2$ . Tomemos como receptor de la radiación un recipiente cerrado  $B$ , unido a un manómetro. Una de las paredes de este recipiente está ennegrecida. Si esta superficie ennegrecida se coloca enfrente de la superficie ennegrecida  $S_2$

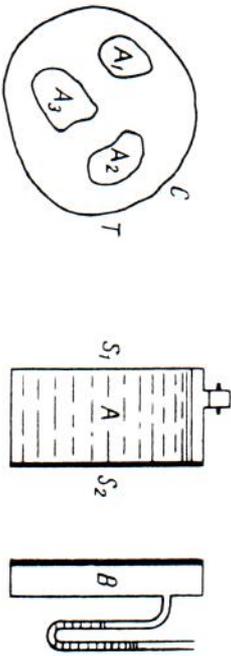


Fig. 218. Cuerpos dentro de una envoltura a temperatura constante  $T$ .

Fig. 219. Demostración de que el poder emisor de una superficie pulimentada es diferente del de otra ennegrecida del mismo cuerpo.

del recipiente  $A$  (este caso es el que representa la fig. 219), el recipiente  $B$  empieza a calentarse sensiblemente, a costa de la radiación absorbida, y el aire que hay dentro de él se dilata, cosa que puede observarse por las indicaciones del manómetro. Si el recipiente  $A$  se vuelve, de forma que enfrente de la superficie ennegrecida del receptor se encuentre la superficie pulimentada  $S_1$ , la dilatación del aire será mucho menor. Esto demuestra que la superficie pulimentada  $S_1$ , a una misma temperatura, emite menos radiación que la superficie ennegrecida  $S_2$ .

§ 308. **Cuerpo negro (radiador ideal).** Supongamos que se puede hacer un cuerpo que a cualquier temperatura absorba totalmente la luz cualquiera que sea su composición. El poder absorbente de este cuerpo  $a_\lambda$ , independiente de la temperatura, será igual a la unidad para todas las longitudes de onda:  $a_\lambda = 1$ . Este cuerpo se llama *cuerpo negro* o *radiador ideal*. Según la ley de Kirchhoff expresada por la fórmula (6) del § 307, la razón del poder emisor  $r_\lambda$  al poder absorbente  $a_\lambda$  es igual para todos los cuerpos y función exclusiva de las longitudes de onda  $\lambda$  y de las temperaturas:

$$\frac{r_\lambda}{a_\lambda} = f(\lambda, T).$$

Para el cuerpo negro  $a_\lambda = 1$ , por consiguiente, su poder emisor  $r_\lambda$  vendrá expresado directamente por medio de  $f(\lambda, T)$ :

$$r_\lambda = f(\lambda, T). \quad (1)$$

Como por definición el poder emisor  $r_\lambda$  es la función de distribución de la emitancia de radiación entre las longitudes de onda, de la correlación (1) obtenemos: *todos los cuerpos negros, a la misma temperatura, tienen la misma distribución de energía radiante entre las longitudes de onda; la emitancia de radiación de todos los cuerpos negros experimenta la misma variación al variar la temperatura.*

En la naturaleza no existen cuerpos cuyas cualidades coincidan con las del cuerpo negro. Los cuerpos cubiertos de una capa de negro de humo o de negro de platino tienen un poder de absorción  $a_\lambda$  próximo a la unidad únicamente en un intervalo limitado de longitudes de onda; en la zona infrarroja lejana sus poderes de absorción son considerablemente menores que la unidad. Pero artificialmente podemos aproximarnos cuanto sea necesario al cuerpo negro. Tomemos, por ejemplo, un recipiente casi cerrado  $A$  que únicamente tenga un pequeño orificio  $C$  (fig. 220). Cualquier rayo de luz que entre en el recipiente por el orificio  $C$  solamente podrá salir de él después de el rayo incide sobre la superficie interna del recipiente  $A$  se refleja una fracción  $k$  del flujo radiante. Al cabo de  $n$  incidencias se reflejará siempre es menor que la unidad, siempre que  $n$  sea suficientemente grande la magnitud  $k^n$  será muy pequeña. De esta forma, solamente una parte insignificante de los rayos que inciden en el orificio  $C$  volverá a salir, y el factor de absorción del orificio  $C$  resultará próximo a la unidad para todas las longitudes de onda.

Un ejemplo sencillo de esta deducción nos lo ofrecen las ventanas abiertas de las casas vistas desde la calle. Como las dimensiones de éstas son generalmente pequeñas en comparación con las de las habitaciones, incluso cuando las paredes reflejan bien, la luz que vuelve a salir por las ventanas a la calle sólo representa una parte pequeña del flujo luminoso que entra por ellas. Por esto las ventanas parecen negras, independientemente del color que tengan las paredes interiores. De la misma forma la debilitación de los rayos por reflexiones múltiples hace que una superficie rugosa de un cuerpo cualquiera parezca más oscura que otra superficie pulimentada de este mismo cuerpo. Un rayo al incidir sobre una superficie rugosa, en la mayoría de los casos, tiene que reflejarse varias veces antes de salir en sentido contrario (fig. 221).

Por la ley de Kirchhoff la emitancia de radiación de una superficie para la que  $a_\lambda$  se aproxima a la unidad, es aproximadamente igual a la emitancia de radiación del cuerpo negro. Por lo tanto, si las

paredes del recipiente  $A$  (fig. 220) se hallan a una temperatura determinada  $T$ , la radiación que sale por el orificio  $C$  será con bastante aproximación igual a la radiación de un cuerpo negro que se encuentre a la misma temperatura.

En la práctica el modelo del cuerpo negro se hace generalmente en forma de tubo largo y estrecho de material termorresistente. Dentro del tubo, para evitar las reflexiones simples cuando la luz incide



Fig. 220. Modelo de cuerpo negro. Fig. 221. Reflexión de la luz en una superficie rugosa.

oblicuamente, se ponen tabiques con orificios. El tubo se coloca dentro de un horno eléctrico que sirve para calentar sus paredes hasta la temperatura  $T$  que se desee. La radiación que sale por el extremo del tubo tiene unas cualidades muy parecidas a la que emite el cuerpo

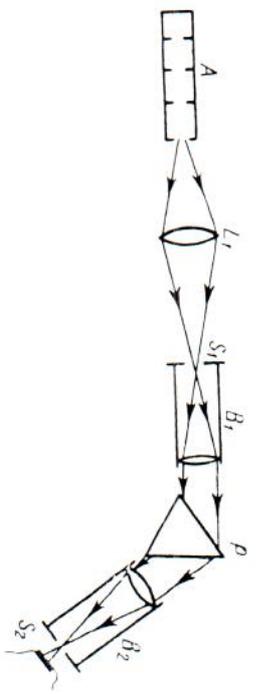


Fig. 222. Esquema del experimento para determinar la emiancia de radiación del cuerpo negro.

negro. Con un modelo de cuerpo negro de este tipo se puede estudiar la emiancia de radiación hasta temperaturas del orden de 3 000° K. En la fig. 222 se reproduce el esquema de un experimento para estudiar la distribución de la emiancia de radiación del cuerpo negro entre las longitudes de onda:  $A$  es el tubo que se calienta que sirve de cuerpo negro;  $L_1$  es una lente que concentra el haz luminoso procedente de  $A$  sobre la rendija  $S_1$  del tubo  $B_1$ . Este tubo  $B_1$  proporciona un flujo de rayos paralelos que van a incidir sobre el prisma  $P$ . El

prisma  $P^*$ ) desvía los haces de distintas longitudes de onda formando ángulos diferentes (véase el § 281). Cuando el tubo  $B_2$  toma un ángulo de giro determinado, por la rendija  $S_2$  sale el flujo correspondiente al intervalo de longitudes de onda que abarca desde una determinada  $\lambda_1$  hasta  $\lambda_1 + \Delta\lambda_1$ . Este flujo incide a su vez sobre el par termoelectrico empujador que mide la potencia del flujo radiante  $\Delta E_{\lambda_1}$ . Si el tubo  $B_2$  toma otro ángulo de giro, el par termoelectrico medirá

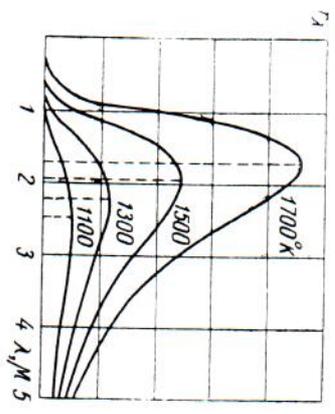


Fig. 223. Curvas de distribución de la emiancia de radiación del cuerpo negro entre las longitudes de onda.

la potencia del flujo  $\Delta E_{\lambda_2}$ , correspondiente a otro intervalo de longitudes de onda  $\lambda_2, \lambda_2 + \Delta\lambda_2$ . Según la fórmula (3) del § 307 la razón  $\Delta E_{\lambda_1} / \Delta E_{\lambda_2}$  entre estos flujos depende del poder emisorivo  $r_{\lambda}$ :

$$\frac{\Delta E_{\lambda_1}}{\Delta E_{\lambda_2}} = \frac{r_{\lambda_1} \Delta\lambda_1}{r_{\lambda_2} \Delta\lambda_2},$$

$$\frac{r_{\lambda_1}}{r_{\lambda_2}} = \frac{\Delta E_{\lambda_1} \Delta\lambda_2}{\Delta E_{\lambda_2} \Delta\lambda_1}. \quad (2)$$

De esta forma pueden obtenerse los valores relativos de los poderes emisivos  $r_{\lambda}$  del cuerpo negro a la temperatura dada  $T$  para diferentes longitudes de onda  $\lambda$ . La dificultad de la medición está en que es imposible evitar la selectividad del aparato receptor (par termoelectrico) y las alteraciones que produce la parte óptica del aparato. A pesar de todo en la actualidad está bien estudiada la distribución de la emiancia de radiación del cuerpo negro entre las longitudes de onda. A una temperatura dada  $T$  la variación del poder emisorivo  $r_{\lambda}$  en función de la longitud de onda  $\lambda$  tiene el aspecto que se representa en la fig. 223. Las diferentes curvas de la fig. 223 corresponden a dis-

\* En lugar de un prisma es preferible utilizar una red de difracción que permita medir la longitud de onda por el ángulo de giro (§ 210), pero esto no altera en absoluto el esquema teórico del artículo.

tintas temperaturas. Como puede verse, el poder emisor del cuerpo negro  $r_\lambda$  aumenta rápidamente con la temperatura. Cada una de estas curvas tiene un máximo, el cual se desplaza hacia el lado de las longitudes de onda más cortas y se hace más agudo a medida que aumenta la temperatura. El aspecto de estas curvas se explica por el hecho generalmente conocido de que la emitancia de radiación de los cuerpos  $Y$ , por consiguiente, su luminancia, aumenta rápidamente con la temperatura, al mismo tiempo que varía el color de la luz que emiten. A baja temperatura el máximo del poder emisor se encuentra en la zona de las longitudes de onda grandes y el cuerpo emite principalmente rayos infrarrojos. En este caso la parte de la potencia que corresponde a los rayos visibles es tan pequeña que el ojo no percibe la luz. Esta es la composición de la radiación que tiene la luz cuando las temperaturas de los cuerpos son del orden de varias decenas de grados. Cerca de los 600° C la potencia correspondiente a la parte de las ondas más largas del espectro visible se hace suficiente para poder producir la sensación visual, y el cuerpo empieza a emitir luz de color rojo oscuro. Si la temperatura sigue aumentando el máximo se desplaza cada vez más hacia el lado de las longitudes de onda más cortas, la parte de la potencia que corresponde a los rayos visibles aumenta y la luz que emite el cuerpo va siendo cada vez más blanca.

El cuerpo negro es un radiador que cumple la ley de Lambert (radiador de coseno) (§ 303). Por esto entre la emitancia de radiación  $R_e$  y la radiancia o «luminancia energética»  $B_e$  del cuerpo negro existe una correlación simple:

$$B_e = \frac{1}{\pi} R_e.$$

Junto con la emitancia de radiación referida al intervalo unidad de longitudes de onda  $r_\lambda$  (poder emisor espectral) se puede someter a consideración la radiancia referida a un intervalo unidad de longitudes de onda  $b_\lambda$ . La magnitud  $b_\lambda$  estará relacionada con el poder emisor del cuerpo negro  $r_\lambda$  por la relación

$$b_\lambda = \frac{1}{\pi} r_\lambda.$$

De aquí se deduce que la distribución de la radiancia del cuerpo negro, entre las longitudes de onda coincide con la distribución de su emitancia de radiación.

§ 309. **Leyes de la radiación del cuerpo negro.** De lo expuesto en los párrafos anteriores se deduce que el carácter de la radiación del cuerpo negro viene determinado únicamente por su temperatura  $T$ . El poder emisor del cuerpo negro  $r_\lambda$  es una función definida de la longitud de onda  $\lambda$  y de la temperatura:  $r_\lambda = f(\lambda, T)$ . Los razonamientos puramente termodinámicos no permiten hallar la forma de esta función. Pero como resultado de los estudios termodinámicos

se puede llegar a establecer una serie de leyes generales que debe cumplir la radiación del cuerpo negro. La primera de estas leyes se refiere a la emitancia de radiación integral: *la emitancia integral (es decir, la cantidad total de energía radiante emitida por el cuerpo) del cuerpo negro  $R_e$  aumenta proporcionalmente a la cuarta potencia de su temperatura absoluta:*

$$R_e = \sigma T^4. \quad (1)$$

Esta ley se conoce con el nombre de *ley de Stefan-Boltzmann*. Como la emitancia integral está relacionada con el poder emisor  $r_\lambda$  por la correlación (4) del § 307, la ley de Stefan-Boltzmann puede escribirse también de la forma:

$$\int_0^\infty r_\lambda d\lambda = \sigma T^4. \quad (1a)$$

Las mediciones dan para la constante  $\sigma$  los valores siguientes:

$$\sigma = 5,71 \cdot 10^{-5} \frac{\text{erg}}{\text{seg} \cdot \text{cm}^2 \cdot \text{grad}^4} = 5,71 \cdot 10^{-12} \frac{\text{W}}{\text{cm}^2 \cdot \text{grad}^4}.$$

En los diagramas de la fig. 223 la emitancia integral  $R_e$  viene representada por el área de la superficie comprendida entre la correspondiente curva de distribución del poder emisor y el eje de abscisas. La segunda ley establece la situación de los máximos de las curvas de distribución de la fig. 223. Según esta ley, llamada *ley de desplazamiento de Wien*, la longitud de onda máxima  $\lambda_{\text{máx}}$  correspondiente al máximo del poder emisor  $r_\lambda$  es inversamente proporcional a la temperatura absoluta:

$$\lambda_{\text{máx}} = \frac{C'}{T}. \quad (2)$$

donde  $C'$  es una constante determinada.

Cuanto más elevada es la temperatura del cuerpo negro tanto más corta es la longitud de onda que corresponde al máximo del poder emisor  $r_\lambda$ . Las mediciones dan para la constante  $C'$  el valor numérico siguiente:

$$C' = 2886 \mu \cdot \text{grad}.$$

De la ley de Wien se deduce que la longitud de onda  $\lambda_{\text{máx}}$  correspondiente al máximo de radiación expresada en micras, es igual a

$$\lambda_{\text{máx}} (\mu) = \frac{2886}{T}, \quad (2a)$$

donde  $T$  se toma por la escala de temperaturas absolutas. De la correlación (2a) se infiere que a las temperaturas que prácticamente

se pueden conseguir la longitud de onda en que se produce el poder emisor máximo del cuerpo negro se encuentra en la zona infrarroja. A 3 000° K el poder emisor máximo está aún fuera de los límites del espectro visible, cerca de  $\lambda = 0,96 \mu$ . Solamente a la temperatura de 5 000° K el máximo entra en la zona amarillo-verde del espectro ( $\lambda_{\text{máx}} = 0,577 \mu$ ). A temperaturas mayores de 7 200° K el máximo alcanza la zona ultravioleta.

La tercera ley dice que el poder emisor máximo del cuerpo negro  $R_{\text{máx}}$  aumenta proporcionalmente a la quinta potencia de la temperatura absoluta:

$$R_{\text{máx}} = C'' T^5. \quad (3)$$

Las mediciones dan para la constante  $C''$  el valor numérico siguiente:

$$C'' = 1,301 \cdot 10^{-15} \frac{\text{W}}{\text{cm}^2 \cdot \mu \cdot \text{grado}^5}.$$

En la tabla X se dan los valores de  $\lambda_{\text{máx}}$ , de las emitancias integrales de radiación y luminosa y de la luminancia del cuerpo negro a diferentes temperaturas.

Tabla X

$T^\circ, K$	$\lambda_{\text{máx}}, \mu$	$R_{\text{e}}, W/cm^2$	$R_{\text{l}}, \text{lm/cm}^2$	$R_{\text{v}}, \text{sb}$
1 200	2,405	11,84	0,0752	0,0154
1 600	1,804	37,41	0,55	2,08
2 000	1,443	91,34	139,1	44,2
3 000	0,962	462,4	888,1	2824
4 000	0,721	1 461	7 351,104	2 338,104
5 000	0,577	3 508	2 652,105	8 402,104
6 000	0,481	7 399	6 230,105	1 681,105
8 000	0,361	23 384	1 830,106	5 819,106
10 000	0,285	57 090	3 503,106	1 114,107

Como puede verse en la tabla X, la emitancia de radiación del cuerpo negro aumenta extraordinariamente de prisa con la temperatura y cuando ésta es muy alta alcanza valores muy grandes. A 6 000° K cada centímetro cuadrado de cuerpo negro emite un flujo cuya potencia es de 7 399 W, es decir, de más de 10 «caballos de fuerza».

§ 310. Distribución de la emitancia del cuerpo negro entre las longitudes de onda. El primer intento de hallar analíticamente la

forma de la función  $R_{\text{e}} = f(\lambda, T)$  que responda a las curvas experimentales se debe al físico moscovita V. A. Mijelsón. Pero la forma de la función encontrada no cumplía las leyes termodinámicas (1), (2) y (3) del § 309.

Rayleigh y Jeans hicieron a finales del siglo pasado otro intento para determinar la forma de la función  $f(\lambda, T)$  basándose en las exigencias de la Física estadística sobre la distribución de la energía por grados de libertad. Supongamos un recipiente cerrado cuyas paredes son idealmente reflectoras y que dentro de él existe una radiación electromagnética. Como resultado de las reflexiones en las paredes dentro del cuerpo se forma un sistema infinitamente numeroso de ondas estacionarias. Si la radiación es la de equilibrio correspondiente a la temperatura  $T$ , por la ley de la equipartición de la energía entre los grados de libertad, a cada una de las vibraciones deberá corresponderle una misma energía, proporcional a  $T$ . Como las vibraciones electromagnéticas tienen dos tipos de energía, eléctrica y magnética, a cada una de las vibraciones propias le correspondrá una energía  $2 \frac{1}{2} kT = kT$ , donde  $k$  es la constante de Boltzmann

(lo mismo que a cada grado de libertad vibratoria de las partículas de un sólido le toca la energía  $kT$ , correspondiente a la existencia de las energías cinética y potencial de las vibraciones). El número de vibraciones propias que se establece dentro del recipiente que estudiamos, cuyo volumen es  $V$ , será igual al número de vibraciones propias que es capaz de realizar un medio continuo que tenga el mismo volumen  $V$ . Este número de vibraciones propias fue calculado por Rayleigh y Jeans y como resultado fue obtenida la expresión de la densidad de la energía radiante, dentro del recipiente, correspondiente a un intervalo de longitudes de onda  $d\lambda$ :

$$u_{\lambda} d\lambda = 8\pi k T \lambda^{-4} d\lambda. \quad (1)$$

La fórmula (1) se llama fórmula de Rayleigh—Jeans. En la escala de frecuencias  $\nu$  esta fórmula toma el aspecto:

$$u_{\nu} d\nu = \frac{8\pi \nu^2}{3} kT d\nu. \quad (1a)$$

Puede verse fácilmente que la fórmula de Rayleigh—Jeans conduce a un resultado absurdo: la densidad integral de la energía resulta igual a infinito. Efectivamente, para la densidad integral de la energía radiante  $U$  obtenemos:

$$U = \int_0^{\infty} u_{\nu} d\nu = \frac{8\pi k T}{c^3} \int_0^{\infty} \nu^2 d\nu = \infty.$$

Esto quiere decir que el equilibrio entre los cuerpos y la radiación solamente podría producirse cuando la densidad de la radiación

fuera infinitamente grande, cosa que se contradice bruscamente con todas las observaciones. La curva de la distribución de la emitancia de radiación del cuerpo negro entre las longitudes de onda, según la fórmula de Rayleigh-Jeans, da un aumento rápido y monótono a medida que disminuyen las longitudes de onda. Pero en realidad la distribución de dicha emitancia en el espectro tiene forma de campana (fig. 223). Por fin, en el año 1900, Planck consiguió hallar la forma de la función

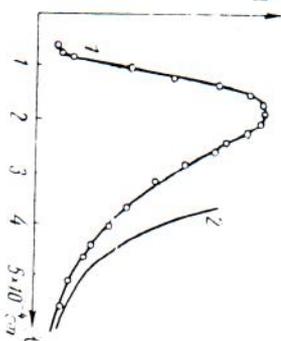


Fig. 224. Comparación de los datos experimentales con los obtenidos por las fórmulas de Planck (1) y de Rayleigh-Jeans (2).

En la fig. 224 la curva 1 corresponde a la fórmula de Planck para la temperatura  $T = 1600^\circ \text{K}$ ; los puntos representan los datos experimentales obtenidos a esa misma temperatura; la curva 2 representa la variación de la función de distribución que proporciona la fórmula de Rayleigh-Jeans. De esta forma, el experimento no deja lugar a dudas sobre el hecho de que la realidad está de acuerdo con la fórmula (2) y no con la de Rayleigh-Jeans. Pero para deducir la fórmula (2) Planck tuvo que partir de una suposición completamente extraña a las ideas clásicas, es decir, sentó la hipótesis de que la luz es emitida en forma de «paquetes» de energía (cuantos)  $\epsilon = h\nu$ , donde  $\nu$  es la frecuencia de la radiación y  $h$  es la constante de Planck. Más adelante (cap. XXIX y XXX) volveremos a ocuparnos de esta hipótesis que ha sido confirmada por multitud de experimentos y que tiene una importancia extraordinaria para desarrollar nuestros conocimientos sobre la naturaleza de la luz y de los procesos endoatómicos.

Si la distribución de la energía entre las zonas del espectro del cuerpo negro se representa en la escala de frecuencias, en lugar de  $\nu_{\lambda,T}$  hay que tomar la emitancia luminosa  $r_{\nu,T}$  referida a un intervalo unidad de frecuencias. Entonces

$$dR = r_{\lambda,T} d\lambda = r_{\nu,T} d\nu. \quad (3)$$

donde  $c$  es la velocidad de la luz,  $h$  es la constante de Boltzmann y  $h$  una nueva constante igual a

$$r_{\lambda,T} = f(\lambda, T) = 2\pi h c^2 \frac{\lambda^{-5}}{e^{hc/kT\lambda} - 1}, \quad (2)$$

donde  $c$  es la velocidad de la luz,  $h$  es la constante de Boltzmann y  $h$  una nueva constante igual a

$$h = 6,624 \cdot 10^{-27} \text{ erg} \cdot \text{seg.}$$

Esta nueva constante se conoce con el nombre de constante de Planck. En la temperatura  $T = 1600^\circ \text{K}$ ; los puntos representan los datos experimentales obtenidos a esa misma temperatura; la curva 2 representa la variación de la función de distribución que proporciona la fórmula de Rayleigh-Jeans. De esta forma, el experimento no deja lugar a dudas sobre el hecho de que la realidad está de acuerdo con la fórmula (2) y no con la de Rayleigh-Jeans. Pero para deducir la fórmula (2) Planck tuvo que partir de una suposición completamente extraña a las ideas clásicas, es decir, sentó la hipótesis de que la luz es emitida en forma de «paquetes» de energía (cuantos)  $\epsilon = h\nu$ , donde  $\nu$  es la frecuencia de la radiación y  $h$  es la constante de Planck. Más adelante (cap. XXIX y XXX) volveremos a ocuparnos de esta hipótesis que ha sido confirmada por multitud de experimentos y que tiene una importancia extraordinaria para desarrollar nuestros conocimientos sobre la naturaleza de la luz y de los procesos endoatómicos.

Y como quiera que  $\lambda = \frac{c}{\nu}$ , donde  $c$  es la velocidad de la luz en el vacío,  $|d\lambda| = \frac{c}{\nu^2} d\nu$ , y poniendo este valor en (3) obtenemos:

$$r_{\nu,T} = r_{\lambda,T} \frac{|d\lambda|}{d\nu} = r_{\lambda,T} \frac{c}{\nu^2}.$$

Aplicando estas correlaciones entre  $r_{\nu,T}$  y  $r_{\lambda,T}$  hallamos la siguiente expresión de la fórmula de Planck (2) en la escala de frecuencias:

$$r_{\nu,T} = \frac{2\pi h}{c^2} \frac{e^{h\nu/kT} - 1}{\nu^3}. \quad (4)$$

Cuando esta fórmula se aplica a la zona de grandes frecuencias, donde  $h\nu \gg kT$ , se puede desprestigiar la unidad del denominador de la fórmula (4) y entonces, aproximadamente, se obtiene:

$$r_{\nu,T} = \frac{2\pi h \nu^3}{c^2} e^{-\frac{h\nu}{kT}}. \quad (5)$$

De la misma forma, cuando  $\lambda T \ll hc/k$ , de la fórmula (2) podemos obtener aproximadamente:

$$r_{\lambda,T} = C_1 \lambda^{-5} e^{-\frac{C_2}{\lambda T}}, \quad (5a)$$

donde, para simplificar, los factores constantes  $2\pi h/c^2$  y  $hc/k$  se representan respectivamente por  $C_1$  y  $C_2$ ; estos factores tienen los siguientes valores numéricos:  $C_1 = 3,70 \cdot 10^{-9} \text{ erg} \cdot \text{cm}^2/\text{seg}$  y  $C_2 = 1,433 \text{ cm} \cdot \text{grad}$ .

Las fórmulas (5) y (5a) sirven para representar de manera aproximada la parte de la curva del poder emisor del cuerpo negro que se encuentra, después del máximo, por la parte de las longitudes de onda más pequeñas.

La fórmula de Planck no sólo puede aplicarse a la emitancia de radiación del cuerpo negro, sino también a la densidad de la radiación equilibrada. Veamos, por ejemplo, el caso de un recipiente cerrado, cuyas paredes sean negras, que se encuentre a una temperatura  $T$ . Cuando se establece el equilibrio térmico el espectro interior de la vasija estará lleno de una radiación de densidad determinada cuya energía estará distribuida entre las frecuencias de forma también determinada. Los cálculos dan, que para una radiación equilibrada de este tipo la densidad de la energía luminosa  $u_\nu d\nu$ , correspondiente a un intervalo de frecuencias comprendido entre  $\nu$  y  $\nu + d\nu$ , es igual a

$$u_\nu d\nu = \frac{8\pi h}{c^3} \frac{\nu^3}{e^{h\nu/kT} - 1} d\nu; \quad (6)$$

siendo  $T$  la temperatura de las paredes del recipiente que se encuentra en equilibrio térmico con la radiación que lo llena. Como puede verse, la densidad de la energía  $u_\nu d\nu$  de la radiación equilibrada se encuentra distribuida entre las frecuencias según una curva igual a la de la emitancia de radiación del

Cuerpo negro. Por esta razón este tipo de radiación se llama *radiación negra*. Como quiera que para la radiación negra el valor de la densidad de la energía y su distribución entre las frecuencias se determina unívocamente por la temperatura  $T$ , esta temperatura  $T$  puede llamarse convencionalmente *temperatura de radiación*. El concepto de temperatura de radiación fue propuesto en el año 1893 por B. B. Golitsin.

Para que dentro de una cavidad cerrada se produzca radiación negra no hace falta que las paredes sean también negras. Como, de acuerdo con la ley de Kirchhoff, la relación entre el poder emisor y el poder absorbente es igual para cualquier cuerpo que para el cuerpo negro, la composición de la *radiación equilibrada* dentro de una cavidad cerrada será la misma cualquiera que sea la naturaleza de las paredes. Lo único que importa es que el poder absorbente sea diferente de cero para todas las frecuencias. Si en un recipiente cerrado, en cuyo interior existe radiación negra equilibrada, se hace un orificio, de él saldrá un haz con la misma distribución de energía que la que había dentro del recipiente. Un recipiente casi cerrado de este tipo es precisamente el que se toma como modelo de cuerpo negro. En relación con el haz luminoso que emiten estas fuentes se puede conservar el criterio antedicho de temperatura de radiación. Es evidente que el concepto de temperatura de radiación puede aplicarse exclusivamente a los haces cuya distribución de energía cumple la fórmula (6) (es decir, la distribución de Planck). Si el haz luminoso que emite un cuerpo negro pasa a través de cualquier sustancia absorbente que varíe su distribución de energía, el concepto de temperatura de radiación ya no puede aplicarse. De la misma manera, si el haz luminoso es emitido por cualquier cuerpo que no sea negro, en condiciones en que *no existe equilibrio*, la distribución de la energía será diferente de la que se obtiene por la fórmula (6) y, por lo tanto, a este haz no se le podrá aplicar el concepto de temperatura de radiación.

§ 311. Fuentes de luz. Las principales fuentes luminosas modernas son cuerpos sólidos incandescentes. Como estas fuentes no son cuerpos negros y su radiación tiene lugar sin que exista equilibrio térmico, hay que determinar qué composición tiene su luz.

Por la ley de Kirchhoff, para los radiadores reales (cuerpos no negros) el poder emisor  $r_\lambda$ , referido al intervalo unidad de longitudes de onda, es igual:

$$r_\lambda = a_\lambda T^3 \quad (1)$$

donde  $a_\lambda$  es el poder absorbente del cuerpo que se estudia y  $r_\lambda$  es el poder emisor del cuerpo negro a la misma temperatura y referido al mismo intervalo de longitudes de onda.

Para todos los radiadores reales  $a_\lambda < 1$  y, por consiguiente, a una misma temperatura el poder emisor de los radiadores reales es menor que el del cuerpo negro. El cuerpo negro es aquel que, a la temperatura dada, posee el poder emisor máximo posible.

Si para un cuerpo cualquiera  $a_\lambda$  es menor que la unidad pero constante para todas las longitudes de onda  $\lambda$ , este cuerpo se llama *gris*. En la naturaleza no existen cuerpos cuyas propiedades coincidan con las de los cuerpos grises, pero dentro de una zona limitada de longitudes de onda pueden tener cualidades aproximadas a las de estos últimos. Prácticamente puede considerarse «gris» la llama de los hidrocarburos, por ejemplo, la del acetileno. La distribución

de la energía radiante de los cuerpos grises coincide con la distribución espectral de la del cuerpo negro tomada a la misma temperatura, con la única diferencia de que la potencia de la radiación por unidad de superficie es menor. Pero para todos los cuerpos reales, es decir, que ni son negros ni grises, el poder absorbente  $a_\lambda$  depende de la longitud de onda y de la temperatura y también del estado de polarización de los rayos y de sus ángulos de incidencia. La curva de la distribución espectral de la energía de estos cuerpos se diferencia de la de Planck. En la fig. 225 la curva 1 representa la distribución entre las longitudes de onda de la emittancia de radiación del cuerpo negro a la temperatura  $T = 2100^\circ \text{K}$ , la curva 2, la distribución de la emittancia de radiación del wolframio, y la curva de trazo punteado, el poder absorbente del wolframio a la misma temperatura. Como puede verse, el poder absorbente del wolframio es mayor para los longitudes de onda cortas y menor para las largas. Por lo tanto, la emittancia de radiación del wolframio para las ondas cortas se diferencia menos de la del cuerpo negro que su emittancia para las ondas largas. Esta es la causa de que la luz que emite el wolframio sea diferente de la que emite el cuerpo negro: a una misma temperatura la radiación del wolframio es relativamente menos roja que la del cuerpo negro. En cuanto a su luminancia se refiere, ésta es menor que la del cuerpo negro en todas las longitudes de onda. Los cuerpos reales tienen  $a_\lambda < 1$  para todas las longitudes de onda, por esto, su emittancia integral también es menor que la del cuerpo negro. Si la cantidad total de energía radiante emitida por el cuerpo negro viene dada por la ley de Stefan-Boltzmann:

$$R_e = \sigma T^4,$$

donde

$$\sigma = 5,71 \cdot 10^{-5} \text{ erg/seg} \cdot \text{cm}^2 \cdot \text{grad}^4,$$

la de los cuerpos no negros es:

$$R_e = k\sigma T^4,$$

donde el valor del coeficiente  $k$  depende de la naturaleza del cuerpo, del estado en que se encuentra su superficie, de su temperatura,

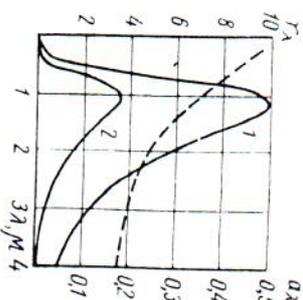


Fig. 225. Comparación de la distribución de la emittancia de radiación del cuerpo negro (1) con la del wolframio (2); la curva de trazo punteado representa el poder absorbente del wolframio.

etc. En la tabla XI se dan los valores numéricos del coeficiente  $k$  para una serie de cuerpos a la temperatura de  $1\,500^\circ\text{K}$ .

Como puede verse en la tabla XI, el valor de  $k$  para todos los metales es mucho menor que la unidad. En particular es pequeño para la plata, que como se sabe tiene un gran poder de reflexión (reflectividad) y, por consiguiente, absorbe solamente una pequeña fracción de la luz que sobre ella incide. A la temperatura de  $1\,500^\circ\text{K}$  la plata emite por unidad de superficie 25 veces menos luz que el cuerpo negro.

Tabla XI

Sustancia	$k$ a $T = 1\,500^\circ\text{K}$
Wolframio	0,15
Platino	0,15
Molibdeno	0,12
Hierro	0,11
Plata	0,04
Carbón	0,52
Oxido de níquel	0,84
Oxido de hierro	0,89

El valor de los coeficientes  $k$  depende en alto grado del estado en que se encuentran las superficies de los cuerpos. Como ya indicamos, las superficies rugosas y deslustradas absorben más intensamente que las pulimentadas y lisas de los mismos cuerpos. El valor de  $k$  depende también mucho de la temperatura de los cuerpos. Según los datos de la tabla XI, a  $T = 1\,500^\circ\text{K}$  para el wolframio  $k = 1,5$ ; para este mismo cuerpo  $k = 0,34$  cuando  $T = 3\,500^\circ\text{K}$ .

El hecho de que la luminosidad depende del poder absorbente es fácil de demostrar. Si la superficie blanca y esmaltada de un objeto de porcelana se recubre parcialmente de hollín y después se calienta, el sitio cubierto de hollín brillará más que las partes contiguas blancas.

De lo expuesto se deduce que la fuente térmica de luz más ventajosa es un cuerpo cuyas propiedades se aproximen lo más posible a las del cuerpo negro calentado hasta una temperatura de cerca de  $6\,000^\circ\text{K}$ . A esta temperatura el máximo de luminosidad se encuentra dentro de la zona visible del espectro y el cuerpo negro tiene una eficacia luminosa de  $84\text{ lm/W}$ .

En el § 304 vimos que cuando se trata de luz monocromática de longitud de onda  $\lambda = 0,55\mu$  (zona de sensibilidad máxima del ojo

humano) a  $1\text{ W}$  le corresponden  $650\text{ lm}$ . Si llamamos rendimiento de la fuente a la relación entre su eficacia luminosa y la máxima eficacia luminosa posible, tendremos que el cuerpo negro a  $T = 6\,000^\circ\text{K}$  tiene un rendimiento

$$\alpha = \frac{84}{650} = 0,129 \cong 13\%.$$

A temperaturas más bajas o más altas el rendimiento del radiador de cuerpo negro será menor. Como la temperatura de fusión de la mayoría de los cuerpos sólidos no sobrepasa de  $3\,000^\circ\text{K}$ , el rendimiento que se puede conseguir en realidad de las fuentes luminosas es mucho menor que el 13%.

La fuente luminosa técnica que más se emplea es la lámpara eléctrica de incandescencia. Esta lámpara está formada por un filamento de carbón o metálico que se encuentra dentro de un globo de vidrio en el cual se ha hecho el vacío. Este filamento se pone incandescente cuando por él pasa la corriente eléctrica. Las primeras lámparas eléctricas aptas para fines prácticos fueron hechas por el inventor ruso A. N. Lodiguin en el año 1873. Este mismo año A. N. Lodiguin hizo el experimento de alumbrar las calles de Petersburgo con lámparas eléctricas de incandescencia.

En las primeras lámparas de Lodiguin la corriente ponía incandescente una barrita de carbón. Posteriormente, en el año 1890, Lodiguin consiguió la patente para las lámparas eléctricas con filamento de wolframio, molibdeno y otros materiales de punto de fusión elevado. Estas lámparas se extendieron mucho. En las lámparas de incandescencia modernas se utiliza un filamento de wolframio enrollado en hélice muy fina, para aumentar así su calentamiento. Estas lámparas se suelen llenar de un gas inerte (argón o criptón) a una presión de cerca de  $1/2\text{ atm}$ , con lo cual se disminuye la evaporación (sublimación) del filamento y se aumenta la duración de la lámpara en servicio. Las características numéricas de las lámparas de incandescencia se dan en la tabla XII.

Otra fuente de luz de uso corriente es el arco eléctrico producido entre dos electrodos de carbón, que también fue descubierto por un inventor ruso, V. V. Petrov (I. II, § 190), y empleado para el alumbrado público por P. N. Yablochkov. En el arco eléctrico la luz es emitida principalmente por el cráter que se forma en el electrodo de carbón positivo. La temperatura de este electrodo alcanza  $4\,000^\circ\text{K}$ . Además del cráter emiten luz el otro electrodo y los vapores incandescentes que se forman entre los dos electrodos. Para aumentar la eficacia luminosa se incluyen sales de diferentes metales en los carbones, con lo cual aumenta considerablemente el brillo de los vapores entre los electrodos. A pesar de esto la eficacia luminosa no supera  $25\text{ lm/W}$ .

Tabla XII

Fuente de luz	$T^{\circ}K$	Eficiencia luminosa 100 W	$I_v$ , sb	$\alpha$
Lámpara de incandescencia con filamento de carbon	2600	2.0	40	0.4
Lámpara de 50 W con filamento de W, llena de gas	2800	10.0	500	4.6
Lámpara de 1000 W con filamento de W, llena de gas	3000	20	1000	3.0
Arco eléctrico	4000	25	15000 (variable)	4.0
Lámpara de luminiscencia	—	50	1.5	6.0
Lámpara de vapor de mercurio de alta presión	—	60	15000	9.0

Se pueden obtener altos rendimientos aprovechando la luz que producen las descargas eléctricas a través de vapores a bajas presiones. En este caso el proceso tiene carácter desequilibrado y no cumple las leyes termodinámicas que hemos estudiado antes. Aquí es posible transformar casi totalmente la energía eléctrica aplicada en energía de luz visible, es decir, se pueden obtener rendimientos próximos al 100%. En las lámparas que contienen vapor de sodio se consigue obtener en la práctica un rendimiento del 70%. Pero las lámparas de este tipo dan una luz fuertemente coloreada y muy desagradable a la vista. Como «blanca» se percibe la luz del Sol, cuya composición se aproxima a la emitida por el cuerpo negro a  $T =$

5600 K. Las lámparas eléctricas de incandescencia ( $T \approx 3000$  K) dan una luz mucho más amarilla, pero esta diferencia de color, en comparación con la «blanca», es relativamente poco sensible. En cambio las fuentes de luz más o menos monocromáticas, como son las lámparas de descarga que hemos indicado, son prácticamente inaceptables debido a su coloración. Para corregir la coloración de estas lámparas S. I. Vavilov propuso emplear sustancias luminiscentes (véase el § 360). Las lámparas fluorescentes modernas que funcionan por este principio están formadas por un tubo de descarga que contiene una mezcla de argón y vapor de mercurio a baja presión. Al pasar la corriente eléctrica el vapor de mercurio emite rayos espectrales intensos que se encuentran en la zona ultravioleta del espectro. Sobre la superficie interna del tubo de descarga se extiende una capa delgada de polvo luminiscente bajo la influencia de la radiación ultravioleta. La composición de los polvos se elige de forma

que la luz que producen tenga unas características parecidas a las de la luz blanca.

El rendimiento de las lámparas fluorescentes es aproximadamente tres veces mayor que el de las lámparas de incandescencia ordinarias. Su brillo es menor que el de los filamentos de las lámparas de incandescencia, cosa que es una ventaja de las lámparas fluorescentes, puesto que cuando se mira un objeto que brilla mucho el ojo sufre una sensación dolorosa (deslumbramiento). Por esta razón las lámparas de incandescencia cuyos filamentos son de gran luminosidad se suelen alojar en globos mateados; pero esto disminuye aún más su rendimiento. Las lámparas fluorescentes, por el contrario, gracias a su menor brillo pueden utilizarse sin difusores, aunque el flujo luminoso que de ellas se obtiene puede ser considerable debido a la gran superficie luminosa que presentan.

Otro tipo de lámparas de descarga es aquel en que esta última se produce a través de vapor de mercurio a alta presión.

En este caso los procesos se aproximan a los equilibrados correspondientes a temperaturas muy altas. El rendimiento de estas lámparas es alto, pero la luz que dan tiene color verdoso, lo que no impide que últimamente se empleen mucho para el alumbrado de calles y carreteras por la economía que representan. La coloración de la luz de estas lámparas se corrige hasta cierto punto empleando luminóforos.

**§ 312. Pirometría óptica.** La temperatura del cuerpo negro puede determinarse por el carácter de su radiación basándose en cualquiera de las leyes de la radiación que hemos estudiado anteriormente. Los procedimientos para determinar las temperaturas fundados en estas leyes se llaman métodos de *pirometría óptica*. Como quiera que en las expresiones de las leyes de la radiación del cuerpo negro entra la temperatura en la escala absoluta, la pirometría óptica nos proporciona un procedimiento para hallar las temperaturas absolutas. En el t. I, § 44 indicamos la dificultad de principio con que se tropieza al medir las temperaturas en la escala absoluta, por tener que utilizar un cuerpo termodinámico cuyas cualidades térmicas no pueden conocerse previamente. El método termodinámico, basado en el segundo principio de la termodinámica (t. I, § 73), desde el punto de vista de los principios, permite medir las temperaturas independientemente de la naturaleza del cuerpo termodinámico, pero la realización práctica de este procedimiento presenta enormes dificultades. Por el contrario, el cuerpo negro, como dijimos en el § 308, puede reproducirse con toda la aproximación que sea necesaria, lo que hace de la pirometría óptica un procedimiento práctico útil para medir las temperaturas en la escala absoluta. Además, este método óptico tiene la ventaja de que puede emplearse para medir

temperaturas muy altas. Por esto los puntos fundamentales de la escala termométrica moderna para la zona de altas temperaturas han sido establecidos por procedimiento óptico.

Los métodos de la pirometría óptica sirven también para resolver muchos problemas prácticos. No son raros los casos prácticos en que el objeto que se observa tiene propiedades que lo asemejan al cuerpo negro. Objetos de este tipo son, por ejemplo, los hornos industriales. Si la medición se realiza abriendo una pequeña ventanilla en el horno, éste resulta ser una buena aproximación al cuerpo negro. Cuando por el método óptico se mide la temperatura de cuerpos no negros, que emiten en condiciones en que no existe equilibrio, hay que tener en cuenta sus propiedades. Si estas propiedades se conocen, la pirometría óptica resulta muy cómoda por su relativa sencillez y seguridad. Teniendo en cuenta en cual de las leyes de la radiación se funda la medición de la temperatura, los métodos de la pirometría óptica tienen algunas peculiaridades específicas. Por esto, estudiamos estos métodos por separado.

**1. Método basado en la ley de la distribución de la luminancia entre las longitudes de onda.** En el § 309 vimos que la curva de la distribución de la luminancia del cuerpo negro entre las longitudes de onda se determina exclusivamente por un parámetro: su temperatura. Por lo tanto, la forma de la curva puede servir para determinar directamente la temperatura  $T$ . Basta, por ejemplo, hallar la longitud de onda  $\lambda_{max}$  a que corresponde el máximo de la distribución. Ya que por la fórmula de Wien (26) del § 309:

$$T = \frac{2898}{\lambda_{max}} \quad (1)$$

donde la longitud de onda  $\lambda_{max}$  deberá expresarse en micras. Por este método se determina la temperatura del Sol. La radiación máxima del Sol, teniendo en cuenta la corrección de absorción en la atmósfera terrestre, se aproxima a la longitud de onda  $\lambda_{max} = 0,47 \mu$ . De aquí, considerando el Sol como cuerpo negro, obtenemos que sus capas externas tienen una temperatura  $T = 6150^\circ \text{K}$ .

Para los cuerpos no negros la fórmula (1) no da la temperatura real  $T$ . La temperatura de estos cuerpos obtenida por la fórmula (1) se llama *temperatura del color*.

Si la curva de distribución de la luminancia del cuerpo que se observa no se diferencia mucho de la curva de Planck, la temperatura del color  $T_c$  indica aquella temperatura del cuerpo negro cuya radiación se aproxima más, por el color, a la radiación del cuerpo que se observa. El concepto de temperatura del color puede ser utilizado cuando se trata de cuerpos que tienen gran selectividad de radiación.

**2. Método del brillo.** Por la fórmula de Planck la temperatura  $T$  puede hallarse también midiendo la luminancia (brillo) para una longitud de onda  $\lambda$ , siempre que  $b_\lambda$  se exprese en unidades absolutas. Como quiera que la medición de la luminosidad en unidades absolutas presenta dificultades, el procedimiento se reduce a comparar el brillo del cuerpo que se observa con el de otro perfectamente determinado. Para esto se utiliza un aparato que se llama pirómetro de filamento que desaparece. El esquema de este aparato se muestra en la fig. 226. Su elemento fundamental es un anillo con un objetivo  $O$  y un ocular  $O'$ . En el plano focal del objetivo  $O$  se obtiene

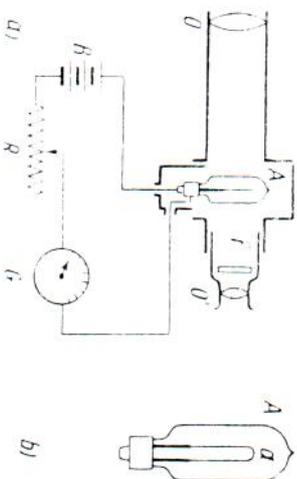


Fig. 226. Pirómetro de filamento que desaparece.

La imagen de la superficie del cuerpo que se observa. Como veremos más adelante (§ 325), el brillo de esta imagen es proporcional al del objeto. En el plano focal del objetivo  $O$  se coloca una lámpara eléctrica  $L$  cuyo globo es de vidrio homogéneo y transparente. El filamento incandescente de esta lámpara  $a$  (fig. 226,  $b$ ) suele tener la forma de semicírculo. Por el ocular  $O'$  se ven al mismo tiempo la imagen de la superficie del cuerpo que se analiza y el filamento melado de la lámpara. Los filtros de color  $F$ , situados cerca del ocular  $O'$ , permiten aislar una zona estrecha del espectro. Generalmente se prefiere la parte roja del espectro próxima a la longitud de onda  $\lambda = 0,66 \mu$ . El filamento de la lámpara se alimenta con la corriente de una batería  $B$ . Variando la intensidad de la corriente con el reóstato  $R$  se puede conseguir que el filamento se caliente más o menos intensamente. Si el brillo del filamento es mayor que el de la imagen de la superficie del cuerpo, aquel se destaca sobre el fondo de ésta en forma de franja más clara; si, por el contrario, su brillo es menor, la franja resultará más oscura que el fondo. Cuando el filamento y la superficie brillan con la misma intensidad el filamento deja de verse sobre el fondo de la imagen de la superficie.

De esta forma se puede establecer con un grado de exactitud considerable el equilibrio entre el brillo del filamento y el de la imagen de la superficie del cuerpo que se observa. Este aparato puede graduarse por un cuerpo negro, estableciendo qué intensidades de la corriente de calentamiento  $I$  corresponden a la desaparición del filamento a diferentes temperaturas de dicho cuerpo negro. Una vez hecho esto, las indicaciones del instrumento de medición  $G$ , correspondientes a los momentos en que el filamento desaparece, pueden servir para determinar directamente cuál será la temperatura del cuerpo negro que en el intervalo de longitudes de onda dado produce un



Fig. 227. Pirómetro de radiación.

brillo  $b_\lambda$  igual que el  $b_\lambda$  del cuerpo que se observa. Si el cuerpo que se observa es negro, la temperatura medida de esta forma será la suya verdadera. Si los cuerpos no son negros, las temperaturas determinadas por este procedimiento se llaman *temperaturas de brillo* y se diferencian algo de las temperaturas reales del cuerpo.

3. **Método de radiación.** Este método se basa en la medición de la radiación integral del cuerpo (es decir, la energía total por unidad de superficie y de tiempo emitida por el cuerpo). La radiación integral  $B_e = \frac{1}{A} R_e$ , donde  $R_e$  es la emiancia integral de radiación (cantidad total de energía radiante emitida por el cuerpo), que cumple la ley de Stefan-Boltzmann (1) del § 305:

$$B_e = \frac{\sigma}{\pi} T^4. \quad (2)$$

De la fórmula (2) se deduce que la temperatura del cuerpo  $T$  puede hallarse midiendo su radiación integral  $B_e$ .

Para determinar la radiación  $B_e$  se utilizan unos aparatos llamados *pirómetros de radiación*.

En la fig. 227 se reproduce el esquema de un pirómetro de radiación:  $L$  es una lente;  $ab$  es un par termoelectrico; y  $G$ , un galvanómetro, para medir la intensidad de la corriente que se produce en el par termoelectrico. El pirómetro se coloca a la superficie  $S$  del cuerpo incandescente, de forma que la imagen de ésta que produce

la lente  $L$  coincide con el sitio en que se encuentra el par  $ab$ . Como ya dijimos, la radiación  $B_e$  de la imagen que produce la lente es proporcional a la de la fuente. El calentamiento del par termoelectrico es proporcional a su vez a la radiación de la imagen  $B_e$  (siempre que las dimensiones de la imagen sean mayores que las del par termoelectrico). En fin de cuentas, las indicaciones del galvanómetro serán proporcionales a la radiación  $B_e$  del cuerpo negro que se observa  $\lambda$ . Por consiguiente, según (2), serán proporcionales a su temperatura elevada a la cuarta potencia. Si el pirómetro se gradúa previamente, partiendo de temperaturas conocidas, después puede utilizarse para medir directamente cualquier temperatura.

Si el cuerpo cuya temperatura se mide no es negro el pirómetro de radiación no da su temperatura real  $T$ . La temperatura que se mide en este caso se conoce con el nombre de *temperatura de radiación*  $T_r$  y es igual a la del cuerpo negro cuya radiación integral coincide con la del cuerpo que se observa.

Para los cuerpos que no son negros, de acuerdo con lo dicho en el § 311:

$$B_e = \frac{k\sigma}{\pi} T^4, \quad (2a)$$

siendo  $k$  un coeficiente cuyo valor, para algunos cuerpos, se da en la tabla XI.

Como la temperatura de radiación del cuerpo se determina por la relación:

$$B_e = \frac{\sigma}{\pi} T_r^4, \quad (3)$$

comparando las fórmulas (2a) y (3) obtenemos la siguiente relación entre la temperatura real del cuerpo y su temperatura de radiación:

$$T = \frac{1}{k^{1/4}} T_r.$$

Y como, según los datos de la tabla XI,  $k < 1$  para todos los cuerpos, la temperatura real de todos los cuerpos no negros será mayor que su temperatura de radiación. Por ejemplo, para el hierro  $k = 0,11$ , de donde  $\frac{1}{k^{1/4}} = 1,74$  y, por consiguiente,  $T = 1,74 T_r$ , es decir, la temperatura real es más de vez y media mayor que la de radiación. La dificultad que existe para determinar la temperatura real por medio de la de radiación estriba en que el valor de los coeficientes  $k$  no es constante, sino que depende también de la temperatura.

# Thermosäule nach Moll

## Pila termoeletrica de Moll

## Pila termoeletrica di Moll

Die Thermosäule nach Moll dient zur Messung von Wärmestrahlung und besteht aus einer Anzahl in Reihe geschalteter Thermoelemente. Bei deren Bestrahlung entsteht eine thermoelektrische Spannung, die mit einem empfindlichen Galvanometer gemessen wird.

### 1. Beschreibung

Die Thermosäule nach Moll besteht aus einem massiven Metallgehäuse aus einem massiven Metallgehäuse 34 mm  $\phi$ , ca. 80 mm Länge auf Stiel, 10 mm  $\phi$ , in das ein polierter Metalltrichter mit 22° Öffnungswinkel und einem kleinsten Durchlaß von 10 mm  $\phi$  eingearbeitet ist. Hinter ihm liegt eine geschwärtzte Scheibe von 10 mm  $\phi$  mit 16 Thermoelementen. Dies sind Bändchen aus Konstantan und Manganin, die mit Silber zusammengeleitet und vordersseitig mit Ruß geschwärzt sind. Jedes Band ist etwa 0,5 mm breit und 5  $\mu$ m dick. Die Lötstellen liegen auf dem senkrechten Durchmesser der Fläche, während die Enden der Bändchen an dickere Kupferstäbe gelötet sind, so daß ihre Temperatur konstant und gut definiert ist. Der Innenwiderstand der Thermosäule beträgt ungefähr 10  $\Omega$  und die Empfindlichkeit ca. 0,16 mV/mW. Die Thermosäule ist zur Aufbewahrung und für den Transport durch eine in einem Metallring gefäßte

### 1. Descripción

La pila termoeletrica de Moll está constituida por una caja metálica maciza de 34 mm de  $\phi$  y unos 80 mm de longitud, con un mango de 10 mm de  $\phi$ , en la cual se encuentra montado un embudo metálico pulido con un ángulo de abertura de 22° y un pequeño paso de 10 mm de  $\phi$ . Detrás se encuentra un disco ennegrecido de 10 mm de  $\phi$ , que contiene 16 termoelementos. Estos son cimbrias de constantán y de manganina soldadas entre sí con plata, cuya superficie delantera se ha engrasado con hollín. Cada cinta anterior se anerterte sulla loro faccia interna con nerofumo. Ogni linguetta è larga ca. 0,5 mm e spessa 5  $\mu$ m. I punti di saldatura si trovano sopra el diametro vertical de la sustancia soldadura se encuentran situados sobre el diametro vertical de la sustancia soldadura es constante y bien definida. La resistencia interior de la pila termoeletrica es de unos 10  $\Omega$

### 1. Descrizione

La pila termoeletrica di Moll serve per misurare l'irraggiamento termico. Essa è costituita da un certo numero di termocoppie collegate in serie. In presenza di una radiazione, si genera una tensione termoeletrica che viene misurata con un galvanometro ad elevata sensibilità.

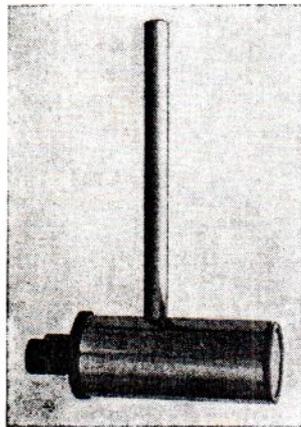
**Anmerkungen**  
1. Die in Klammern gesetzten fünfstelligen Zahlen geben die Katalog-Nummern der betreffenden Geräte an.  
2. Die Angaben und Abbildungen sind für die Ausführung der Geräte nicht in allen Einzelheiten verbindlich. Wir sind bestrebt, unsere Fertigung stets den neuesten wissenschaftlichen und technischen Erkenntnissen anzupassen.

### Observaciones

1. Los números de cinco cifras colocados entre paréntesis indican los números del catálogo de los correspondientes aparatos.  
2. Las indicaciones y las reproducciones no se ajustan obligatoriamente en todos los detalles a la realización de nuestros aparatos, ya que nos esforzamos para que nuestros productos terminados se adapten constantemente a los conocimientos más modernos de la ciencia y de la técnica.

### Osservazioni

1. I numeri di 5 cifre posti tra parentesi indicano i numeri di catalogo dei relativi apparecchi.  
2. I dati e le figure concernenti gli apparecchi non sono impegnativi in tutti i particolari, in quanto ci sforziamo di mantenere i nostri apparecchi al livello delle più recenti innovazioni scientifiche e tecniche.



Glasscheibe geschützt. Sie wird für Messungen abgenommen.

La pila termoeletrica está protegida para el transporte y su conservación con un anillo de metal. El disco de vidrio se retira durante la medición.

Bajo el efecto de una radiación, la pila produce una tensión termoeletrica que puede ser medida con el galvanómetro de espejo para la enseñanza. La pila termoeletrica es muy sensible, debido a que la gran conductibilidad térmica de las cintas permite que bajo el efecto de una radiación su aumento de temperatura sea relativamente alto. Además, a causa de la pequeña dimensión de los elementos, se establece el equilibrio de la temperatura en alrededor de 2 segundos. Por esta razón, la pila termoeletrica se puede usar también con galvanómetros de indicación rápida.

## 2. Montaje experimental

Para la medición se necesita un galvanómetro de espejo (532 10) y un regulador de sensibilidad (532 11). La reducida resistencia interna de la pila termoeletrica hace necesario retirar la conexión de cortocircuito del regulador de sensibilidad ubicado dentro de los bornes de salida para el galvanómetro. Debido a tal medida quedan las resistencias de la pila de sensibilidad en serie con las de la pila y del galvanómetro. La resistencia del regulador de sensibilidad se regula según las mediciones deseadas de tal manera que por una parte la sensibilidad sea suficientemente grande y por otra parte el galvanómetro de espejo sea amortiguado apropiadamente. Galvanómetros con alta resistencia interna son inadecuados para hacer mediciones con la pila termoeletrica.

Los conductores que van al galvanómetro no deben formar lazos grandes o móviles, ya que el instrumento, en estas condiciones, experimenta desviaciones causadas por la inducción en el campo magnético terrestre. Se aconseja hacer la conexión al galvanómetro por medio de un fino cordón doble.

I fili di collegamento al galvanometro non devono essere aggrovigliati né essere mobili, perché i movimenti produrrebbero deviazioni per induzione nel campo magnetico terrestre. È consigliabile, per effettuare tale collegamento, usare un sottile filo doppio intrecciato.

## 2. Montaggio sperimentale

Nel corso delle esperienze bisogna inoltre fare attenzione che nessuna radiazione di disturbo si sovrapponga alla radiazione da misurare. A questo scopo è in molti casi conveniente sigillabile usare un tubo in cartone lungo ca. 1 m e di 50 mm di diametro posto davanti alla pila termoeletrica.

Bei Bestrahlung entsteht in der Thermosäule eine thermoelektrische Spannung, die mit dem Schul-Spiegelgalvanometer (532 10) gemessen werden kann. Die Thermosäule ist sehr empfindlich, da infolge der geringen Wärmeleitfähigkeit der dünnen Bänder deren Temperatur bei der Bestrahlung verhältnismäßig hoch ansteigt. Auch das Temperaturgleichgewicht stellt sich wegen der geringen Abmaße der Thermoelemente schon in etwa 2 Sekunden ein. Die Thermosäule kann daher auch mit schnell anzeigenden Galvanometern verbunden werden.

Zur Messung der Wärmestrahlung mit der Thermosäule sind ein Schul-Spiegelgalvanometer (532 10) und der Empfindlichkeitsregler (532 11) erforderlich. Wegen des geringen Innenwiderstandes der Thermosäule ist bei dem Empfindlichkeitsregler der an der Seite unterhalb der Ausgangsbuchsen zum Spiegelgalvanometer angebrachte Kurzschlußbügel herauszunehmen. Dann liegen die Widerstände des Empfindlichkeitsreglers in Reihe mit der Thermosäule und dem Spiegelgalvanometer. Man stellt den Widerstand des Empfindlichkeitsreglers nach der vorliegenden Meßaufgabe so ein, daß einerseits die Empfindlichkeit genügend groß und andererseits das Spiegelgalvanometer noch genügend aperiodisch gedämpft ist. Galvanometer mit hohem Innenwiderstand sind für Messungen mit der Thermosäule ungeeignet.

## 2. Versuchsaufbau

Bei den Versuchen muß man ferner darauf achten, daß sich keine störende Strahlung der zu messenden Strahlung überlagert. In vielen Fällen ist zu diesem Zweck eine etwa 1 m lange Pappöhre von etwa 50 mm  $\phi$  vor der Thermosäule sehr zu empfehlen.

Die Leitungen zum Galvanometer dürfen keine große oder gar bewegliche Ausschläge durch Induktion im magnetischen Erdfeld erzeugen. Am besten benutzt man für die Verbindung zum Spiegelgalvanometer weiche, dünne Doppeladern.

En los experimentos espectrales, es muy útil, además, colocar, delante de

Bei Versuchen in spektral zerlegtem Licht ist es ferner zweckmäßig, einen

porre davanti alla pila termoelettrica uno schermo in cartone bianco provvisto di apposito foro. Grazie a ciò, è possibile controllare continuamente quale parte dello spettro arriva alla pila termoelettrica.

**3. Esperienze (vedi anche «LEYBOLD-Welle», n. 10 e 13)**

Quale emettitore di radiazioni serve il forno elettrico (555 81 o 555 82) in combinazione col dispositivo accessorio a corpo nero (389 43) e col tavolo per il forno elettrico (555 84). Inoltre per questa esperienza sono necessari un difrattoma ad iride (460 26) ed un termometro (p. es. sino a 360 °C; 382 49). Con questa disposizione è possibile osservare come la potenza dell'irraggiamento dipenda dalla distanza (compresa tra 0,2 e 1 m), dalla temperatura (sino a 400 °C) e dalla loro direzione. E' inoltre possibile dimostrare la legge di Stefan-Boltzmann:  $E = \sigma T^4$ .

**a) Radiação negra**

**3. Experimentos (véase también «LEYBOLD-Welle» Nos. 10 y 13)**

La pila una pantalla de cartón blanca con un agujero correspondiente. Al realizar el experimento, se ve inmediatamente que parte del espectro se proyecta dentro de la pila termoelectrica.

Como radiador se utiliza el horno eléctrico tubular (555 81 ó 82) en combinación con el componente de cuerpo negro (389 43) y la mesa para el horno (555 84). Además se necesitan para este experimento un difractoma iris (460 26) y un termómetro (p. ej. hasta 360 °C; 382 49). Con esta disposición es posible observar que la potencia de radiación es función de la distancia (distancia entre 0,2 y 1 m), de la temperatura del rayo (hasta 400 °C) y de la dirección de éstos, y se puede demostrar la ley de Stefan-Boltzmann:  $E = \sigma T^4$ .

**3. Versuche (siehe auch «LEYBOLD-Wellen», Heft 10 und 13)**

Weißes Kartonschirm mit einem entsprechenden Loch vor der Thermosäule aufstellen. Man kann dann stets verfolgen, in welchem Teil des Spektrums die Thermosäule steht.

Als Strahler dient der Rohrfen (555 81 od. 82) in Verbindung mit dem Schwarzkörperzusatz (389 43) und dem Rohrfentisch (555 84). Außerdem sind für diesen Versuch eine Irisblende (460 26) und ein Thermometer (z. B. bis + 360 °C; 382 49) erforderlich. Mit dieser Anordnung läßt sich die Abhängigkeit der Strahlungsleistung von der Entfernung (Abstand zwischen 0,2 und 1 m), von der Temperatur des Strahles (bis 400 °C) und von der Richtung der Strahlen beobachten und das Gesetz von Stefan-Boltzmann:  $E = \sigma T^4$  nachweisen.

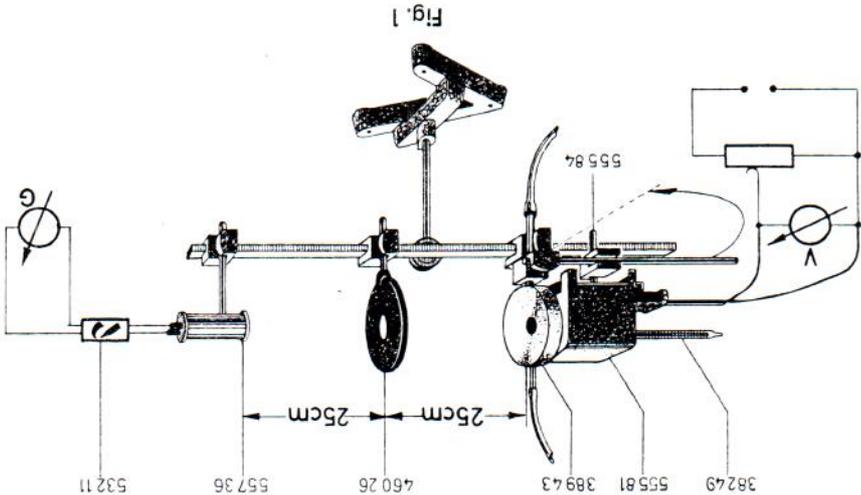


Fig. 1

Für eine einfache Versuchsdurchführung ist der Leslie-Würfel (389 26) geeignet. Er wird mit heißem Wasser oder Öl gefüllt und die Thermosäule zweckmäßig in etwa 1 m Abstand aufgestellt. Um zu verhindern, daß vom Experimentator ausgehende Wärmestrahlen die Messung beeinflussen, stellt man einen Metall- oder Pappschirm von ca. 50 cm X 50 cm mit einer Öffnung von ca. 10 cm Ø vor den Strahlungswürfel. Man drehe der Thermosäule abwechselnd die schwarze und die metallische Seite zu; der Unterschied der Strahlungen (etwa 20:1) tritt dann sehr deutlich hervor.

Para un experimento sencillo se adapta también el cubo de Leslie (389 26). Se llena con agua o aceite calientes y se coloca la pila termoelectrica convenientemente a 1 m de distancia. Para evitar que la radiación calorífica que emite el experimentador, tome influencia sobre la medida, se coloca delante del cubo una pantalla metálica o de cartón, de unos 50 cm X 50 cm, con una apertura de unos 10 cm de Ø. Si se dirige alternativamente la cara ennegrecida y la cara metálica hacia la pila termoelectrica, se hace notar claramente la diferencia de las radiaciones (aprox. 20:1).

Per l'esecuzione di un'esperienza di irraggiamento si adopera il cubo di Leslie (389 26). Esso viene riempito con acqua calda o olio e posto sulla misura, si ponga davanti al cubo uno schermo metallico o di cartone di ca. 50 cm X 50 cm e provvisto di un foro di ca. 10 mm di diametro. Si ruoti alternativamente verso la pila termoelettrica la faccia annerita e la faccia metallica del cubo e si potrà allora osservare chiaramente la differenza degli irraggiamenti (ca. 20:1).



Moll serve  
to termico.  
to n. In  
e, si genera  
che viene  
metro ad

Woll è co-  
i custodia  
etro e ca.  
ita di uno  
ssa è inse-  
to brutto  
rgenza di  
fi 10 mm di  
na lastina  
netto por-  
tesono co-  
stantana e  
me all'ar-  
pro faccia  
Og in-  
e spassa  
la superfi-  
e lingua  
di rame in  
ura sia co-  
resistenza  
elettica è  
lita di ca.  
vazione e

renesi indi-  
dei relati-  
gli oppo-  
o di mante-  
tutti i parti-  
llo delle  
cienifiche e

so größer ist, je größer sein Absorptionsvermögen für die gleiche Wellenlänge ist.

Eine in der Vorlesung häufig gebrauchte Abänderung des obigen Versuches besteht darin, daß der Vortragende sich im weißen Kittel in 2 - 3 m Abstand von der Thermosäule aufstellt. Das Galvanometer zeigt einen kleinen Ausschlag an. Wird dann der Kittel aufgeschlagen, so wird der Ausschlag wesentlich größer, und noch größer, wenn auch der Rock aufgeschlagen wird. Dieser Versuch zeigt aber nur die Abhängigkeit der Strahlung von der Temperatur, nicht von der Farbe des Körpers.

Auch die Abhängigkeit der Strahlung von der Temperatur kann man für Temperaturen bis zu 140° C, z. B. durch Einfüllen von heißem Wasser oder Öl in den Leslie-Würfel nachweisen.

b) **Energieverteilung im Spektrum (Bild 2)**

Ein einfacher Aufbau mit Glasoptik genügt, um den Versuch überzeugend darzustellen. Die Wendel der Lampe 6 V, 30 W (450 51) wird mit dem in das Lampengehäuse (450 60) eingesteckten einlinigen Kondensator (460 17) auf den verstellbaren Spalt (460 14) abgebildet. Der Spalt wird durch 200 mm Brennweite (460 08 oder 460 04) auf einem etwa 1,5 bis 2 m entfernten Schirm abgebildet. Das Hohlprisma (455 51), gefüllt mit zimmtsaurem Äthyl (465 55), wird auf

dem Prismenstisch mit Halter (460 25) unmittelbar hinter die Linse gestellt und in das Minimum der Ablenkung eingeregelt, so daß ein lichtstarkes Spektrum auf dem Schirm entsteht.  
Führt man die Thermosäule, vor die man zweckmäßig, wie oben beschrieben, einen weißen Karton mit Loch gestellt hat, mit diesem durch das Spektrum hindurch, so erhält man im blauen Licht nur

es tanto más grande cuanto mayor sea su poder de absorción para una misma longitud de onda.

Una variación de este experimento es frecuentemente empleada en las clases. El profesor se coloca a unos 2 ó 3 m de distancia de la pila termoelectrica, vestido con un delantal blanco. El galvanómetro muestra, entonces, una pequeña desviación. Al quitarse el delantal, la desviación es mucho mayor y, aun más si se desabrocha la chaqueta. Este experimento demuestra, sin embargo, sólo la dependencia de la radiación de la temperatura y no, de la temperatura hasta temperaturas de 140° C puede también demostrarse, llenando el cubo de Leslie con agua o aceite calientes.

La dependencia de la radiación de la temperatura hasta temperaturas de 140° C puede también demostrarse, llenando el cubo de Leslie con agua o aceite calientes.

b) **Distribución de la energía en el espectro (Fig. 2)**

Un sencillo montaje óptico basta para hacer un convincente experimento. El filamento de la bombilla incandescente de 6 V, 30 W (450 51) se proyecta sobre la rendija variable (460 14) por medio de la lente condensadora (460 17) sujeta a la lámpara Leybold (450 60). La rendija a su vez se proyecta sobre una pantalla colocada a 1,5 - 2 m de distancia, por medio de una lente de 150 ó 200 mm de distancia focal (460 04 ó 460 08). Inmediatamente detrás de la lente, se coloca sobre

la mesita para prismas con soporte (460 25) un prisma hueco (455 51) ajustándolo a una desviación mínima. De esta forma se produce un espectro muy luminoso.  
Si a la pila termoelectrica, pro- vista de la pantalla de cartón colocada de acuerdo a las indicaciones arriba descritas, se la hace pasar a través del espectro, se podrá observar que la indicación

quanto più elevata è la potenza d'assorbimento per la stessa lunghezza d'onda.

Nel corso dell'esperienza sopra descritta viene apportata sovente la seguente variante: lo sperimentatore, vestito con un camice bianco, si pone a 2 ÷ 3 m di distanza dalla pila termoelectrica. Il galvanometro accusa una piccola deviazione. A questo punto lo sperimentatore slaccia il camice e la deviazione aumenta sensibilmente aumentando ancora di più quando il camice è completamente aperto. Questa esperienza indica però solo come l'irraggiamento dipenda dalla temperatura e non dal colore del corpo.

E' pure possibile dimostrare come l'irraggiamento dipenda dalla temperatura, con temperature sino a 140° C, p. es. riempiendo con acqua calda o olio il cubo di Leslie.

b) **Ripartizione dell'energia nello spettro (fig. 2)**

Un semplice montaggio con vetri (450 51) il cui filamento viene proiettato sulla fessura regolabile (460 14) mediante il condensatore (460 17) montato su una lente (450 60). La fessura viene a sua volta proiettata, mediante una lente di 150 o 200 mm di distanza focale (460 08 o 460 04), su uno schermo posto a ca. 1,5 ÷ 2 m di distanza. Direttamente dietro alla lente viene

posto il prisma equilatero cavo (455 51) riempito con cinamato d'etile (455 55) e piazzato sopra l'apposito tavolo con supporto (460 25). Tale prisma viene regolato sul minimo di deviazione in maniera da ottenere sullo schermo uno spettro luminoso molto intenso.  
Inserendo nello spettro la pila termoelectrica, davanti alla quale è stato posto un cartone bianco con un foro nel modo più sopra descritto, si ottengono allora nella zona a luce blu delle deviazioni

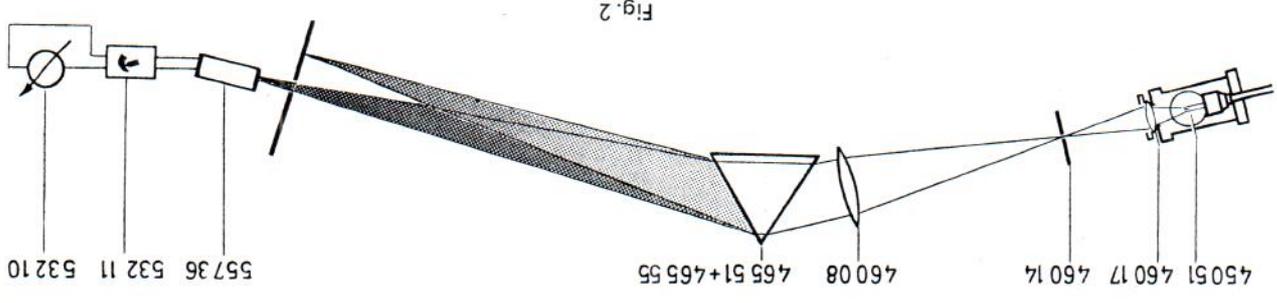


Fig. 2

molto debole le quali però aumentano sempre più man mano che ci si avvicina alla fine della zona a luce rossa dello spettro. Alla fine dello spettro visibile la deviazione però non cessa. Essa aumenta sempre più sino a raggiungere un massimo chiaramente al di fuori del campo visibile.

Nel corso di questa esperienza si dovrà fare attenzione affinché nessuna radiazione di disturbo emessa dal cateter della lampada o dagli alcuni raggiunga direttamente la pila termoelettrica. È sufficiente rimediare a questo inconveniente proteggendo la pila da tali sorgenti di radiazioni mediante schermi di cartone.

### c) Legge degli spostamenti di Wien

Con gli stessi accessori è possibile dimostrare, per lo meno qualitativamente, la dipendenza della ripartizione dell'energia dalla temperatura dei corpi emettenti radiazioni. Il montaggio è lo stesso di quello descritto sotto b). La temperatura della lampada viene però variata alimentandola dapprima con 4, poi con 6 e infine con 8 V. Rilevando per ogni temperatura la ripartizione d'energia, si nota non solo come l'irraggiamento cresca in maniera straordinaria, ma ancora più si chiarisce come il massimo d'irraggiamento si sposta in maniera maggiore verso lo spettro visibile quanto più elevata è la temperatura. Se ne deduce con ciò che un corpo emette irraggiamenti tanto più «bianchi», quanto più la sua temperatura è alta.

del galvanometro es pequeño, frente a la parte azul y va aumentando, mientras más se acerca al extremo rojo del espectro. Al terminar el espectro, la desviación no se interrumpe, sino que, por el contrario, es mucho mayor y alcanza un máximo mucho más allá de la zona visible.

Al hacer este experimento, hay que tener cuidado que la pila termoelectrica no reciba radiaciones perturbadoras directas, tales como las provenientes de la lámpara caliente o de los alumnos. Para este fin, basta con tapar con un cartón tales fuentes de radiaciones.

### c) Ley de desplazamiento de Wien

Usando la misma disposición se puede demostrar, por lo menos cualitativamente, que la distribución de la energía depende de la temperatura del cuerpo radiante. El montaje es el mismo que se describe en el párrafo b). Sin embargo, la temperatura de la bombilla incandescente debe modificarse, para lo cual se le aplican sucesivamente, 4, 6, y, finalmente, 8 V. Si se mide la distribución de la energía correspondiente a las diferentes temperaturas, no sólo se comprueba el extraordinario aumento de la radiación junto con la temperatura, sino que se demuestra, también, que el máximo de la radiación se desplaza tanto más hacia el espectro visible, cuanto mayor sea la temperatura. Esto es que un cuerpo tiene una radiación tanto más «blanca» cuanto mayor sea su temperatura.

kleine Ausschläge, die aber immer mehr anwachsen, je mehr man sich dem roten Ende des Spektrums nähert. Mit dem Ende des sichtbaren Spektrums hört aber der Ausschlag nicht auf. Er wird vielmehr noch größer und erreicht deutlich außerhalb des sichtbaren Gebietes ein Maximum.

Bei diesem Versuch achte man darauf, daß keine störende Strahlung etwa von dem heißen Lampengehäuse oder von Schülern unmittelbar in die Thermosäule gelangt. Es genügt, solche Strahlungsquellen durch Pappe gegen die Thermosäule abzublenden.

### c) Wiensches Verschiebungsgesetz

Mit der gleichen Anordnung kann man auch die Abhängigkeit der Energieverteilung von der Temperatur des strahlenden Körpers wenigstens qualitativ zeigen. Der Aufbau ist genau wie unter b) beschrieben, jedoch wird die Temperatur der Glühlampe dadurch geändert, daß man sie einmal mit 4, dann mit 6 und schließlich mit 8 V betreibt. Nimmt man zu jeder Temperatur die Energieverteilung auf, so erkennt man nicht nur, wie außerordentlich stark die Strahlung mit der Temperatur wächst, vielmehr zeigt sich auch deutlich, daß das Maximum der Strahlung sich um so mehr nach dem sichtbaren Spektrum zu verschiebt, je höher die Temperatur ist. Die Folge davon ist, daß ein Körper um so «weißer» strahlt, je heißer er ist.

### Related Concepts

Black body radiation, thermoelectric e. m. f., temperature dependence of resistances.

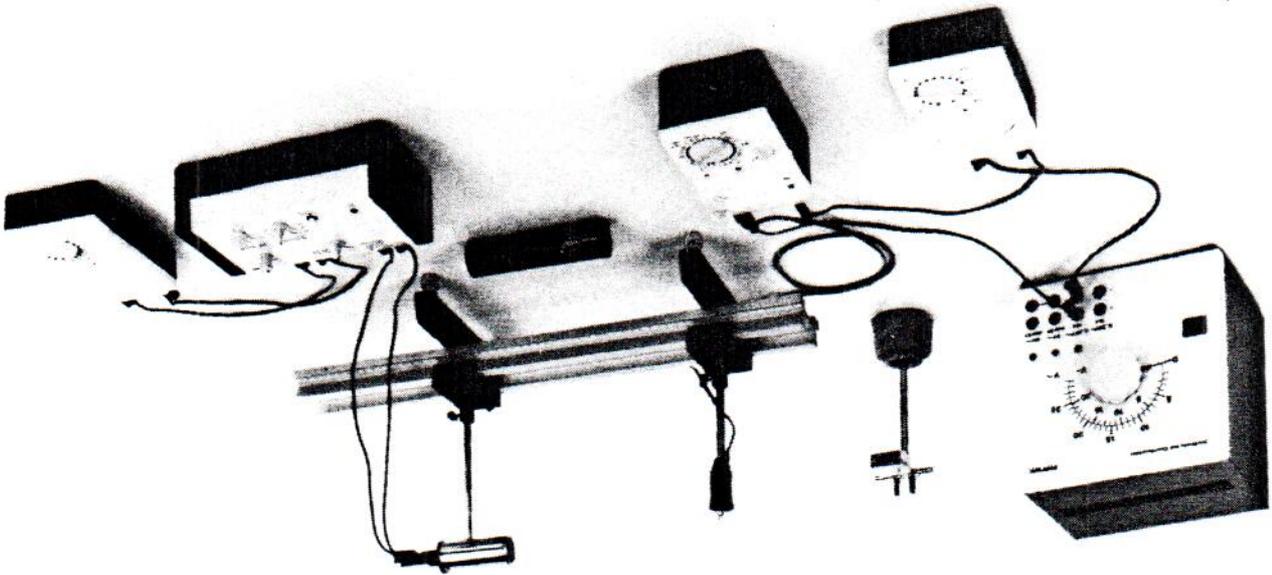
### Principle

According to Stefan-Boltzmann's law, the energy emitted by a black body per unit area and unit time is proportional to the power "four" of the absolute temperature of the body. Stefan-Boltzmann's law is also valid for a so-called "grey" body whose surface shows a wavelength-independent absorption-coefficient of less than one. In the experiment, the "grey" body is represented by the filament of an incandescent lamp whose energy emission is investigated as a function of the temperature.

### Problem

1. To measure the unknown resistance of the filament of the incandescent lamp at room temperature and to ascertain the filament's resistance  $R_0$  at zero degrees centigrade.

Fig. 1: Set-up for experimental verification of Stefan-Boltzmann's law of radiation.



### Equipment

1	07035.00	VOLTMETER, 0.3-300VDC, 10-300VAC /
1	07034.00	MULTIRANGE METER WITH AMPLIFIER
1	07021.01	MULTI-RANGE METER W. OVERT. PROT.
1	08283.00	OPT. PROF. BENCH LENGTH. PIECE, 600MM
2	08284.00	BASE F. OPT. PROFILE-BENCH, ADJUST.
2	08286.01	SLIDE MOUNT F. OPT. PR.-BENCH, H30MM
1	02006.55	BARREL BASE -PASS-
1	06024.00	DISTRIBUTOR
1	39104.08	PEK CARBON RESISTOR 1W 5% 82 OHM
1	11709.93*	POWER SUPPLY 25 VAC/20 VDC, 12 A
1	06175.00	LAMP HOLDER ED. 14, ON STEM
3	06158.00	FILAMENT LAMP 6V/5A, E14
1	08479.01	THERMOPILE, MOLTTYPE E
1	08479.01	SHIELDING TUBE, FOR 08479.00
1	11761.93*	UNIVERSAL MEASURING AMPLIFIER
4	07361.04	CONNECTING CORD, 500 MM, BLUE
4	07361.01	CONNECTING CORD, 500 MM, RED

2. To measure the energy flux density of the lamp at different heating voltages. The corresponding heating current is read off for each heating voltage and the corresponding filament resistance calculated. Anticipating a temperature-dependency of the second order of the filament-resistance, the temperature can be calculated from the measured resistances.

Set-up and procedure

The experiment is started by setting up the circuit of

Fig. 2 to measure the filament's resistance at room tem-

perature. A resistor of 82 ohms is connected in series

with the lamp to allow a fine adjustment of the current.

For 100 mA DC and 200 mA DC the voltage drops

across the filament are read off and the resistance at

room temperature is calculated. The current intensities

are sufficiently small to neglect heating effects.

The experimental set-up of Fig. 1 is then constructed.

The 82 ohm resistor is no longer part of the circuit. The

filament is now supplied by a variable AC-voltage

source via an ammeter allowing measurement of alter-

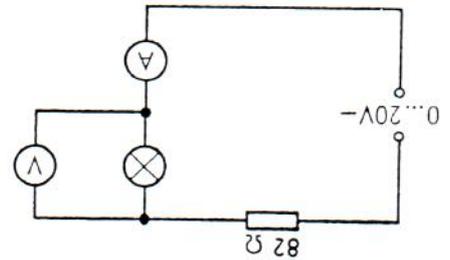
nating currents of up to 6 amperes. The voltmeter is

branched across the filament and the alternating volt-

age is increased in steps of 1 volt up to a maximum of

8 V AC.

Fig. 2: Circuit to measure the resistance of the filament at room temperature.



**Remark:** the supply voltage of the incandescent lamp is 6 V AC. A voltage of up to 8 V AC can be applied if the period of supply is limited to a few minutes.

Initially, a voltage of 1 V AC is applied to the lamp and the Moll-thermopile, which is at a distance of 30 cm right and to the left until the thermo-electric e. m. f. shows a maximum. The axis of the cylindrical filament should be perpendicular to the optical bench axis. since the thermo-electric e. m. f. is in the order of magnitude of a few millivolts, an amplifier has to be used for accurate readings. The factor of amplification will be  $10^3$  or  $10^4$  when using the voltmeter connected to the amplifier in the 10 V range. Before a reading of the thermo-electric e. m. f. is taken, a proper "zero"-adjustment has to be assured. This is done by taking the lamp together with its slide-mount away from the bench for a few minutes.

After the lamp has been put back onto the bench, the reading can be taken if the Moll-thermopile has reached its equilibrium. This takes about one minute. Care must be taken that no background radiation disturbs the measurement.

Theory and evaluation

If the energy flux density of a black body, e. g. the energy emitted per unit area and unit time at temperature  $T$  and wavelength  $\lambda$  within the interval  $d\lambda$ , is designated

by  $dL(\lambda, T)/d\lambda$ ,

Planck's formula states:

$$\frac{dL(\lambda, T)}{d\lambda} = \frac{2c^2 h \lambda^{-5}}{hc} \frac{e^{-\lambda kT}}{e - 1}$$

with:  $c$  = velocity of light

$$(3.00 \cdot 10^8 \text{ m/s})$$

$h$  = Planck's constant

$$(6.62 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s})$$

$k$  = Boltzmann's constant

$$(1.381 \cdot 10^{-23} \text{ J} \cdot \text{K}^{-1})$$

(1)

Integration of equation (1) over the total wavelength-range from  $\lambda = 0$  to  $\lambda = \infty$  gives the flux density  $L(T)$  (Stefan-Boltzmann's law).

$$L(T) = \frac{2\pi^5}{15} \frac{k^4}{c^2 h^3} \cdot T^4 \quad (2)$$

respectively  $L(T) = \sigma \cdot T^4$

$$\text{with } \sigma = 5.67 \cdot 10^{-8} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-4}$$

The proportionality  $L \sim T^4$  is also valid for a so-called "grey" body whose surface shows a wavelength-independent absorption-coefficient of less than one.

To prove the validity of Stefan-Boltzmann's law, we measure the radiation emitted by the filament of an incandescent lamp which represents a "grey" body fairly well. For a fixed distance between filament and thermopile, the energy flux  $\phi$  which hits the thermopile is proportional to  $L(T)$ .

$$\phi \sim L(T)$$

Because of the proportionality between  $\phi$  and the thermo-electric e. m. f.,  $U^{\text{therm}}$  of the thermopile, we can also write:

$$U^{\text{therm}} \sim T^4$$

if the thermopile is at a temperature of zero degrees Kelvin. Since the thermopile is at room temperature  $T_R$  it also radiates due to the  $T^4$  law so that we have to write:

$$U^{\text{therm}} \sim (T^4 - T_R^4)$$

Under the present circumstances, we can neglect  $T_0$  against  $T$  so that we should get a straight line with slope "4" when representing the function  $U_{thrm} = f(T)$  double logarithmically.

$$(3) \lg U_{thrm} = 4 \lg T + \text{const.}$$

The absolute temperature  $T = t + 273$  of the filament is calculated from the measured resistances  $R(t)$  of the tungsten filament ( $t =$  temperature in centigrade). For the tungsten filament resistance, we have the following temperature dependence:

$$(4) R(t) = R_0(1 + at + \beta t^2)$$

with  $R_0 =$  resistance at  $0^\circ\text{C}$   
 $a = 4.82 \cdot 10^{-3} \text{K}^{-1}$   
 $\beta = 6.76 \cdot 10^{-7} \text{K}^{-2}$

The resistance  $R_0$  at  $0^\circ\text{C}$  can be found by using the relation:

$$(5) R_0 = \frac{R(t)}{1 + a \cdot t + \beta \cdot t^2}$$

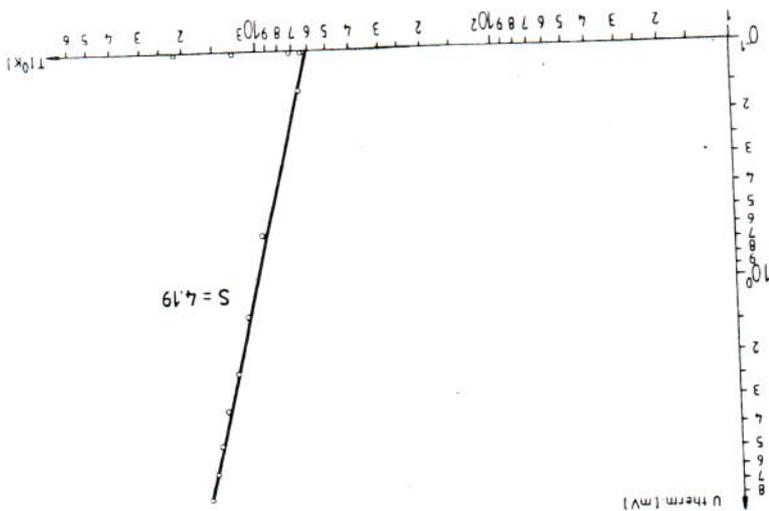
Solving  $R(t)$  with respect to  $t$  and using the relation  $T = t + 273$  gives:

$$(6) T = 273 + \frac{1}{2\beta} \left[ \sqrt{a^2 + 4\beta \left( \frac{R(t)}{R_0} - 1 \right) - a} \right]$$

$R(t)$  and  $R(t)$  are found by applying Ohm's law, e.g. by voltage and current measurements across the filament.

1. Using the DC voltage output of the power supply unit, a direct current of 100 mA respectively 200 mA was supplied to the filament via an 82 ohm resistor. The corresponding voltage drops were

Fig. 3: Thermoelectric e.m.f. of thermopile as a function of the filament's absolute temperature.



2. Increasing the AC heating voltage in steps of 1 V AC from 0 to 8 volts gave the following results:

$U$ [V]	$I$ [A]	$U_{thrm}$ [mV]	$T$ [K]
8	5.70	2.20	672
7	5.30	2.80	683
6	4.90	3.45	716
5	4.45	4.00	730
4	4.00	4.45	730
3	3.45	4.90	730
2	2.80	5.30	730
1	2.20	5.90	730
	1.30	7.50	7720

Small variations in  $R_0$  only influence the slope  $S$ , which is to be found, in a negligible way.

$$(8) R_0 = 0.15 [\Omega]$$

and hence:

$$(7) R(t) = 0.165 [\Omega]$$

found to be 16.5 mV and 33.0 mV. Doubling the current doubles the voltage drop. This shows that the temperature influence on the resistance is still negligibly small for the DC values chosen. We find in this case

The true value of  $S$ , which is 4, is found to be within the limits of error.

$$S = 4.19 \pm 0.265$$

The double logarithmic, graphical representation of the energy flux versus absolute temperature is shown in Fig. 3. The slope  $S$  of the straight line is calculated, by regression, to be:

(9)

Instrucciones de Servicio

Mode d'emploi

557 36

Pila termoeléctrica de Moll

Pile thermo-électrique, d'après Moll

La pila termo-électrique, d'après Moll sert à mesurer le rayonnement thermique et est constituée par plusieurs thermo-éléments montés en série. L'exposition au rayonnement engendre une tension thermo-électrique, que l'on mesure à l'aide d'un appareil sensible à la tension.

1 Características técnicas

Resistencia interna: env. 10 Ω  
 Sensibilidad: env. 0,16 mV/mW  
 Domains de longeurs: 150 nm - 15 μm  
 d'ondes: 2 s - 3 s  
 Equilibre thermique atteint en: 16 petites bandes de constantan et manganine, connectées en série, soudées à l'argent.  
 Diamètre de la surface de mesure: 10 mm distance *a* (entre les thermo-éléments et l'ouverture frontale): env. 50 mm (voir la fig. 2)  
 Dimensions: carter: longueur 80 mm; φ 34 mm tige: longueur 100 mm; φ 10 mm Poids: env. 0,5 kg

2 Description

2.1 Fonction des divers éléments (voir fig. 2)  
 ① Carter métallique massif porté par une tige  
 ② Pavillon de métal poli; angle d'ouverture du cône: 22°; section minimale de 10 mm de φ.  
 ③ Verre noirci, derrière lequel se trouvent les 16 thermo-éléments ④ montés en série, les soudures ⑤ se trouvant le long d'un axe vertical courant le long de la paroi de verre.  
 ④ Thermo-éléments

La pila termoeléctrica de Moll se utiliza para medir la radiación térmica y se compone de varios termoelementos conectados en serie. Por la radiación se produce una tensión termoeléctrica que se mide con un aparato de medición sensible a la tensión.

2 Características técnicas

Resistencia interna: aprox. 10 Ω  
 Sensibilidad: aprox. 0,16 mV/mW  
 Intervalo de longitud de onda: 150 nm - 15 μm  
 Duración de regulación: 2 s - 3 s  
 Termoelementos: 16 cintas de constantan-manganina, conectadas en serie, soldadas con plata. Diámetro de la superficie de medida: 10 mm; 5 μm espesor. Distancia *a* (entre termoelementos y abertura anterior): aprox. 50 mm (véase fig. 2)  
 Dimensiones: Caja: 80 mm largo; 34 mm φ Mango: 100 mm largo; 10 mm φ Peso: aprox. 0,5 kg

2 Descripción

2.1 Piezas funcionales (véase fig. 2)  
 ① Caja de metal maciza con mango  
 ② Embudo de metal pulido con un ángulo de abertura de 22° y mínima abertura de paso de 10 mm de diámetro  
 ③ Disco ennegrecido, en cuyo dorso y sobre el diámetro vertical de la superficie se encuentran los puntos de soldadura/medición ⑤ de los 16 termoelementos ④ conectados en serie  
 ④ Termoelementos

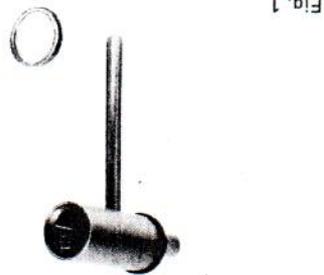


Fig. 1

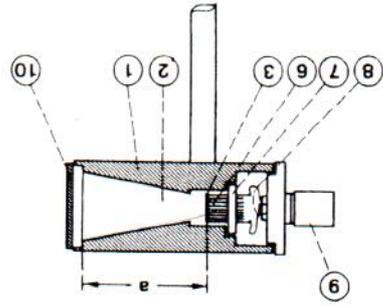


Fig. 2

- ⑤ Puntos de soldadura/medición (pares de termoelementos soldados con plata)
- ⑥ Varillas de cobre lacadas; sirven como conductores térmicos entre el termoelemento ④ y el punto de medida comparativo ⑦
- ⑦ Punto de medición comparativo; se encuentra en contacto térmico directo con la caja ①
- ⑧ Líneas eléctricas a la salida de medida
- ⑨ Casquillos de 4 mm para la conexión de un aparato de medición sensible
- ⑩ Disco de vidrio, montado en anillo de metal; sirve para la protección durante la conservación y el transporte. Al realizar las mediciones tiene que sacarse.

## 2.2 Principio de funcionamiento (véase fig. 2)

La radiación que incide en la pila termoelectrónica alcanza en parte directamente y en parte después de una desviación a través del embudo de metal pulido ② el disco ennegrecido ③. Este se encuentra en contacto térmico directo con los puntos de soldadura/medición ⑤ de los 16 termoelementos conectados en serie ④. El punto de medición comparativo ⑦ se encuentra a la temperatura de la caja ①, es decir, prácticamente a la temperatura ambiente.

Si no incide ninguna radiación térmica en la pila termoelectrónica, el punto de soldadura/medición ⑤ y el punto de soldadura comparativo ⑦ se encuentran a la misma temperatura, es decir, a la temperatura ambiente. Como no existe ninguna diferencia de temperatura, no se presenta tampoco ninguna tensión térmico-eléctrica.

Si la pila termoelectrónica se expone a la radiación térmica de un cuerpo, cuya temperatura es más alta que la del lugar de medición comparativa ⑦ (temperatura de la caja o temperatura ambiente), se calienta entonces el disco ennegrecido ③, debido a su menor capacidad térmica, muy rápidamente (en aprox. 2-3 s), mientras que la caja continúa estando a la temperatura ambiente. Debido a esto se produce una diferencia de temperatura entre el lugar de soldadura/medición ⑤ y el lugar de medida comparativo. De aquí resulta una tensión termoelectrónica que puede ser tomada en los casquillos de salida ⑨. La tensión termoelectrónica medida es proporcional a la potencia de radiación térmica incidente.

Si se expone la pila termoelectrónica, sin embargo, a la radiación térmica de un cuerpo, cuya temperatura se encuentra por debajo de la temperatura del punto de medición comparativo ⑦, el disco ennegrecido ③ adquiere una temperatura más baja que el punto de medición comparativo (o de la caja). De nuevo se produce una diferencia de temperatura de la cual resulta una tensión termoelectrónica de polaridad contraria.

## 3 Notas para experimentar

Los aparatos de medida adecuados para la pila termoelectrónica son los siguientes:

- a) Amplificador de medida sensible a la tensión (532 06) en unión con un mecanismo de medida de 60 mV c.c./300  $\mu$ A, por ej., instrumento de carrete móvil P ó D (531 791 ó 781).
- b) Galvanómetro de espejo escolar (532 10) en unión con el ajustador de sensibilidad (532 11).

### c) Microvoltímetro (532 13).

En todos casos hay que leer las correspondientes instrucciones de empleo cuando se usen. Durante los experimentos tener en cuenta la máxima carga admisible de la pila termoelectrónica (véase los datos técnicos).

Si se quieren tener mediciones exactas hay que evitar las influencias extrañas (el movimiento del aire o radiación térmica extraña, como por ej. del sol o calefacción).

## 3 Indications pour les expériences

Les appareils de mesures appropriés à la pile thermo-électrique sont:

- a) L'amplificateur de mesure sensible à la tension (532 06) relié à un appareil de mesure 60 mV — 300  $\mu$ A, par ex. l'instrument de mesure à cadre mobile P ou D (531 791 ou 781).
- b) Le galvanomètre à miroir pour l'enseignement (532 10) relié au régulateur de sensibilité (532 11).

### c) Microvoltmètre (532 13)

Prépare de lire les modes d'emploi correspondants lors de l'utilisation des appareils. Tenir compte de la température maximale admissible par la pile lors des expériences (voir caractéristiques techniques).

Lors des mesures, il faut éviter toutes influences parasites (mouvements de l'air ambiant, rayonnements parasites par ex. du soleil ou d'un appareil de chauffage).

## 2.2 Mode de fonctionnement (voir fig. 2)

Si l'on expose la pile au rayonnement d'un corps dont la température est plus élevée que celle du point de référence de mesure (c. à d. la température du carter, pratiquement la température ambiante), le verre noirci, de faible capacité thermique, s'échauffe très rapidement (en 2 à 3 s), alors que le carter reste à la température ambiante. Il en résulte une différence de température entre le point des soudures ⑤ et le point de référence de mesure ⑦. Cette différence engendre une tension pouvant être prélevée aux bornes de sortie ⑨. Cette tension est proportionnelle à la puissance du rayonnement reçu.

Si par contre on expose la pile au rayonnement d'un corps dont la température est plus basse que celle du point de référence de mesure ⑦, le verre noirci prend une température plus basse que la température de référence (du carter aussi par ex.). Il en résulte une différence de température, qui engendre une tension de polarité inverse par rapport à l'expérience précédente.

Si la pile ne reçoit aucun rayonnement, les soudures ⑤ et la soudure du point de référence ⑦ se trouvent à la même température, c. à d. à la température ambiante. L'absence de différence de température entraîne l'absence d'apparition d'une tension.

Si l'on expose la pile au rayonnement d'un corps dont la température est plus élevée que celle du point de référence de mesure (c. à d. la température du carter, pratiquement la température ambiante), le verre noirci, de faible capacité thermique, s'échauffe très rapidement (en 2 à 3 s), alors que le carter reste à la température ambiante. Il en résulte une différence de température entre le point des soudures ⑤ et le point de référence de mesure ⑦. Cette différence engendre une tension pouvant être prélevée aux bornes de sortie ⑨. Cette tension est proportionnelle à la puissance du rayonnement reçu.

Si par contre on expose la pile au rayonnement d'un corps dont la température est plus basse que celle du point de référence de mesure ⑦, le verre noirci prend une température plus basse que la température de référence (du carter aussi par ex.). Il en résulte une différence de température, qui engendre une tension de polarité inverse par rapport à l'expérience précédente.

Si l'on expose la pile au rayonnement d'un corps dont la température est plus élevée que celle du point de référence de mesure (c. à d. la température du carter, pratiquement la température ambiante), le verre noirci, de faible capacité thermique, s'échauffe très rapidement (en 2 à 3 s), alors que le carter reste à la température ambiante. Il en résulte une différence de température entre le point des soudures ⑤ et le point de référence de mesure ⑦. Cette différence engendre une tension pouvant être prélevée aux bornes de sortie ⑨. Cette tension est proportionnelle à la puissance du rayonnement reçu.

Si par contre on expose la pile au rayonnement d'un corps dont la température est plus basse que celle du point de référence de mesure ⑦, le verre noirci prend une température plus basse que la température de référence (du carter aussi par ex.). Il en résulte une différence de température, qui engendre une tension de polarité inverse par rapport à l'expérience précédente.

**Related Concepts**

Black body radiation, thermoelectric e.m.f., temperature dependence of resistances.

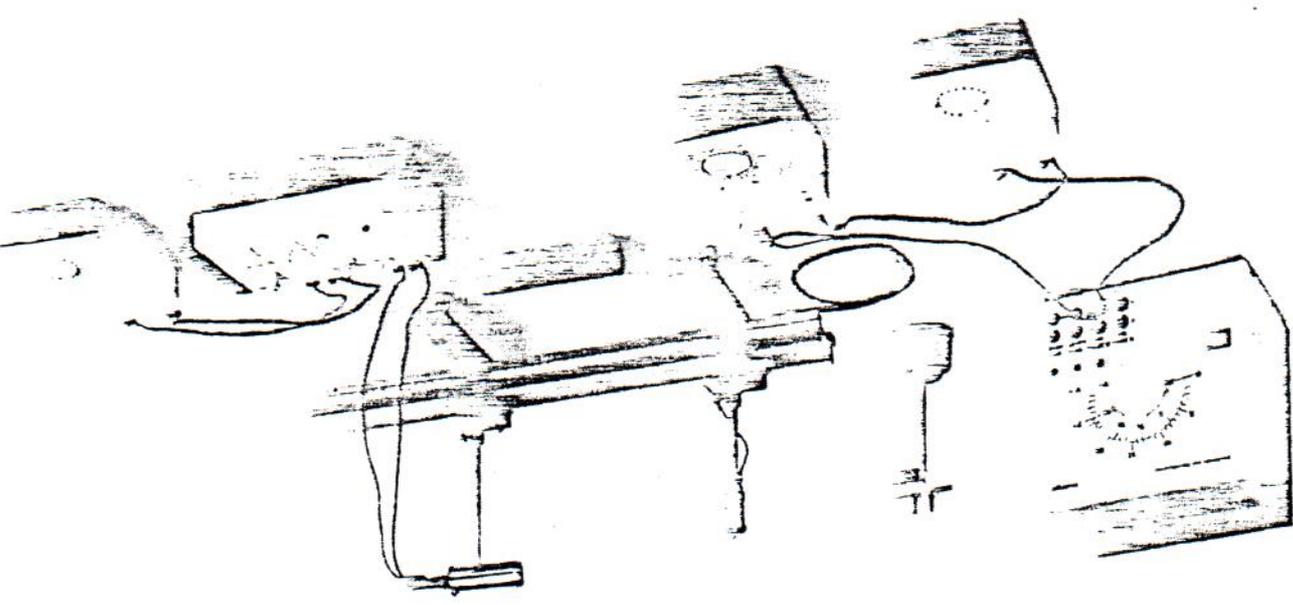
**Principle**

According to Stefan-Boltzmann's law, the energy emitted by a black body per unit area and unit time is proportional to the power "four" of the absolute temperature of the body. Stefan-Boltzmann's law is also valid for a so-called "grey" body whose surface shows a wavelength-independent absorption-coefficient of less than one. In the experiment, the "grey" body is represented by the filament of an incandescent lamp whose energy emission is investigated as a function of the temperature.

**Problem**

1. To measure the unknown resistance of the filament of the incandescent lamp at room temperature and to ascertain the filament's resistance  $R_f$  at zero degrees centigrade.

Fig. 1: Set-up for experimental verification of Stefan-Boltzmann's law of radiation.



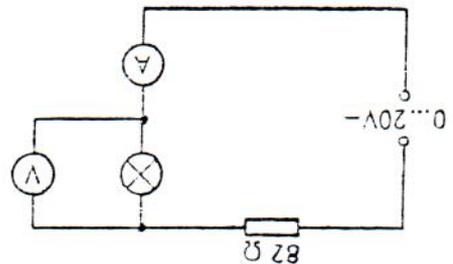
**Equipment**

1	07035.00	VOLTMETER, 0.3-300VDC, 10-300VAC /
1	07034.00	MULTIRANGE METER WITH AMPLIFIER
1	07021.01	MULTI-RANGE METER W. OVERL. PROT.
1	08283.00	OPT. PROF. BENCH LENGTH. PIECE, 600MM
2	08284.00	BASE F. OPT. PROFILE-BENCH, ADJUST.
2	08286.01	SLIDE MOUNT F. OPT. PR.-BENCH, H30MM
1	02006.55	BARREL BASE -PASS-
1	06024.00	DISTRIBUTOR
1	39104.08	BEK CARBON RESISTOR 1W 5% 82 OHM
1	11709.93*	POWER SUPPLY 25 VAC/20 VDC, 12 A
1	06175.00	LAMP HOLDER ED.14, ON STEM
1	06158.00	FILAMENT LAMP 6V/5A, E14
3	08479.00	THERMOPILE, MOLTTYPE F
1	08479.01	SHIELDING TUBE, FOR 08479.00
1	11761.93*	UNIVERSAL MEASURING AMPLIFIER
4	07361.04	CONNECTING CORD, 500 MM, BLUE
4	07361.01	CONNECTING CORD, 500 MM, RED

The experiment is started by setting up the circuit of Fig. 2 to measure the filament's resistance at room temperature. A resistor of 82 ohms is connected in series with the lamp to allow a fine adjustment of the current. For 100 mA DC and 200 mA DC the voltage drops across the filament are read off and the resistance at room temperature is calculated. The current intensities are sufficiently small to neglect heating effects.

The experimental set-up of Fig. 1 is then constructed. The 82 ohm resistor is no longer part of the circuit. The filament is now supplied by a variable AC-voltage source via an ammeter allowing measurement of alternating currents of up to 6 amperes. The voltmeter is branched across the filament and the alternating voltage is increased in steps of 1 volt up to a maximum of 8 V AC.

Fig. 2: Circuit to measure the resistance of the filament at room temperature.



**Remark:** the supply voltage of the incandescent lamp is 6 V AC. A voltage of up to 8 V AC can be applied if the period of supply is limited to a few minutes.

Initially, a voltage of 1 V AC is applied to the lamp and the Moll-thermopile, which is at a distance of 30 cm from the filament, is turned (slide-mount fixed) to the right and to the left until the thermoelectric e. m. f. shows a maximum. The axis of the cylindrical filament should be perpendicular to the optical bench axis. Since the thermoelectric e. m. f. is in the order of magnitude of a few millivolts, an amplifier has to be used for accurate readings. The factor of amplification will be  $10^2$  or  $10^3$  when using the voltmeter connected to the amplifier in the 10 V range. Before a reading of the thermoelectric e. m. f. is taken, a proper "zero"-adjustment has to be assured. This is done by taking the lamp together with its slide-mount away from the bench for a few minutes.

After the lamp has been put back onto the bench, the reading can be taken if the Moll-thermopile has reached its equilibrium. This takes about one minute. Care must be taken that no background radiation disturbs the measurement.

If the energy flux density of a black body, e.g. the energy emitted per unit area and unit time at temperature  $T$  and wavelength  $\lambda$  within the interval  $d\lambda$ , is designated by  $dL(\lambda, T, \lambda) / d\lambda$ ,

Planck's formula states:

$$\frac{dL(\lambda, T)}{d\lambda} = \frac{2c^2 h \lambda^{-5}}{hc} \frac{\lambda k T}{e^{-1}}$$

with:  $c$  = velocity of light

$$(3.00 \cdot 10^8 \text{ m/s})$$

$h$  = Planck's constant

$$(6.62 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s})$$

$k$  = Boltzmann's constant

$$(1.381 \cdot 10^{-23} \text{ J} \cdot \text{K}^{-1})$$

Integration of equation (1) over the total wavelength-range from  $\lambda = 0$  to  $\lambda = \infty$  gives the flux density  $L(T)$  (Stefan-Boltzmann's law)

$$L(T) = \frac{15}{2\pi^5} \frac{c^2 h^3}{K^3} \cdot T^4 \quad (2)$$

respectively  $L(T) = \sigma \cdot T^4$

$$\text{with } \sigma = 5.67 \cdot 10^{-8} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-4}$$

The proportionality  $L \sim T^4$  is also valid for a so-called "grey" body whose surface shows a wavelength-independent absorption-coefficient of less than one.

To prove the validity of Stefan-Boltzmann's law, we measure the radiation emitted by the filament of an incandescent lamp which represents a "grey" body fairly well. For a fixed distance between filament and thermopile, the energy flux  $\phi$  which hits the thermopile is proportional to  $L(T)$ .

$$\phi \sim L(T)$$

Because of the proportionality between  $\phi$  and the thermoelectric e. m. f.,  $U_{\text{therm}}$  of the thermopile, we can also write:

$$U_{\text{therm}} \sim T^4$$

if the thermopile is at a temperature of zero degrees Kelvin. Since the thermopile is at room temperature  $T_R$  it also radiates due to the  $T^4$  law so that we have to write:

$$U_{\text{therm}} - (T_R^4 - T_R^4)$$

Under the present circumstances, we can neglect  $T_f$  against  $T$  so that we should get a straight line with slope "4" when representing the function  $U_{therm} = f(T)$  double logarithmically.

$$\lg U_{therm} = 4 \lg T + const. \quad (3)$$

The absolute temperature  $T = t + 273$  of the filament is calculated from the measured resistances  $R(t)$  of the tungsten filament ( $t =$  temperature in centigrade). For the tungsten filament resistance, we have the following temperature dependence:

$$R(t) = R_0(1 + \alpha t + \beta t^2) \quad (4)$$

with  $R_0 =$  resistance at  $0^\circ C$   
 $\alpha = 4.82 \cdot 10^{-3} K^{-1}$   
 $\beta = 6.76 \cdot 10^{-7} K^{-2}$

The resistance  $R_0$  at  $0^\circ C$  can be found by using the relation:

$$R_0 = \frac{R(t)}{1 + \alpha \cdot t + \beta \cdot t^2} \quad (5)$$

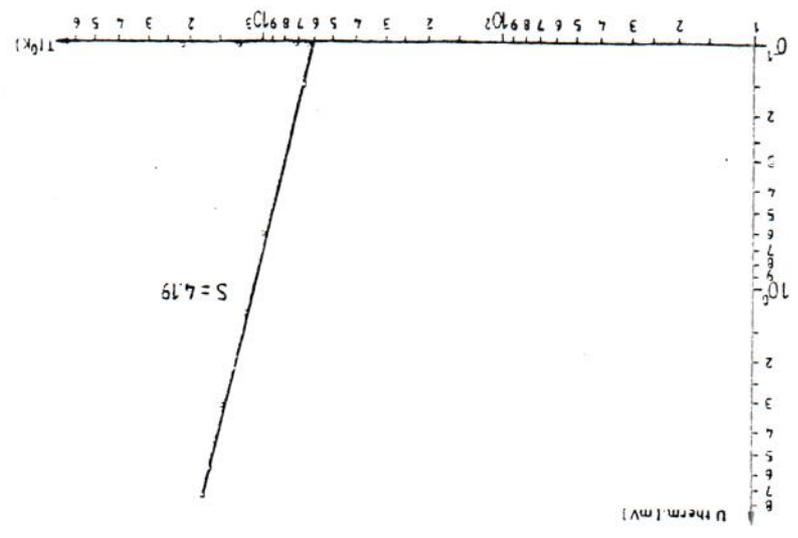
Solving  $R(t)$  with respect to  $t$  and using the relation  $T = t + 273$  gives:

$$T = 273 + \frac{1}{2\beta} \left[ \sqrt{\alpha^2 + 4\beta \left( \frac{R(t)}{R_0} - 1 \right)} - \alpha \right] \quad (6)$$

$R(t_f)$  and  $R(t)$  are found by applying Ohm's law, e.g. by voltage and current measurements across the filament.

- Using the DC voltage output of the power supply unit, a direct current of 100 mA respectively 200 mA was supplied to the filament via an 82 ohm resistor. The corresponding voltage drops were

Fig. 3: Thermoelectric e.m.f. of thermopile as a function of the filament's absolute temperature.



found to be 165 mV and 33 (mV). Doubling the current doubles the voltage drop. This shows that the temperature influence on the resistance is still negligibly small for the DC values chosen. We find in this case

$$R(t_f) = 0.165 [\Omega] \quad (7)$$

and hence:

$$R_0 = 0.15 [\Omega] \quad (8)$$

Small variations in  $R_0$  only influence the slope  $S$ , which is to be found, in a negligible way.

- Increasing the AC heating voltage in steps of 1 V AC from 0 to 8 volts gave the following results:

$U [V]$	$I [A]$	$U_{therm} [mV]$	$T [K]$
1	2.20	0.15	672
2	2.80	0.62	983
3	3.45	1.30	1160
4	4.00	2.20	1300
5	4.45	3.20	1430
6	4.90	4.45	1540
7	5.30	5.90	1630
8	5.70	7.50	1720

The double logarithmic graphical representation of the energy flux versus absolute temperature is shown in Fig. 3. The slope  $S$  of the straight line is calculated, by regression, to be:

$$S = 4.19 \pm 0.265 \quad (9)$$

The true value of  $S$ , which is 4, is found to be within the limits of error.

energy through the hole. In accord with common experience, we can anticipate that the spectral distribution of the emitted radiant energy will be dependent on the oven's absolute temperature  $T$ . As the temperature increases, the hole will initially radiate predominantly infrared, and then gradually it will take on a faint reddish glow that gets brighter and brighter, shifting to yellow, white, and finally blue-white. Experimental investigations (notably by O. Lummer and E. Pringsheim, 1899) resulted in spectral curves similar to those of Fig. 13.1. The quantity  $I_\lambda$ , which is plotted as the ordinate, is known as the *spectral flux density* or *spectral exitance*. It corresponds to the emitted power per unit area per unit wavelength interval leaving the hole. Were we to make such measurements, at least in principle, we could determine the exitance (in  $\text{W/m}^2$ ) from the blackbody at a given wavelength  $\lambda$ , using some sort of power meter. But in actuality, any such meter would accept a range of wavelengths  $\Delta\lambda$  centered about  $\lambda$ , so we introduce the notion of *spectral exitance*. The curves of  $I_\lambda$  versus  $\lambda$  can be plotted so that the area beneath them is measured in  $\text{W/m}^2$ . Notice how the peaks in the curves shift toward the shorter wavelengths as  $T$  increases.

In 1879 Josef Stefan (1835–1893) observed that the total radiant flux density (or exitance,  $I$ ) of a blackbody

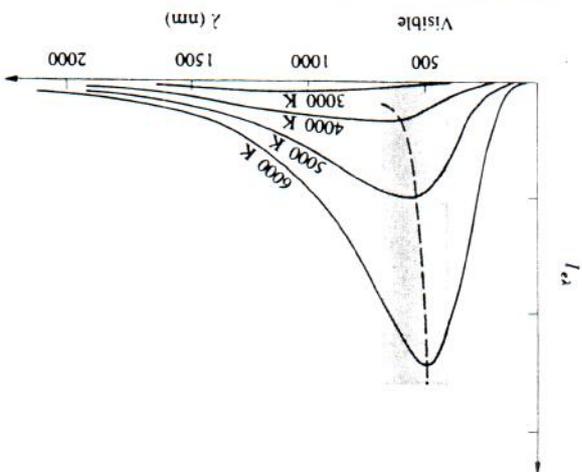


Figure 13.1 Blackbody radiation curves. The hyperbola passing through peak points corresponds to Wien's law.

field energy. Another far-reaching distinction between this and the classical picture is in the consideration of interactions. Quantum field theory maintains that all interactions arise from the creation and annihilation of particles. To wit, forces, in the classical sense, are envisioned as due to the exchange of quanta or lumps of the field in question. Charged particles can interact by absorbing and emitting, in a mutual exchange, quanta of the electromagnetic field, that is, photons. Presumably the gravitational interaction is similarly the result of an exchange of quanta of the gravitational field—gravitons.

This then is something of a cursory view of the direction taken by contemporary quantum field theory. In the next few sections we will consider some of the experiments that led to the development of the quantum-mechanical photon picture.

## BLACKBODY RADIATION—PLANCK'S QUANTUM HYPOTHESIS

At the turn of the nineteenth century, the electromagnetic theory of light, fashioned by Maxwell and meticulously verified by Hertz, was firmly established as one of the cornerstones of science. But periods of contentment in physics are usually short-lived, and Max Planck in 1900 unleashed a conceptual whirlwind that ultimately led to a radical change in the picture of the physical universe. Planck, who had been a student of Helmholtz and Kirchhoff, was working on a theoretical analysis of a seemingly obscure phenomenon known as *blackbody radiation*. We know that if an object is in thermal equilibrium with its environment, it must emit as much radiant energy as it absorbs. It follows that a good absorber is a good emitter. A perfect absorber, one which absorbs all radiant energy incident upon it, regardless of wavelength, is said to be a *blackbody*. Generally, one approximates a blackbody in the laboratory by a hollow insulated enclosure (an oven) that contains a small hole in one wall. Radiant energy entering the hole has little chance of being reflected out again, so that the enclosure acts as a nearly perfect absorber. The "black" pupil of the eye suggests the mechanism. On the other hand, if the oven is heated, it can serve as a source emitting

energy through the hole. In accord with common experience, we can anticipate that the spectral distribution of the emitted radiant energy will be dependent on the oven's absolute temperature  $T$ . As the temperature increases, the hole will initially radiate predominantly infrared, and then gradually it will take on a faint reddish glow that gets brighter and brighter, shifting to yellow, white, and finally blue-white. Experimental investigations (notably by O. Lummer and E. Pringsheim, 1899) resulted in spectral curves similar to those of Fig. 13.1. The quantity  $I_\lambda$ , which is plotted as the ordinate, is known as the *spectral flux density* or *spectral exitance*. It corresponds to the emitted power per unit area per unit wavelength interval leaving the hole. Were we to make such measurements, at least in principle, we could determine the exitance (in  $W/m^2$ ) from the blackbody at a given wavelength  $\lambda$ , using some sort of power meter. But in actuality, any such meter would accept a range of wavelengths  $\Delta\lambda$  centered about  $\lambda$ , so we introduce the notion of *spectral exitance*. The curves of  $I_\lambda$  versus  $\lambda$  can be plotted so that the area beneath them is measured in  $W/m^2$ . Notice how the peaks in the curves shift toward the shorter wavelengths as  $T$  increases.

In 1879 Josef Stefan (1835–1893) observed that the total radiant flux density (or exitance,  $I$ ) of a blackbody

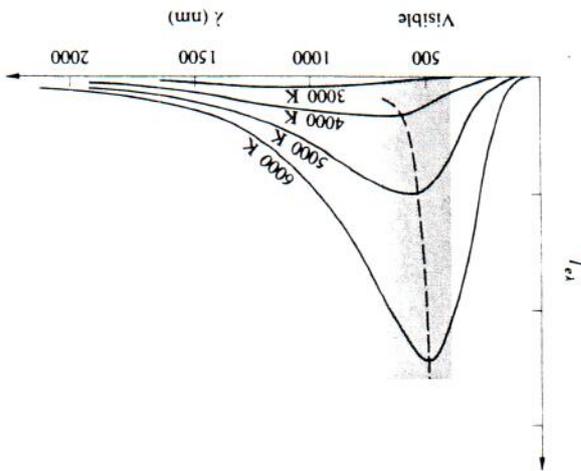


Figure 13.1 Blackbody radiation curves. The hyperbola passing through peak points corresponds to Wien's law.

## BLACKBODY RADIATION—PLANCK'S QUANTUM HYPOTHESIS

Another far-reaching distinction between this and the classical picture is in the consideration of interactions. Quantum field theory maintains that all interactions arise from the creation and annihilation of particles. To wit, forces, in the classical sense, are envisioned as due to the exchange of quanta or lumps of the field in question. Charged particles can interact by absorbing and emitting, in a mutual exchange, quanta of the electromagnetic field, that is, photons. Presumably the gravitational interaction is similarly the result of an exchange of quanta of the gravitational field—gravitons.

This then is something of a cursory view of the direction taken by contemporary quantum field theory. In the next few sections we will consider some of the experiments that led to the development of the quantum-mechanical photon picture.

At the turn of the nineteenth century, the electromagnetic theory of light, fashioned by Maxwell and meticulously verified by Hertz, was firmly established as one of the cornerstones of science. But periods of contentment in physics are usually short-lived, and Max Planck in 1900 unleashed a conceptual whirlwind that ultimately led to a radical change in the picture of the physical universe. Planck, who had been a student of Helmholtz and Kirchhoff, was working on a theoretical analysis of a seemingly obscure phenomenon known as *blackbody radiation*. We know that if an object is in thermal equilibrium with its environment, it must emit as much radiant energy as it absorbs. It follows that a good absorber is a good emitter. A perfect absorber, one which absorbs all radiant energy incident upon it, regardless of wavelength, is said to be a *blackbody*. Generally, one approximates a blackbody in the laboratory by a hollow insulated enclosure (an oven) that contains a small hole in one wall. Radiant energy entering the hole has little chance of being reflected out again, so that the enclosure acts as a nearly perfect absorber. The "black" pupil of the eye suggests the mechanism. On the other hand, if the oven is heated, it can serve as a source emitting