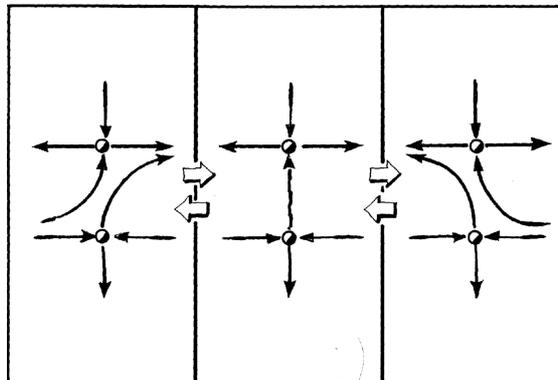


Notas de Aula - Parte 14

Emaranhados Heteroclínicos

Em um fluxo, considere dois pontos de sela hiperbólicos no plano. Neste caso as variedades instáveis e estáveis dos pontos de sela coincidem com as trajetórias do sistema dinâmico e portanto não podem se cruzar. O único tipo de conexão que pode ocorrer entre as variedades é a conexão direta.



Estabilidade estrutural: A conexão direta **não** é estruturalmente estável uma vez que uma pequena perturbação do fluxo pode levar a dois retratos de fase que **não** são topologicamente equivalentes.

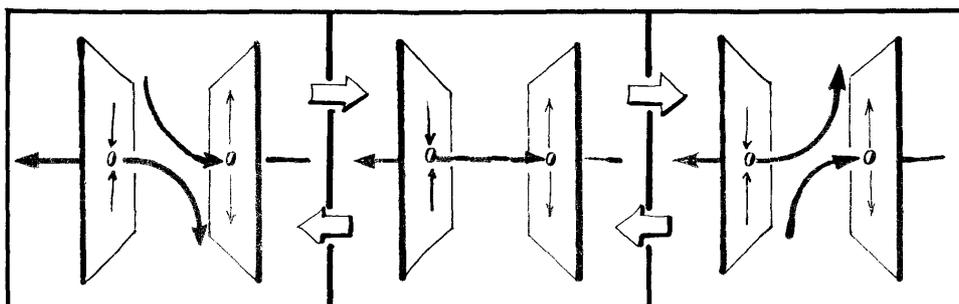
Consideremos agora o caso tridimensional em que existem dois tipos de pontos de sela.

- Variedade estável 1D e variedade instável 2D
- Variedade estável 2D e variedade instável 1D

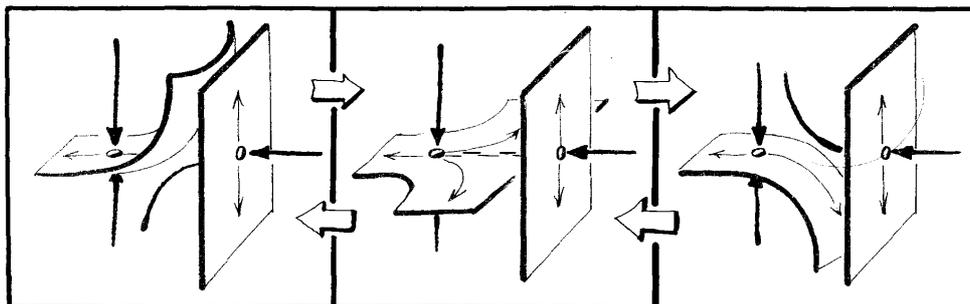
Vamos analisar os tipos de conexões possíveis entre as variedades dos pontos de sela 3D.

Conexões envolvendo a variedade unidimensional

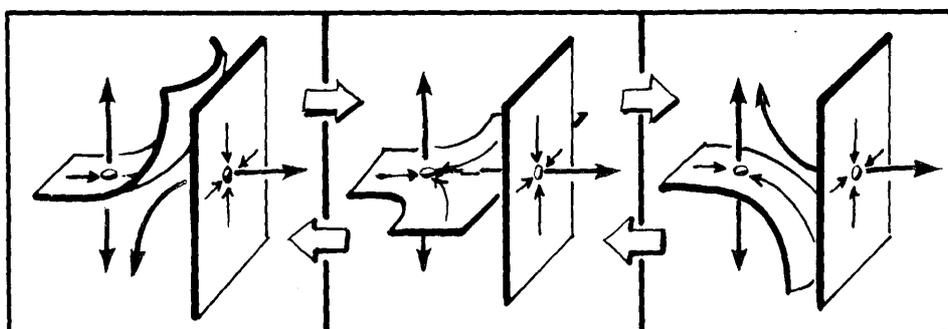
Caso 1: conexão entre as variedades unidimensionais dos pontos de sela \rightarrow *Instável*



Caso 2: conexão entre a variedade unidimensional estável de um ponto de sela com a bidimensional instável do outro \rightarrow *Instável*

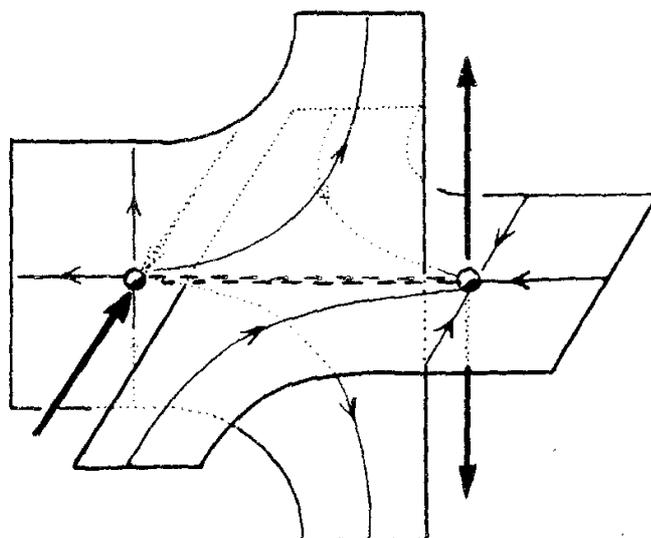


Caso 3: conexão entre a variedade unidimensional instável de um ponto de sela com a bidimensional estável do outro \rightarrow *Instável*



Conexão entre as variedades bidimensionais

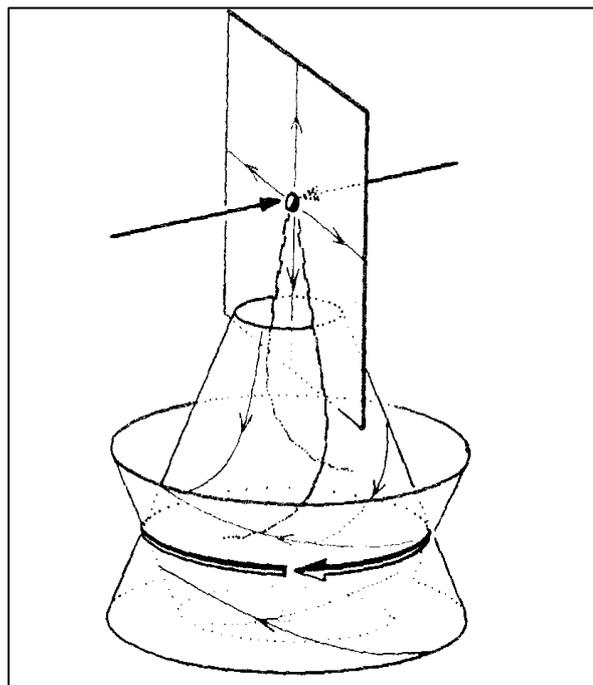
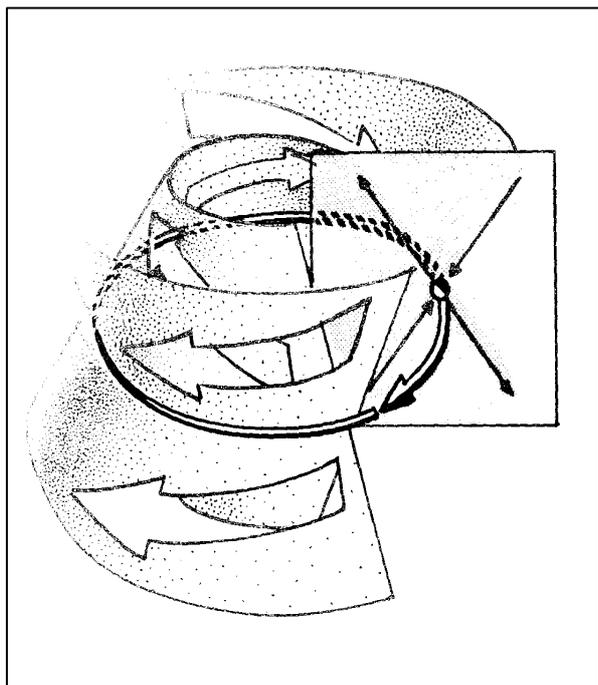
Único caso em 3 dimensões *estruturalmente estável*



Emaranhados Heteroclínicos envolvendo ciclos

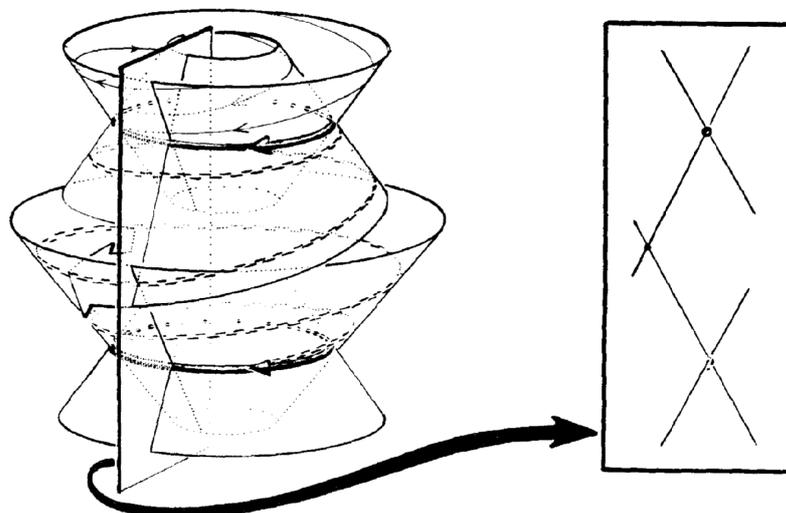
Ciclos-Sela em 3D: Existe um único tipo com variedade estável e instável bidimensionais

Conexões transversais possíveis heteroclínicas: Uma variedade do ciclo-sela com umavariiedade 2D de uma sela 3D.



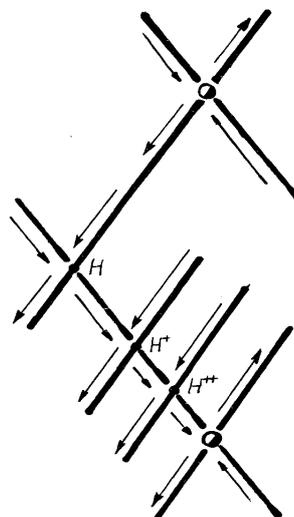
Conexão entre dois ciclos-sela

A figura mostra a conexão das variedades instáveis e estáveis de dois ciclos-sela (*esq.*) e à direita a seção de Poincaré do encontro das variedades onde se observa dois pontos de sela (que vamos chamar de S_1 e S_2) por onde passam as órbitas periódicas e um ponto heteroclínico H entre eles.

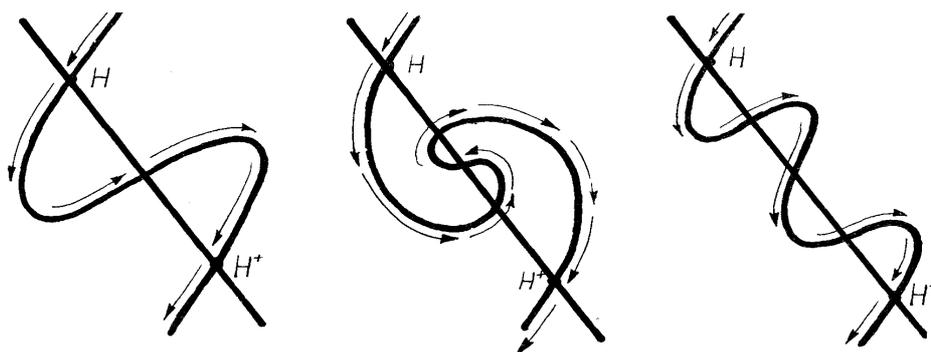


Assinaturas de Birkoff

Considere a seção de Poincaré anterior. O ponto Heteroclínico H pertence a variedade instável de S_1 e à variedade estável de S_2 . Quando uma órbita que parte do ponto H voltar a cruzar a seção de Poincaré em um novo ponto H^+ este ponto por definição também pertencerá a estas duas variedades. Isso significa que uma nova intercessão das variedades de S_1 e S_2 ocorre em H^+ e assim sucessivamente (figura ao lado).



Como as variedades são contínuas é necessário conectar os segmentos obtidos. A solução mais simples seria conecta-los diretamente, porém isso não é possível. As soluções possíveis devem então ser da forma da figura abaixo:



Deste modo a variedade instável de S_1 deve cruzar a variedade estável de S_2 um número ímpar de vezes. O segmento completo ligando H e H^+ foi chamado por Birkoff de assinatura da conexão entre selas.

Extendendo o procedimento anterior para tempo negativo, obtemos o antecessor de H , H^- , H^{--} e assim por diante, resultando em uma seqüência infinita de cruzamentos que corresponde a trajetória heteroclínica completa.

