

**Universidade de São Paulo
Instituto de Física**

***Comportamento Complexo na Experiência
da Torneira Gotejante***

Reynaldo Daniel Pinto

Orientador: Prof. Dr. José Carlos Sartorelli

Comissão Examinadora:

Prof. Dr. José Carlos Sartorelli (IFUSP)
Prof. Dr. Sérgio Machado Rezende (UFPE)
Prof. Dr. Paulo Murilo de Castro Oliveira (UFF)
Prof. Dr. Constantino Tsallis (CBPF)
Prof. Dr. Sílvio Roberto de Azevedo Salinas (IFUSP)

Tese apresentada ao
Instituto de Física da
Universidade de São Paulo,
para a obtenção do título de
Doutor em Ciências.

**São Paulo
1999**

Agradecimentos

À minha mãe, Erica, e minha oma, Frieda, que tanto lutaram e insistiram para que eu estudasse.

À Cris pela compreensão e paciência que teve ao me ajudar neste momento difícil.

Ao Prof. José Carlos Sartorelli pela dedicação como orientador, mas principalmente por sua amizade.

Aos colegas do grupo, distantes e próximos: Whilk, Gustavo, Mário Sandro, Marcelo, Ronaldo e Alberto.

Aos Profs. Constantino Tsallis, Tadeu Penna e Paulo Murilo pelo incentivo que nos deram desde o início deste trabalho.

Aos Profs. Iberê Caldas, Ricardo Galvão, Silvio Salinas, Manoel Robillota, Luiz C. Menezes e Mário de Oliveira pela amizade e pelos bons exemplos.

Aos Profs. Paul So, Bruce Gluckman e Steven Schiff da George Mason University, Carl Robert e Celso Grebogi da University of Maryland pela simpatia e valiosas sugestões.

Ao amigo Alfredo Bonini pelas dicas e “truques” e pelo lazer nas cavernas do PETAR.

À Prof. Elizabeth Yoshimura pelos sábios conselhos e à Prof. Maria Regina pela amizade.

Aos amigos Odair (que me incentivou a fazer a pós), Kaká e Eduzinho da eletrônica do LAL-IFUSP.

Ao pessoal do Laboratório Didático, ao Cidemar, ao Rubão e ao Marcelino que tantos galhos quebraram.

À Prof. Emi Márcia por manter os micros “vivos” e pelas sábias dicas em informática.

Aos funcionários da gráfica e da xerox por nunca terem dito “pra hoje não dá”.

Às secretárias do DFGE: Márcia, Dirce, Ivone e Miriam.

Ao “sêo” Luiz F. da Rosa pelo auxílio na revisão do Português.

À Cleusa Sartorelli por tantas vezes ter me ajudado no Inglês.

À amiga Suelene pela idéia de soprar as gotinhas.

Ao Murilo Batista (Mumu) pela amizade e pelo entusiasmo que irradia.

Aos grupos de Biofísica e Mecânica Estatística que sempre me trataram como se eu fizesse parte deles.

Às amigas Suani Pinho e Kaline Coutinho pela contagiante alegria nordestina.

Ao Dr. Geraldo pela “salsinha” e pelas conversas sobre a teoria da Catástrofe.

Ao Prof. Rocha Barros pela prosa imperdível.

Ao Rodrigo e ao George que me acolheram num momento difícil.

Aos colegas do CCE-USP, em especial ao Jairo pela “força” quando me transferi do CCE para a Física.

Ao João (vigia da Ala I) por ter sido sempre prestativo e atencioso.

Ao Sr. Sidney, do EPE da BOSCH do Brasil, que gentilmente cedeu os injetores para a nossa experiência.

Aos colegas do DFGE que me deram exclusividade no uso da impressora para a tese.

À todos os amigos que eu acabei esquecendo de citar neste momento de desespero.

À CPG do IFUSP.

Ao acessor da FAPESP pelas sugestões e incentivo.

Ao CNPq, à FINEP e à FAPESP pelo suporte financeiro.

Às três mulheres da minha vida:
Frieda, Erica e Cris,

O rosto dele está voltado para o passado. Onde percebemos uma seqüência de eventos, ele vê uma catástrofe única, que vai amontoando escombros sobre escombros na frente de seus pés. O anjo quer ficar, despertar os mortos e recompor o que foi esbandalhado. Mas do paraíso sopra uma tempestade; ela o apanha pelas asas com tal violência que o anjo não pode mais fechá-las. Essa tempestade empurra-o irresistivelmente para o futuro, que está atrás dele, enquanto a pilha de escombros adiante dele cresce rumo aos céus. A essa tempestade damos o nome de progresso.

Walter Benjamin, em *Iluminações*

Resumo

Montamos um aparato experimental para o estudo de comportamentos complexos na dinâmica de formação de gotas d'água no bico de uma torneira. Desenvolvemos um sistema hidráulico em circuito fechado, e um sistema de aquisição de dados automatizado, que também controla a abertura da torneira (uma válvula de agulha).

Utilizamos como parâmetro de controle a taxa de gotejamento estabelecida pela abertura da torneira. Os dados são séries de tempos $\{T_n\}$ entre gotas sucessivas para cada taxa de gotejamento.

Utilizando diagramas de bifurcação, e reconstruções do espaço de fase com mapas de primeiro retorno $T_{n+1} \times T_n$, observamos duplicações de período, bifurcação de Hopf, crises interiores e de fronteira, comportamentos intermitentes, e movimentos quase-periódicos.

Aplicamos anticontrol de caos, desestabilizando um ponto fixo estável com pulsos de ar comprimido sobre o bico da torneira. Também iniciamos o desenvolvimento de uma técnica para o controle de caos.

Verificamos a existência de pontos de sela em vários atratores experimentais e, com a aplicação de dinâmica simbólica, observamos tangências homoclínicas associadas ao aparecimento de atratores de Hénon e bifurcações homoclínicas.

Utilizando métodos de caracterização topológica, estabelecemos duas rotas para o caos envolvendo tangências homoclínicas, e mostramos que o súbito desaparecimento de um atrator caótico, em altas taxas de vazão, é devido a uma “chaotic blue sky catastrophe”, apenas observada anteriormente num modelo de equações usadas por Van der Pol para simular a dinâmica cardíaca.

Abstract

We assembled an experimental apparatus to study the dynamical complex behavior of water drop formation in a nipple faucet. We developed a closed hydrodynamic circuitry, and an automated acquisition data system, which also controls the faucet (a needle valve) opening.

We have used as a control parameter the dripping rate set up by the faucet opening. For each dripping rate, the data are interdrop time series $\{T_n\}$ between two successive drops.

With the help of bifurcation diagrams, and reconstructed phase spaces in first return maps $T_{n+1} \times T_n$, we were able to observe period doubling, Hopf bifurcation, interior and boundary crises, intermittent behaviors, and quasi-periodic movements.

An anti-control of chaos was applied by perturbing a stable fixed point with pulses of compressed air on the nipple faucet. We also started the development of a technique to apply the control of chaos.

The occurrence of saddle points was verified in some experimental attractors. By applying symbolic dynamics, we were able to observe homoclinic tangencies associated with the appearance of Hénon-like attractors and homoclinic bifurcations.

By means of topological characterization, we established two routes to chaos related to homoclinic tangencies. We also observed, at high dripping rates, a sudden disappearance of a chaotic attractor due to a "chaotic blue sky catastrophe", just seen in a Van der Pol model used to simulate cardiac dynamics.

Índice:

1 - Introdução	9
2 - Aspectos Teóricos	13
2.1 - Sistemas dinâmicos	13
2.2 - Mapas de Poincaré e sistemas dinâmicos discretos	13
2.3 - Sensibilidade às condições iniciais e caos	15
2.4 - Sistemas dinâmicos conservativos e dissipativos, bacias de atração e atratores	16
2.5 - Expoentes de Lyapunov	16
2.6 - Reconstrução do espaço de fase em sistemas dinâmicos discretos	18
2.6.1 - Reconstrução a partir de séries temporais	19
2.6.2 - Reconstrução a partir de séries de eventos	21
2.7 - Pontos fixos, variedades, estabilidade local e propriedades topológicas	22
2.8 - Variedades invariantes	24
2.9 - Emaranhados heteroclínicos	25
2.10 - Emaranhados homoclínicos	27
2.11 - Estabilidade estrutural	30
2.12 - Bifurcações	31
2.13 - Intermitências, crises e “blue sky catastrophes”	36
2.14 - Caracterização simbólica	39
2.15 - Controle de caos	41
2.15.1 - Método OGY de controle de caos	42
2.16 - Anticontrol de caos	43
2.17 - Transformação do ponto fixo	43
3 - Aquisição e Análise de Dados	45
3.1 - Primeiro aparato experimental	45
3.1.1 - Descrição do aparato	45
3.1.2 - Crises e intermitências	50
3.1.3 - Bifurcação de Hopf	52
3.1.4 - Anticorrelações de longo alcance	57
3.1.5 - Estudo da formação de gotas através de imagens digitalizadas	58
3.1.6 - Limitações experimentais do primeiro aparato	63

3.2 - Segundo aparato	65
3.2.1 - Descrição do aparato	65
3.2.2 - Bifurcação de Hopf e lei de escala em altas taxas de vazão.	69
3.2.3 - Dinâmica simbólica	70
3.2.4 - Expoentes de Lyapunov e transição suave para o caos	70
3.2.5 - Determinação da rota para o caos em altas taxas de vazão	72
3.2.6 - Qualidade dos resultados obtidos com o segundo aparato	76
3.3 - Aparato atual	77
3.3.1 - Descrição do aparato	77
3.3.2 - Crises interiores	87
3.3.3 - Estacionariedade dos atratores	91
3.3.4 - <i>Chaotic blue sky catastrophe</i>	92
3.3.5 - Efeito da inclinação do bico da torneira	100
3.3.6 - Caos homoclínico em médias taxas de vazão	105
3.3.7 - Anticontrol de caos	108
3.3.8 - Proposta de uma técnica para o controle de caos	110
4 - Modelo Topológico do comportamento dos atratores em mapas de primeiro retorno de sistemas com fluxo médio constante	115
4.1 - Desenvolvimento do modelo	115
4.2 - Caos e tangências homoclínicas	118
5 - Conclusões	120
6 - Referências	122
Apêndices	
1 - <i>Crisis and intermittence in a leaky-faucet experiment</i>	
2 - <i>Hopf bifurcation in a leaky faucet experiment</i>	
3 - <i>Long-range anticorrelations and non-Gaussian behavior of a leaky faucet</i>	
4 - <i>Some dynamical aspects of the water drop formation in a leaky faucet</i>	
5 - <i>A scale law in a dripping faucet</i>	
6 - <i>Inferring statistical complexity in the dripping faucet experiment</i>	
7 - <i>Interior crises in a dripping faucet experiment</i>	
8 - INTER3.C - programa de aquisição de dados e controle da experiência	

1 - Introdução:

Comportamentos complexos produzidos pela não linearidade de sistemas dinâmicos podem ser observados diariamente em muitos fenômenos corriqueiros. A complexidade se faz presente nas formas produzidas nas nuvens, nas oscilações da chama de uma vela e em efeitos catastróficos como os furacões que varrem imensas áreas da superfície do planeta.

Durante as últimas décadas, a evolução do estudo dos fenômenos não lineares implicou um renascimento da Física Clássica, e tem sido impulsionada pelas novas abordagens e conceitos da recentemente construída teoria de Sistemas Dinâmicos e Caos (Gleick, 1990; Lewin, 1993). A abordagem topológica e a teoria das bifurcações em sistemas dinâmicos (Alligood *et al.*, 1997) tornaram-se rapidamente as fontes mais importantes de modelos para os processos dinâmicos da natureza, mas ainda existem inúmeros problemas matemáticos em aberto na área da dinâmica não linear (Shilnikov, 1997).

A contração de volumes no espaço de fase em sistemas dissipativos levou à descoberta de que a dinâmica de muitos sistemas pode ser observada em uma pequena região que concentra as órbitas do sistema após um transiente. Quando esta região possui dimensão não inteira e menor que a dimensão do espaço de fase é chamada de atrator estranho, sendo sua presença um indicativo de comportamento complexo (Ruelle e Takens, 1971).

O termo Caos foi cunhado em 1975 por *Li e Yorke* (Li e Yorke, 1975); a introdução do conceito de atrator estranho caótico e sua forte ligação com a dependência sensível às condições iniciais permitiram a elaboração de uma teoria matemática dos processos caóticos.

Essa nova teoria se mostrou extremamente adequada para abordar muitos problemas onde as antigas e bem estabelecidas técnicas clássicas de análise mostravam-se insatisfatórias. Muitos fenômenos naturais turbulentos e complexos, que eram evitados por serem intratáveis no formalismo clássico, encontraram explicações elegantes na Teoria do Caos, que se transformou em um campo de pesquisa em rápida expansão e multidisciplinar.

Um método simplificado do cálculo da dimensão fractal de um atrator estranho foi desenvolvido por *Grassberger e Procaccia* (Grassberger e Procaccia, 1983) e empregado indiscriminadamente para determinar a presença de comportamento caótico nas mais diversas áreas, da Física à Psicologia. Muitas críticas a essa euforia inicial foram feitas devido à

descoberta de atratores estranhos não caóticos (Ding *et al.*, 1989; Brindley e Kapitaniak, 1991).

Podemos dividir o estudo dos sistemas não lineares em três grandes blocos:

a) Caracterização: o cálculo dos expoentes de Lyapunov, a determinação dos pontos fixos utilizando caracterização topológica, o cálculo da dimensão fractal, as funções de autocorrelação, os espectros de potência, as diversas entropias, etc., permitem quantificar a complexidade de um sistema e comparar diferentes comportamentos. Ainda hoje, a caracterização do comportamento de um sistema é um assunto bastante delicado, e muitos métodos diferentes têm que ser aplicados e confrontados para obter conclusões definitivas;

b) Dinâmica: o estudo de rotas para o caos e a aplicação da caracterização topológica e da teoria de bifurcações de sistemas dinâmicos determinam como um sistema evolui de um comportamento periódico ordenado para um comportamento caótico;

c) Controle: as técnicas que permitem o controle de sistemas não lineares, explorando a adaptabilidade dos sistemas caóticos, constituem um campo de pesquisa aplicada em expansão.

Neste trabalho, aplicamos estas abordagens da teoria de sistemas não lineares à experiência da torneira gotejante.

Rössler (Rössler, 1977) sugeriu que o gotejamento de uma torneira poderia ser um exemplo de sistema que apresenta comportamento caótico. A partir de 1984, com o trabalho de Shaw (Shaw, 1984), diversos grupos reproduziram o experimento (Martien *et al.*, 1985; Núñez-Yépez *et al.*, 1989; Wu e Schelly, 1989; Cahalan *et al.*, 1990; Dreyer e Hickey, 1990), e observaram comportamentos complexos, duplicações de período, bifurcações de vários tipos, etc. Na tentativa de explicar os fenômenos observados nesta experiência, foram construídos modelos muito simples e limitados. Martien *et al.* (Martien *et al.*, 1985) conseguiram simular, em um computador analógico, alguns atratores experimentais usando um modelo em que as equações hidrodinâmicas são simplesmente substituídas pelas equações de um sistema massa-mola: à medida que o volume de água preso ao bico da torneira aumenta, sua frequência de vibração diminui, até que atinge um ponto crítico, arbitrariamente escolhido, onde uma porção de água desprende-se do bico, formando uma gota, que impõe as condições iniciais para a próxima gota. De Oliveira e Penna (de Oliveira e Penna, 1994) simularam alguns comportamentos experimentais usando o método de Monte Carlo em um modelo tipo Ising bidimensional onde são consideradas a tensão superficial e uma atração tipo Van der Waals, além da força gravitacional, para determinar o instante de formação das gotas.

A riqueza de comportamentos não lineares e o desafio representado pela ausência de modelos teóricos satisfatórios torna esta experiência um

modelo de sistema dinâmico experimental muito interessante que, apesar da sua aparente simplicidade, exige uma abordagem experimental sofisticada para a obtenção de dados de alta qualidade.

Existiam algumas evidências de que a torneira gotejante apresentava comportamento caótico, como algumas bifurcações que poderiam ser trechos de rotas para o caos (Dreyer e Hickey, 1990), a aparência e a baixa dimensionalidade dos atratores reconstruídos (Martien, 1985). Entretanto, até o início desta tese, a maioria dos trabalhos experimentais com a torneira gotejante apresentava uma análise de dados qualitativa, baseada na aparência dos atratores reconstruídos. Ainda não havia sido demonstrado se a torneira gotejante apresentava comportamento caótico ou se a complexidade dos atratores observados era apenas produto do ruído experimental. A falta de resultados quantitativos devia-se à dificuldade de obter dados com qualidade e em quantidades suficientes para que os métodos de caracterização (Abarbanel, 1993) produzissem resultados confiáveis.

O ruído presente nos sistemas experimentais, por menor que seja, é suficiente para fazer com que um sistema estruturalmente instável se transforme em outro que seja estável, ou fique transitando entre um e outro, não permitindo observar a dinâmica com detalhe suficiente para a caracterização. De acordo com a teoria matemática da estabilidade estrutural dos sistemas dinâmicos e bifurcações, só é possível observar sistemas dinâmicos experimentais estruturalmente estáveis, e é difícil encontrar sistemas dinâmicos estruturalmente estáveis com dimensão maior que 2 (Abraham e Shaw, 1992). Assim, pode-se ter uma idéia do desafio que representou a construção de um aparato experimental em que é possível observar fenômenos não lineares em dimensões maiores que 2.

Em nosso trabalho, além de utilizarmos métodos como caracterização topológica (Abraham e Shaw, 1992) e dinâmica simbólica (Zhao e Zheng, 1993), investimos muito tempo e esforço para obter um sistema experimental onde pudéssemos obter dados confiáveis e de alta reprodutibilidade. Sempre procuramos aprimorar o aparato experimental, que foi evoluindo de acordo com as novas necessidades que iam aparecendo durante o trabalho, até chegar à versão atual (que provavelmente ainda não será a definitiva). Paralelamente, os métodos de caracterização e análise também foram evoluindo, possibilitando o confronto dos resultados obtidos por vários métodos diferentes e a utilização de técnicas gráficas alternativas para analisar a topologia dos atratores.

Dessa maneira, não só conseguimos mostrar a presença de atratores caóticos, crises e bifurcações de vários tipos na experiência da torneira gotejante, como também descobrimos atratores que apresentam órbitas homoclínicas e heteroclínicas e encontramos evidências de tangências homoclínicas em diferentes vazões. Descobrimos também, que a dinâmica

de formação de gotas numa torneira apresenta as mesmas anticorrelações de longo alcance observadas em dados experimentais de intervalos entre batidas do coração em indivíduos saudáveis.

Aplicando pequenas perturbações à formação de uma determinada gota, desenvolvemos um método experimental de mapeamento da dinâmica nas proximidades dos atratores, com o qual pudemos observar a evolução do espaço de fase quando variamos a vazão e a inclinação do bico da torneira. Definimos uma rota para o caos, em altas taxas de vazão, na qual o sistema sai de um atrator periódico e, através de bifurcações locais e tangências homoclínicas, evolui para um atrator caótico. Além disso, verificamos que a evolução desse atrator caótico leva a uma bifurcação, que ainda não havia sido observada experimentalmente, chamada “*Chaotic Blue Sky Catastrophe*” (Abraham e Stewart, 1986; Abraham e Shaw, 1992), presente num modelo de oscilador amortecido desenvolvido por *Van der Pol* (*apud* Argyris *et al.*, 1994) para simular a dinâmica cardíaca.

Iniciamos a aplicação de técnicas experimentais de controle e anticontrole de caos aos atratores da torneira gotejante e já obtivemos resultados preliminares bastante animadores.

Desenvolvemos, também, um modelo simples capaz de explicar algumas características dos atratores experimentais, como o sentido de rotação horário das órbitas e o aparecimento de caos homoclínico.

De um modo geral, a evolução concomitante das técnicas experimentais e de análise de dados, além de nos permitir obter essa grande quantidade de resultados, abriu muitas possibilidades de trabalhos futuros na própria experiência da torneira gotejante e em outras áreas. As técnicas desenvolvidas aplicam-se à muitos outros sistemas dinâmicos experimentais onde foram encontrados comportamentos dinâmicos semelhantes aos da torneira gotejante como: os dados de intervalos entre batidas cardíacas (Peng *et al.*, 1993), a dinâmica “íntegra e dispa” das redes neurais biológicas (Schiff *et al.*, 1994a) e o comportamento social de colônias de formigas (Bonabeu *et al.*, 1998), entre outros.

2 - Aspectos Teóricos:

2.1 - Sistemas Dinâmicos:

Um sistema dinâmico é constituído pelo conjunto de possíveis estados que o sistema pode assumir, mais as regras que determinam como ocorre a evolução temporal, a partir de um estado inicial conhecido.

A característica dinâmica dos estados de um sistema é representada pelas órbitas produzidas no espaço de fase das variáveis das equações diferenciais que representam as regras de evolução do sistema. Um exemplo típico do comportamento de um sistema dinâmico não linear é mostrado na Fig. 2.1, onde são apresentadas as órbitas geradas para um determinado conjunto de parâmetros de controle σ , b e r das equações diferenciais obtidas por Lorenz, na década de 50, para um modelo simplificado da dinâmica atmosférica,

$$\begin{aligned}\dot{x} &= -sx + sy, \\ \dot{y} &= -xz + rx - y, \\ \dot{z} &= -bz + xy.\end{aligned}\tag{2.1}$$

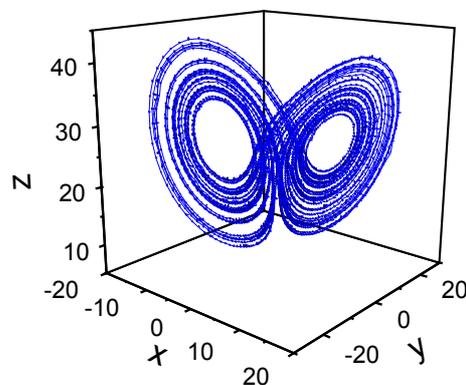


Figura 2.1 - 5000 pontos da órbita do sistema de Lorenz obtidos por integração numérica (Runge Kutta de 4ª ordem) das eqs. (2.1), para os parâmetros: $\sigma=10$, $b=8/3$ e $r=28$.

2.2 - Mapas de Poincaré e sistemas dinâmicos discretos:

Encontrar as soluções de conjuntos de equações diferenciais não lineares acopladas é geralmente uma tarefa matemática muito difícil e quase sempre impossível de ser realizada analiticamente; para encontrar soluções numéricas razoáveis é necessário aplicar métodos de integração numérica

muito precisos e mesmo nos modernos e velozes computadores esta tarefa ainda apresenta problemas de precisão e lentidão.

Ao invés de estudar uma trajetória d -dimensional inteira, Poincaré descobriu em 1890 (*apud* Mira, 1997) que a informação dinâmica podia ser preservada em um conjunto de vetores formados pelo cruzamento da órbita com uma superfície $(d-1)$ -dimensional escolhida de forma adequada como mostrado na Fig. 2.2. Estes pontos definem um mapeamento discreto conhecido como Mapa de Poincaré. Dessa forma, para um conjunto $\{\mathbf{x}\}$ de vetores de cruzamento da órbita com a superfície escolhida podemos verificar como um vetor do mapa (estado do sistema) se relaciona com os vetores (estados) anteriores,

$$x_n = f(x_{n-1}, x_{n-2}, \dots). \quad (2.2)$$

O conjunto $\{\mathbf{x}\}$ mais a regra f representam o sistema dinâmico discreto obtido, que as vezes é muito mais fácil de ser estudado ou simulado em um computador.

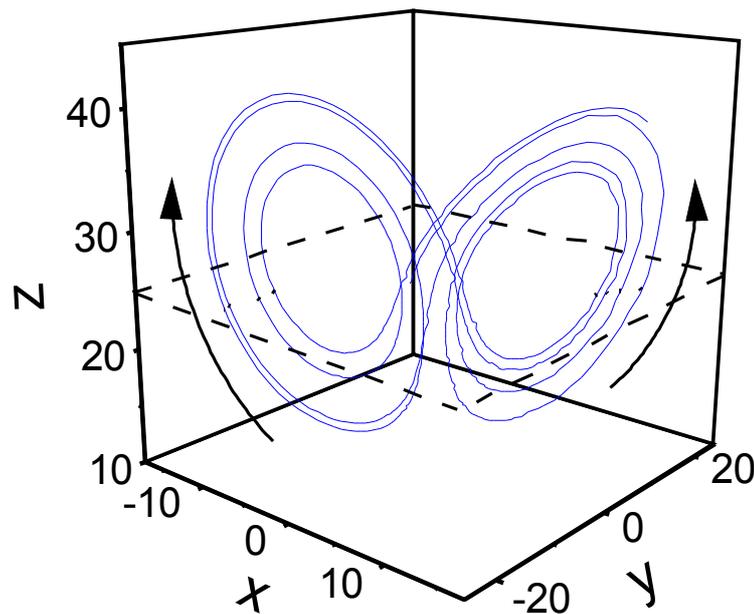


Figura 2.2 - Exemplo de construção do Mapa de Poincaré para o sistema de Lorenz, eqs. (2.1). A secção de Poincaré foi definida como sendo o plano $Z=25$, e os pontos são marcados toda vez que a órbita cruza este plano de baixo para cima.

Do mesmo modo, podemos obter mapas que preservem características importantes do sistema de equações diferenciais construindo regras de

evolução discretas no tempo. Um exemplo de mapa discreto no tempo foi introduzido por Hénon (Hénon, 1976) para modelar alguns aspectos da dinâmica do sistema de Lorenz,

$$(x_{n+1}, y_{n+1}) = (a - x_n^2 + by_n, x_n), \quad (2.3)$$

onde a e b são parâmetros e x_{n+1} e y_{n+1} são os valores das variáveis dinâmicas x e y obtidos um intervalo de tempo (uma iterada) após os valores x_n e y_n . Com os pares (x, y) obtém-se o gráfico mostrado na Fig. 2.3.

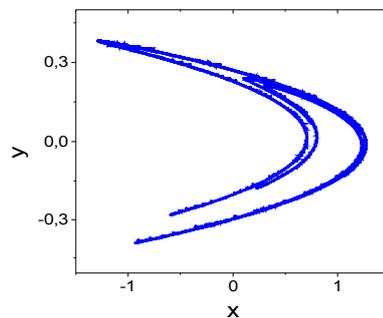


Figura 2.3 - 16000 pontos obtidos através das iteradas do Mapa de Hénon, onde $a=1,4$ e $b=0,3$.

2.3 - Sensibilidade às condições iniciais e caos:

Em sistemas dinâmicos lineares é possível determinar todo o comportamento futuro do sistema partindo de um estado inicial, desde que se conheça a regra de evolução. Isso acontece porque pequenos erros inseridos pela inexatidão nos valores dos parâmetros do sistema, ou na posição do ponto inicial escolhido para a órbita, implicam pequenos desvios no comportamento após um tempo muito longo.

Quando lidamos com sistemas dinâmicos não lineares, órbitas que partem de estados arbitrariamente próximos podem divergir de modo muito rápido. Como é impossível medir ou representar o estado inicial de um sistema com precisão infinita, este estado é sempre apenas uma aproximação do valor verdadeiro e, apesar do determinismo contido na regra de evolução, a eficiência da previsão cai rapidamente com o tempo.

2.4 - Sistemas dinâmicos conservativos e dissipativos, bacias de atração e atratores:

Sistemas conservativos são aqueles cujas órbitas preservam o volume ocupado no espaço de fase por um conjunto de condições iniciais. Nestes sistemas, a evolução das órbitas está relacionada com os valores que a energia total do sistema (Hamiltoniana) assume para cada condição inicial (de Almeida, 1991). Um grande número de condições iniciais deve ser considerado para obter informações sobre os possíveis comportamentos dinâmicos do sistema nas diversas regiões do espaço de fase.

Uma teoria de estabilidade foi desenvolvida para os sistemas hamiltonianos chamada teoria KAM (de Almeida, 1991; Argyris, 1994). Segundo esta teoria, para investigar a estabilidade de uma órbita, uma perturbação deve ser aplicada ao sistema hamiltoniano integrável. Se as equações de movimento do sistema perturbado puderem ser transformadas na forma normal, existe um toro (que foi distorcido pela perturbação), sobre o qual a trajetória evolui e a estabilidade da órbita periódica é garantida. Esses toros deformados pela perturbação, mas ainda estáveis, são chamados de superfícies KAM. O aparecimento de caos nesses sistemas se dá quando a perturbação introduzida desintegra as superfícies KAM.

Quando trabalhamos com sistemas dinâmicos dissipativos, devemos fornecer energia para obtermos uma oscilação ou um comportamento não trivial no decorrer do tempo. Sistemas dissipativos apresentam contração do volume inicial ocupado no espaço de fase por um conjunto de condições iniciais e, desse modo, um grande número de condições iniciais distintas é levado a um mesmo conjunto de órbitas quando se espera um tempo suficientemente grande. Esse conjunto limite de órbitas é chamado de atrator e o conjunto formado por todas as diferentes condições iniciais que são levadas para o atrator pela evolução do sistema é conhecido como a bacia de atração desse atrator.

2.5 - Expoentes de Lyapunov:

Para observarmos comportamento caótico é necessário que o sistema apresente sensibilidade às condições iniciais. Isso implica que a distância entre pontos arbitrariamente próximos deve crescer de modo mais rápido do que qualquer potência do tempo. Tomando como referência uma pequena

diferença δ_0 em uma das coordenadas de duas condições iniciais, e supondo que esta diferença se propague nesta direção de acordo com uma lei exponencial do tipo

$$d(t) = d_0 e^{\lambda t}, \quad (2.4)$$

onde δ_0 é a diferença entre as trajetórias no tempo $t=0$, λ é definido como sendo o expoente de Lyapunov do sistema dinâmico associado à direção daquela coordenada. Esta é uma definição bastante simplificada dos expoentes de Lyapunov; uma abordagem mais geral e formal envolve resultados da teoria ergódica multiplicativa de *Oseledec* (Oseledec, 1968) onde é mostrado que em sistemas dinâmicos o resultado independe da órbita escolhida e do valor da diferença inicial entre coordenadas.

Desse modo, podemos ter:

- $\lambda < 0 \Rightarrow$ insensibilidade às condições iniciais;
- $\lambda > 0 \Rightarrow$ sensibilidade às condições iniciais e Caos.

O caso $\lambda = 0$ pode representar um movimento periódico (direção da órbita) ou um caso crítico, em que a divergência (ou convergência) de diferentes condições iniciais ocorre de acordo com leis de potência (Costa *et al.*, 1997, Tsallis *et al.*, 1997).

Em um espaço de fase d -dimensional temos d expoentes de Lyapunov, cada um associado a uma das direções normais de evolução. Como os sistemas dissipativos devem apresentar contração de volumes no espaço de fases ($\sum \lambda_i < 0$), um dos expoentes de Lyapunov tem que ser negativo. Se estivermos analisando fluxos de equações diferenciais, o expoente de Lyapunov na direção da órbita deve ser nulo; portanto, para termos caos em fluxos de equações diferenciais de sistemas dissipativos temos que ter uma dimensão no mínimo igual a 3 para que pelo menos um dos expoentes de Lyapunov seja positivo. Quando trabalhamos com mapas, não existe essa restrição de dimensão mínima necessária para a ocorrência de caos, pois as dimensões extras podem ter sido eliminadas no processo de construção do mapa através das secções de Poincaré.

Existem vários algoritmos para cálculo dos expoentes de Lyapunov, desde métodos rudimentares (que consistem em observar a evolução da distância entre vários pares de pontos inicialmente próximos, ajustar uma exponencial média a estes dados de distâncias e obter uma estimativa inicial do valor do maior expoente de Lyapunov), até métodos sofisticados (Abarbanel *et al.*, 1993, Sano e Sawada, 1985) que apresentam diferentes sensibilidades ao ruído experimental. Um dos melhores métodos para estimar o valor do maior expoente de Lyapunov em séries de dados de

experimentos é o programa LENNS (Ellner *et al.*, 1992). Este programa, rodando em ambiente Unix, calcula o expoente de Lyapunov dominante ajustando várias redes neurais não lineares (mapas) para reproduzir os dados experimentais. A saída do programa permite escolher qual a melhor rede ajustada e fornece o valor do expoente correspondente.

2.6 - Reconstrução do espaço de fase em sistemas dinâmicos discretos:

Quando trabalhamos com sistemas dinâmicos experimentais, na maioria das vezes não é possível medir todas as variáveis dinâmicas que definem um determinado estado do sistema, sendo impossível, portanto, construir o espaço de fase. Entretanto, sem usar de rigor e considerando que fosse possível medir todas as variáveis, a construção de sucessivos mapas de Poincaré permite diminuir a dimensão de cada novo mapa obtido e mesmo assim preservar características importantes do sistema.

Cada diminuição de uma unidade na dimensão do mapa é uma coordenada a menos que necessitamos no vetor de estado para descrever os aspectos mais importantes da dinâmica; poderíamos repetir esse processo até que chegássemos a uma única coordenada. Desse modo, toda a informação dinâmica importante do sistema estaria contida em um mapa que relaciona o valor atual dessa variável discreta única com seus valores anteriores. Aplicando a lógica inversa, bastariam medidas de uma única variável para se conseguir informações importantes sobre o sistema dinâmico.

2.6.1 - Reconstrução a partir de séries temporais:

Em 1981, F. Takens (Takens, 1981) demonstrou um teorema onde provou que o espaço de fase reconstruído a partir dos vetores ξ , obtidos com a medida da série temporal de uma única variável dinâmica x , de um sistema dinâmico d -dimensional, amostrada a intervalos constantes adequados de valor τ ,

$$x(t) = \{x(t), x(t+\tau), \dots, x(t+(m-1)\tau)\}, \quad (2.5)$$

possui as mesmas propriedades topológicas que o espaço de fase original desde que a dimensão de imersão m , usada para reconstruir o espaço de fase a partir do conjunto de vetores $\{\xi\}$, seja maior ou igual a d .

O passo de reconstrução τ pode ser determinado usando-se a função de autocorrelação discreta,

$$C(q) = \frac{\sum_{i=1}^{N-q} x(i)x(i+q)}{\sum_{i=1}^{N-q} |x(i)|^2}, \quad (2.6)$$

onde N é o número de medidas da variável única x .

Se pegarmos um valor de $\tau = \theta$ muito pequeno, os valores de $x(t)$ e $x(t+\tau)$ são muito correlacionados e a reconstrução acaba refletindo esta escolha, apresentando uma estrutura comprimida no sentido da diagonal como mostramos na Fig. 2.4(a); por outro lado, se utilizarmos $\tau = \theta$ muito grande, os valores de $x(t)$ e $x(t+\tau)$ são não correlacionados e os pontos tendem a se espalhar, preenchendo todo o espaço de fase como na Fig. 2.4(b).

O melhor valor para τ deve ser escolhido nas proximidades do θ em que a amplitude da função de autocorrelação cai pela metade do valor inicial como mostramos na Fig. 2.5.

Para determinar o valor da dimensão de imersão do atrator, a mínima dimensão necessária para desdobrar um atrator reconstruído com o atraso τ , pode ser usado o método dos falsos vizinhos próximos (Abarbanel, 1996). Este método consiste em reconstruir o espaço de fase começando em uma dimensão, calcular a distância entre os pontos próximos e ir repetindo o processo para dimensões cada vez maiores. A cada incremento da dimensão do espaço reconstruído recalcula-se a distância entre os pontos próximos da dimensão anterior e, somando-se os casos em que esta distância aumenta, obtém-se a porcentagem de falsos vizinhos devido à projeções dos pontos do

atrator em espaços de dimensão menor que a do atrator. Quando a porcentagem de falsos vizinhos cai para zero atingimos o valor da dimensão de imersão.

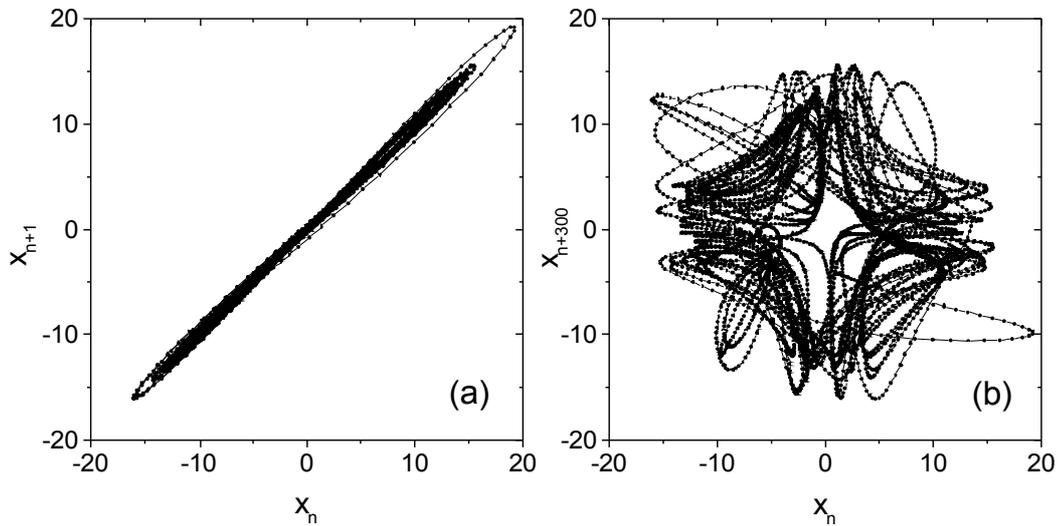


Figura 2.4 - Atrator de Lorenz bidimensional reconstruído. (a) Passo de reconstrução igual a 1. (b) Passo de reconstrução igual a 300.

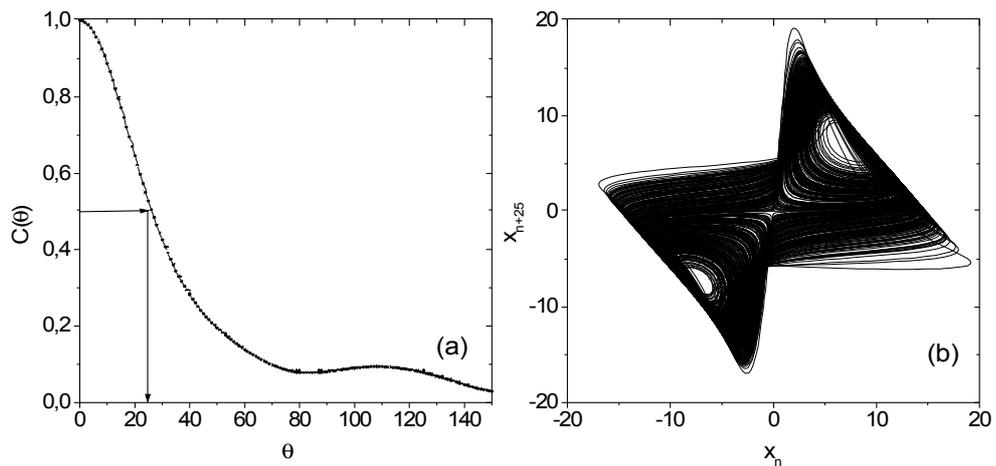


Figura 2.5 - (a) Função de autocorrelação para os dados da variável x do sistema de Lorenz. (b) Espaço de fase bidimensional reconstruído usando $\tau=25$.

2.6.2 - Reconstrução a partir de séries de eventos:

Muitos sistemas dinâmicos experimentais não permitem sequer a escolha do tempo de amostragem da variável acessível, como acontece quando se medem séries de intervalos de tempo entre eventos, como por exemplo gotas que caem de uma torneira, disparos de neurônios, batidas de um coração, entre outros. Uma generalização do teorema de *Takens* foi feita por *T. Sauer* (Sauer, 1997) mostrando que o mesmo tipo de técnica pode ser aplicado a sistemas com dinâmica do tipo “*integra e dispara*”.

Na Fig. 2.6(a) mostramos a série de intervalos entre disparos obtida para o atrator de Lorenz usando apenas a variável x de acordo com

$$\int_{T_i}^{T_{i+1}} S(t) dt = q, \quad (2.7)$$
$$S(t) = (x(t) + 2)^2,$$

onde $\theta=60$ é o limiar de disparo utilizado nos cálculos. O atrator de Lorenz reconstruído usando a série de disparos é mostrado na Fig. 2.6(b).

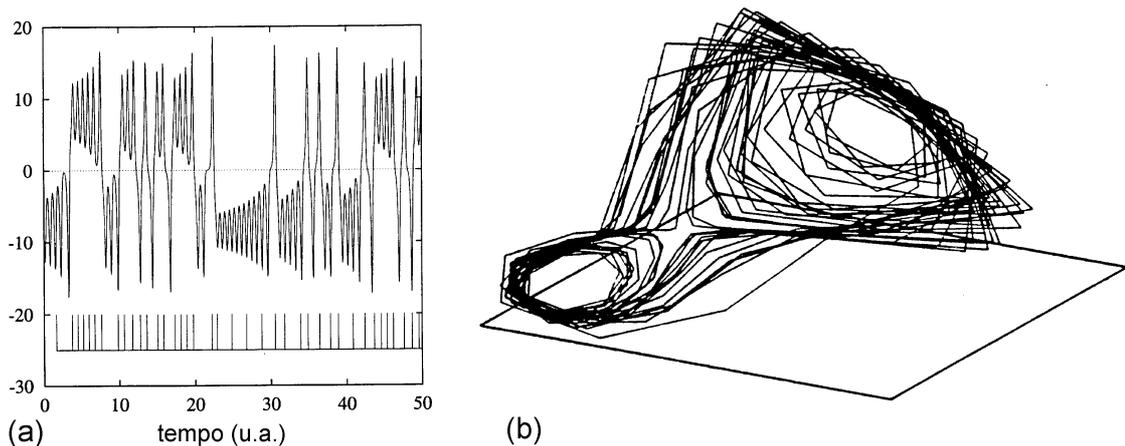


Figura 2.6 - (a) No traço superior é mostrado o gráfico dos valores da variável X do sistema de Lorenz e no traço inferior a série de disparos gerada a partir da eq. (2.7). (b) Atrator de Lorenz reconstruído usando os intervalos entre disparos da dinâmica *integra e dispara*. Adaptada de *Sauer*, 1997.

2.7 - Pontos fixos, variedades, estabilidade local e propriedades topológicas:

Geralmente, as órbitas de um sistema dinâmico m -dimensional ocupam apenas uma pequena porção do espaço de fase total (\mathbf{S}) e a dinâmica pode ser observada em um subespaço \mathbf{M} , n -dimensional ($n < m$), que tem a propriedade de que cada ponto $P \in \mathbf{M}$ e sua vizinhança podem ser mapeados de maneira unívoca em um espaço Euclidiano n -dimensional \mathbf{E} . O subespaço \mathbf{M} é chamado de variedade de \mathbf{S} (Alligood *et al.*, 1997; Argyris *et al.*, 1994). Um determinado ponto P de um subespaço \mathbf{M} é chamado de ponto limite de \mathbf{M} se, para todo $\varepsilon > 0$, existir um ponto $Q \in \mathbf{M}$, tal que $|P - Q| < \varepsilon$. Um conjunto de pontos é dito ter uma topologia associada, se for possível caracterizar cada um de seus pontos constituintes como sendo ou não um ponto limite do conjunto (Hocking e Young, 1961).

Definindo critérios locais de estabilidade, os pontos limites de um subespaço gerado por um sistema dinâmico podem ser classificados quanto ao comportamento assintótico das órbitas em sua vizinhança. Assim, um ponto limite P é chamado de ponto fixo estável se existir uma vizinhança deste ponto onde as órbitas assintoticamente convergem para P . Se as órbitas divergem assintoticamente partindo de P , este é chamado de ponto fixo instável. As órbitas na vizinhança de um ponto limite também podem ser atraídas assintoticamente em uma determinada direção e repelidas assintoticamente em outra, caracterizando um outro tipo de ponto fixo conhecido como ponto de sela. Todos os resultados métricos que obtemos em sistemas dinâmicos, como os expoentes de Lyapunov, dimensões, etc. , estão relacionados com os pontos limites que este sistemas apresentam.

Se um determinado espaço \mathbf{A} tem as mesmas propriedades topológicas que outro espaço \mathbf{B} , isso significa que existe um mapa \mathbf{T} que leva todos os pontos de \mathbf{A} em \mathbf{B} , e que os pontos limites de \mathbf{A} são mapeados em pontos com as mesmas propriedades em \mathbf{B} , mantendo assim invariantes todas as medidas.

Os pontos fixos podem ser determinados analiticamente em sistemas dinâmicos não lineares através de linearização, desde que sejam conhecidas as equações diferenciais. Por exemplo, seja o sistema dinâmico

$$\begin{aligned}\dot{x} &= F(x), \\ x(t_0) &= x_0,\end{aligned}\tag{2.8}$$

onde \mathbf{F} é uma função vetorial não linear dos vetores de estado \mathbf{x} . Os pontos

fixos \mathbf{x}_f são tais que $\dot{\mathbf{x}}_f=0$, ou seja $\mathbf{F}(\mathbf{x}_f)=0$.

Para analisar o comportamento em um ponto \mathbf{x} nas vizinhanças de \mathbf{x}_f faz-se: $\mathbf{x} = \mathbf{x}_f + \mathbf{x}_p$ com $|\mathbf{x}_p| \ll 1$ e expande-se \mathbf{F} em série de Taylor, obtendo-se

$$\dot{\mathbf{x}} = \dot{\mathbf{x}}_f + \dot{\mathbf{x}}_p = \mathbf{F}(\mathbf{x}_f) + \left[\frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \mathbf{x}} \right]_{\mathbf{x}_f} \mathbf{x}_p + \mathbf{O}(\mathbf{x}_p^2), \quad (2.9)$$

onde $\left[\frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \mathbf{x}} \right]_{\mathbf{x}_f} = \mathbf{J}(\mathbf{F}, \mathbf{x}_f) = \mathbf{J}(\mathbf{x}_f)$ é a matriz Jacobiana de \mathbf{F} em relação a \mathbf{x} calculada no ponto fixo \mathbf{x}_f .

De acordo com o teorema de Hartman e Grobman (Guckenheimer e Holmes, 1983), a classificação dos pontos fixos do sistema não linear pode ser baseada na classificação dos pontos fixos do sistema linearizado (desprezando os termos em $(\mathbf{x}_p)^2$ e superiores), desde que os pontos fixos tenham a parte real dos autovalores de \mathbf{J} não nula (pontos fixos hiperbólicos). Quando um dos autovalores de \mathbf{J} é nulo ou completamente imaginário temos um ponto fixo elíptico e as derivadas de ordem superior devem ser consideradas. A tabela 2.1 mostra os pontos fixos hiperbólicos existentes em 3 dimensões e sua classificação de acordo com os autovalores de \mathbf{J} .

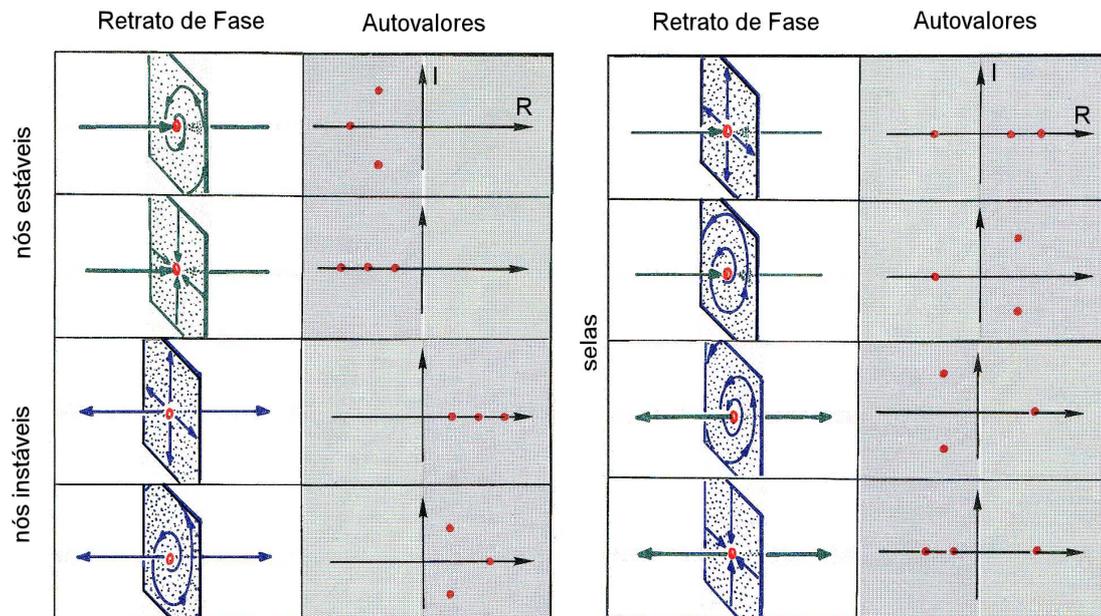


Tabela 2.1 - Pontos fixos em três dimensões. Adaptada de *Abraham e Shaw*, 1992.

Além dos pontos fixos, podem existir outras configurações ou órbitas para as quais as órbitas do sistema dinâmico são atraídas ou das quais são assintoticamente repelidas. Tais configurações são chamadas de conjunto limite alfa se as órbitas são assintoticamente repelidas ou de conjunto limite omega, se as órbitas são assintoticamente atraídas.

2.8 - Variedades invariantes:

Em termos geométricos, as configurações que permanecem invariantes com a dinâmica de um sistema são chamadas de variedades invariantes. Os pontos fixos, ciclos limites e toros apresentados pelas órbitas de um sistema dinâmico são subespaços que são levados neles mesmos pela evolução dinâmica do sistema e são exemplos de variedades invariantes. Outros exemplos importantes de variedades invariantes são encontrados quando analisamos o comportamento das órbitas nas vizinhanças de um ponto de sela genérico s . Os autovetores da matriz Jacobiana $\mathbf{J}(s)$ indicam as direções que se cruzam no ponto de sela. A direção que possui autovalor positivo corresponde às órbitas que saem assintoticamente de s , formando a variedade instável de s , a variedade estável de s é formado pelas órbitas que convergem assintoticamente para s na direção do autovetor que corresponde ao autovalor negativo de $\mathbf{J}(s)$. O próprio ponto s constitui a variedade central, conforme mostrado na Fig. 2.7.

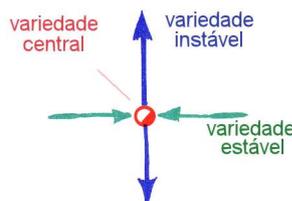


Figura 2.7 - Ponto de sela e suas variedades invariantes.

Experimentalmente é muito útil poder encontrar estes pontos críticos e suas variedades a partir de sua definição topológica, seguindo assintoticamente a evolução das órbitas que partem de pequenas regiões escolhidas no espaço de fase reconstruído.

2.9 - Emaranhados heteroclínicos:

Um sistema dinâmico pode possuir órbitas que visitam pontos de sela interconectados. Estas órbitas são chamadas heteroclínicas quando ligam dois pontos de sela distintos e homoclínicas quando ligam um ponto de sela a ele mesmo.

Em sistemas bidimensionais não é possível observar conexões heteroclínicas por se tratarem de estruturas instáveis (não é possível fazer conexões heteroclínicas transversais em espaços bidimensionais) como mostrado na Fig. 2.8.

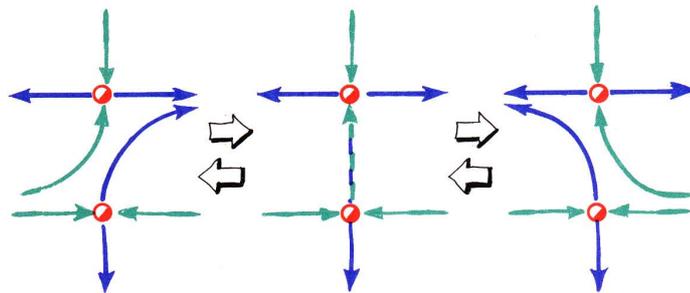


Figura 2.8 - Instabilidade da conexão heteroclínica bidimensional (centro). Quando submetido a pequenas perturbações, o sistema pode transitar entre as três configurações mostradas que não são topologicamente equivalentes. Extraída de *Abraham e Shaw*, 1992.

Diferentes tipos de conexões heteroclínicas transversais entre diversos tipos de pontos de sela são possíveis em espaços tridimensionais, conforme mostrado nas Figs. 2.9(a) e 2.9(b).

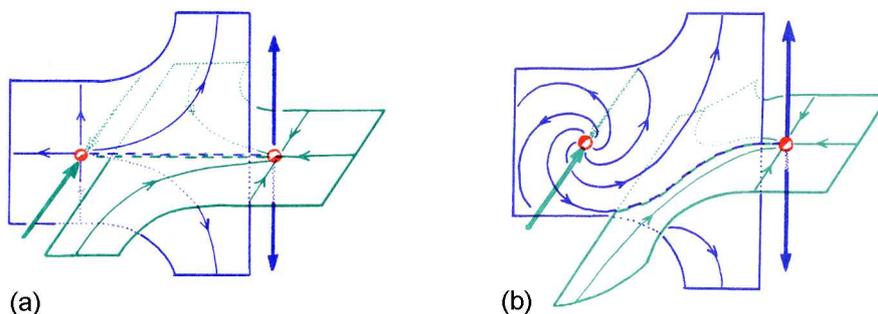


Figura 2.9 - Conexões transversais heteroclínicas entre as variedades bidimensionais de dois pontos de sela (círculos vermelhos) em um espaço tridimensional. Adaptada de *Abraham e Shaw*, 1992.

Um caso particular de conexão transversal heteroclínica é a que ocorre entre os três pontos de sela do atrator de Lorenz como mostrado na Fig. 2.10(a).

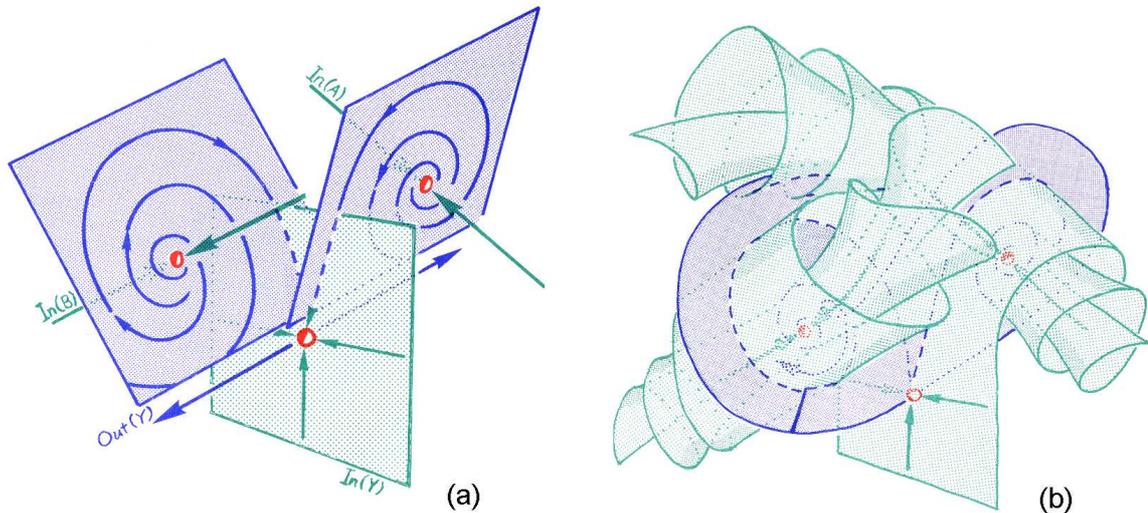


Figura 2.10 - Atrator de Lorenz construído pelas conexões heteroclínicas de seus três pontos de sela (círculos vermelhos). Adaptada de *Abraham e Shaw*, 1992.

Observa-se na Fig. 2.10(b) que o atrator de Lorenz possui duas espirais formadas por emaranhados heteroclínicos gerados pelas conexões transversais das variedades estáveis e instáveis dos pontos de sela.

Um dos tipos mais comuns de emaranhados heteroclínicos em espaços tridimensionais é formado por dois ciclos limites do tipo sela. Foi para estudar um caso de conexão entre ciclos limites do tipo sela que Poincaré introduziu os conceitos de secção transversal e mapa de primeiro retorno. Dentro da secção de Poincaré os dois ciclos limites são representados por pontos de sela e suas variedades bidimensionais instáveis e estáveis são representados por curvas como mostramos na Fig. 2.11.

A secção da Fig. 2.11 envolve uma seqüência dupla infinita de intersecções entre as variedades estáveis e instáveis. Um ponto H pertencendo a uma trajetória heteroclínica é mapeado pelo mapa de primeiro retorno de Poincaré em outro ponto (H^+) que também pertence simultaneamente às duas variedades. H^+ é mapeado em outro ponto da órbita heteroclínica (H^{++}), onde deve haver outra intersecção das variedades e assim por diante.

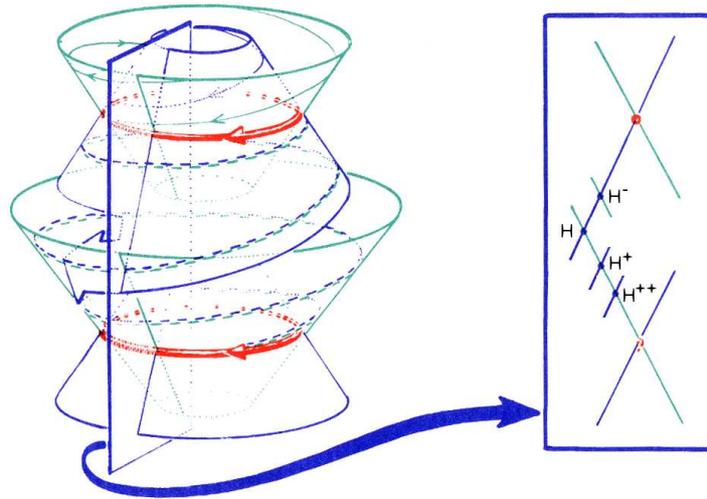


Figura. 2.11 - Secção de Poincaré obtida a partir das conexões heteroclínicas entre dois ciclos limites (em vermelho). A primeira intersecção ocorre no ponto H que após cada volta do ciclo é mapeado, no mapa de retorno, sucessivamente nos pontos H^- , H^+ , H^{++} ... Adaptada de *Abraham e Shaw*, 1992.

2.10 - Emaranhados homoclínicos:

Por definição, uma órbita homoclínica deve pertencer às variedades instável e estável do mesmo ponto de sela. O caso mais simples em que isso é possível é em um ciclo limite tipo sela em um espaço tridimensional, conforme mostrado na Fig. 2.12 juntamente com sua secção de Poincaré.

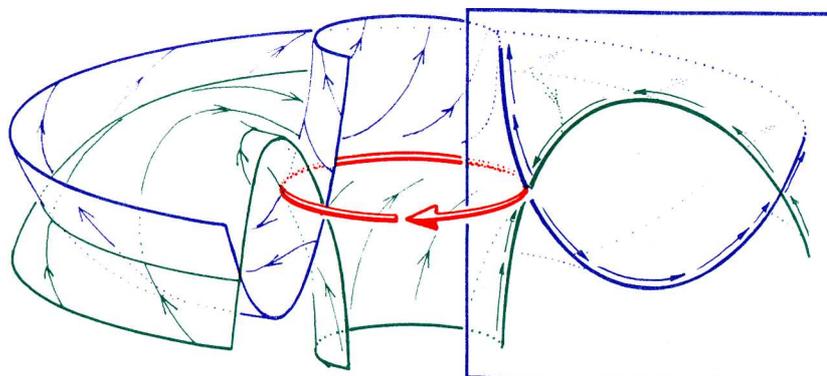


Fig. 2.12 - Conexão homoclínica entre as variedades de um ciclo limite num espaço tridimensional e sua secção de Poincaré. Extraída de *Abraham e Shaw*, 1992.

Uma órbita que passe pelo primeiro ponto homoclínico (cruzamento transversal das variedades estável e instável do ponto de sela) deve ser mapeada em um ponto que pertença às duas variedades simultaneamente (propriedade dos pontos que pertencem a uma variedade), assim, supondo que o ponto H seja mapeado no ponto H^+ teremos uma construção como mostrada na figura 2.13(a).

Uma conexão direta entre os trechos da variedade instável resultaria em um conflito de direções como mostrado na Fig. 2.13(b). A conexão entre os pontos homoclínicos deve ser feita, como mostrado na Fig. 2.13(c), gerando um novo ponto homoclínico (I). Assim, entre os pontos H e H^+ a variedade instável deve cruzar a estável um número ímpar de vezes.

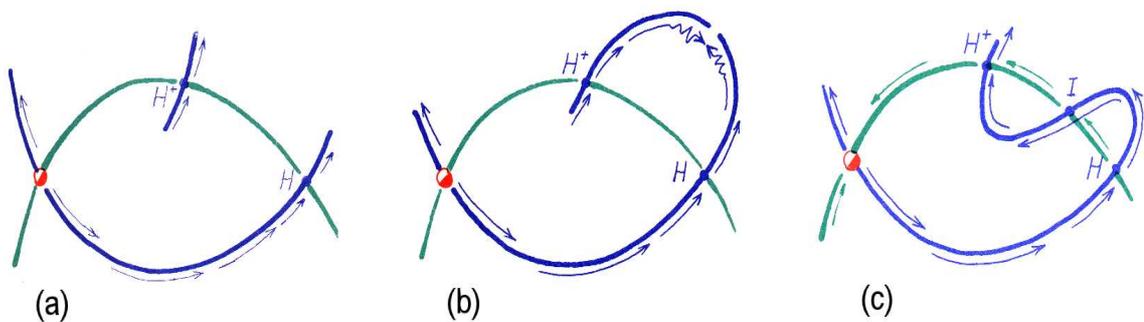


Figura 2.13 - Construção de um emaranhado homoclínico. (a) O ponto H é mapeado em H^+ . (b) Conflito de direções com a conexão direta dos pontos. (c) Conexão correta entre os pontos e a geração de um novo ponto homoclínico. Adaptada de *Abraham e Shaw*, 1992.

Se continuarmos a iterar o mapa, e lembrarmos que devido às propriedades das variedades, as regiões mapeadas devem ser esticadas no sentido da variedade instável e comprimidas no sentido da variedade estável, e se repetirmos essas mesmas operações para as dobras da variedade estável, obteremos um emaranhado homoclínico como o mostrado no mapa da Fig. 2.14, onde representamos apenas algumas das infinitas dobras das variedades na região próxima ao ponto de sela. Estas infinitas dobras das variedades originam infinitas novas intersecções (pontos fixos homoclínicos) no espaço de fase.

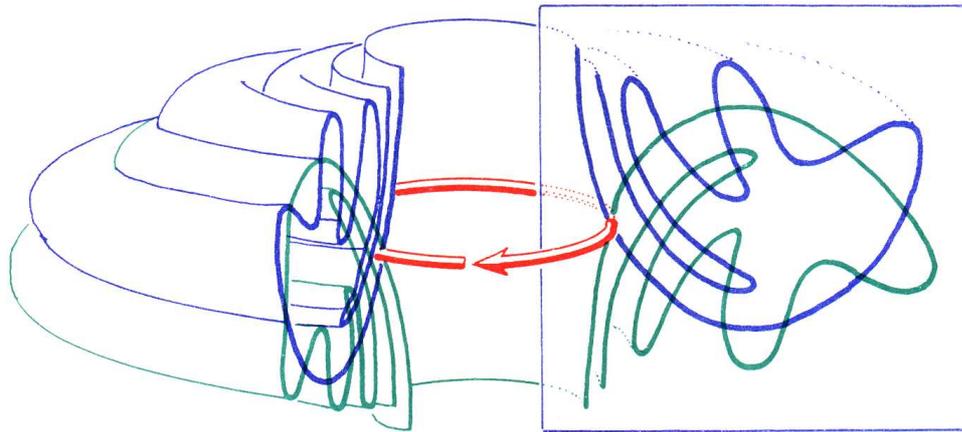


Figura 2.14 - Emaranhado homoclínico produzido pela intersecção transversal das variedades de um ciclo limite num espaço tridimensional. Adaptada de *Abraham e Shaw*, 1992.

O mapa de Smale da ferradura é um exemplo típico de emaranhado homoclínico. Podemos, através de suaves deformações do espaço (homeomorfismos), transformar o mapa da ferradura num emaranhado homoclínico conforme mostramos na Fig. 2.15.

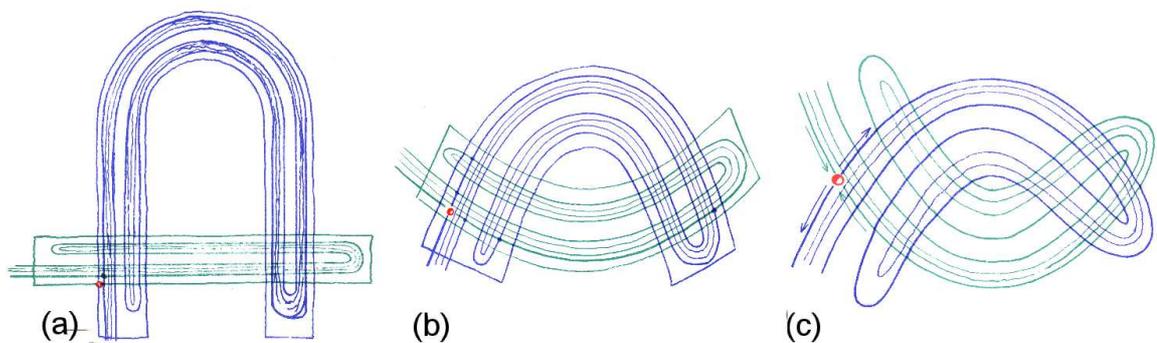


Figura 2.15 - (a) Mapa de Smale da ferradura. Aplicando sucessivos homeomorfismos, o espaço pode ser distorcido (b) até obtermos o mapa da ferradura no formato de um emaranhado homoclínico (c). Adaptada de *Abraham e Shaw*, 1992.

Os emaranhados homoclínicos e heteroclínicos são os responsáveis pelo aparecimento de estruturas atratoras compostas de órbitas aperiódicas que apresentam sensibilidade às condições iniciais, os atratores estranhos caóticos.

2.11 - Estabilidade estrutural:

Um sistema dinâmico é estruturalmente estável quando submetido a pequenas variações arbitrárias em seus parâmetros de controle, ou na própria estrutura das equações diferenciais, o novo fluxo obtido é topologicamente conjugado ao fluxo original, ou seja, existe uma deformação contínua do espaço de fase (homeomorfismo) que leva um fluxo ao outro, preservando o sentido do tempo em cada trajetória.

De acordo com o teorema de *Peixoto* (Peixoto, 1962), para um sistema dinâmico, cujo espaço de fase seja redutível a uma superfície bidimensional compacta e orientável, ser estruturalmente estável deve possuir o seguinte conjunto de propriedades:

- G1 - todos os pontos fixos devem ser hiperbólicos;
- G2 - todas as órbitas periódicas devem ser hiperbólicas;
- G3 - todas as conexões entre pontos de sela devem ser transversais;
- G4 - não deve possuir nenhuma recorrência não trivial (conjunto de órbitas quase-periódicas que seja o próprio conjunto limite alfa e omega);
- F - o número de conjuntos limites alfa ou omega (pontos fixos, ciclos limites, toros) deve ser finito.

Em 3 dimensões ou mais, ainda é verdade que os sistemas que apresentam estabilidade estrutural devem satisfazer as propriedades genéricas G1, G2, G3 e G4 (Markus, 1961; Robinson, 1973), mas estas condições não são suficientes para garantir a estabilidade. A propriedade F não é válida para dimensões maiores que 2 pois a possibilidade de conexões estáveis (transversais) entre pontos de sela em 3 ou mais dimensões, que possui estreita relação com as órbitas caóticas, pode implicar o aparecimento de atratores estáveis formados por infinitos pontos fixos como mostrado por *S. Smale* (Smale, 1964) para o mapa da ferradura .

Smale (Smale, 1964; Smale, 1967) foi o responsável por grandes avanços na teoria dos sistemas dinâmicos quando tratou o emaranhado homoclínico como se fosse um conjunto básico, uma espécie de ciclo limite generalizado, propondo propriedades genéricas para esta nova unidade. O mapa de Smale da ferradura é ainda hoje visto como um protótipo de atrator estranho caótico.

Uma caracterização mais completa da estabilidade estrutural em espaços tridimensionais foi feita apenas recentemente por *Mañé* (Mañé, 1978). Geralmente, G4 e F são substituídas em três ou mais dimensões pelo

conceito de que o sistema deve consistir apenas de conjuntos limites não vagantes (Abraham e Shaw, 1992). Um ponto P é chamado de ponto não vagante se, para qualquer vizinhança U do ponto P , e para um período $T > 0$, pode-se encontrar um tempo $t > T$, tal que, pelo menos uma das órbitas que saíram de U retorne a U no tempo t . Estes conjuntos, assim definidos, incluem os pontos fixos, os ciclos limites, as trajetórias quase-periódicas em toros e os atratores estranhos caóticos.

2.12 - Bifurcações:

Quando um sistema dinâmico deixa de apresentar alguma das propriedades necessárias para a estabilidade estrutural devido a alteração do valor de algum dos parâmetros de controle, as propriedades topológicas do sistema se alteram e dizemos que ocorreu uma bifurcação.

Os tipos mais comuns de bifurcações de sistemas dinâmicos ocorrem devido ao aparecimento (ou desaparecimento) de pontos fixos no espaço de fase ou ainda à alteração das características desses pontos. Bifurcações mais complexas também podem ocorrer sem a alteração dos pontos fixos, provocadas pela modificação das características da interação das variedades invariantes que compõem o sistema.

A construção de diagramas de bifurcação em que a posição e tipo dos pontos fixos (ou o retrato de fase do sistema) são representados em função dos valores do parâmetro de controle é bastante adequada nos casos em que o comportamento do sistema depende de um único parâmetro de controle, como é o caso do mapa quadrático

$$x_{n+1} = 1 - \mu x_n^2, \quad (2.10)$$

onde $x \in [-1, 1]$ e μ é o parâmetro de controle. O diagrama de bifurcações para este mapa, composto de uma seqüência infinita de bifurcações do tipo *flip*, é mostrado na Fig. 2.16.

A teoria local das bifurcações estuda as bifurcações que podem ocorrer devido a alterações nos pontos fixos, consistindo em analisar como as características dos pontos fixos variam em função dos valores dos parâmetros de controle.

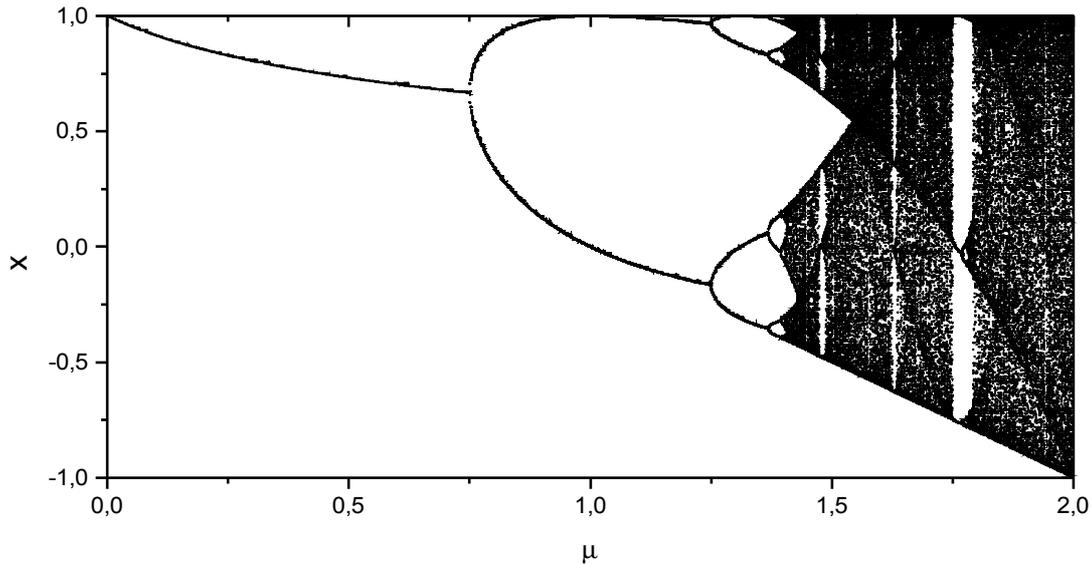


Fig. 2.16 - Diagrama de bifurcações do mapa quadrático.

Em fluxos de equações diferenciais analisam-se os valores críticos dos autovalores ($\lambda_i = 0$) da matriz Jacobiana associados a cada ponto fixo (Argyris *et al.*, 1994).

No caso de mapas, a matriz Jacobiana de cada ponto fixo é chamada Matriz de Floquet (Seidel, 1988), e os autovalores λ_i dessa matriz (multiplicadores de Floquet) são analisados em torno de seus valores críticos ($|\lambda_i| = 1$).

Dois casos básicos são considerados:

1. λ_i no interior (exterior) do círculo de raio unitário: um desvio em relação ao ciclo limite representado pelo ponto fixo do mapa é multiplicado a cada iterada do mapa por um número menor (maior) que um, correspondendo a uma direção estável (instável);
2. um dos autovalores cruza o círculo unitário: o sistema torna-se instável e bifurca.

Se o cruzamento do círculo unitário acontece em +1 a bifurcação é do tipo sela-nó, onde um ponto de sela e um nó estável são gerados simultaneamente como mostrado na Fig. 2.17.

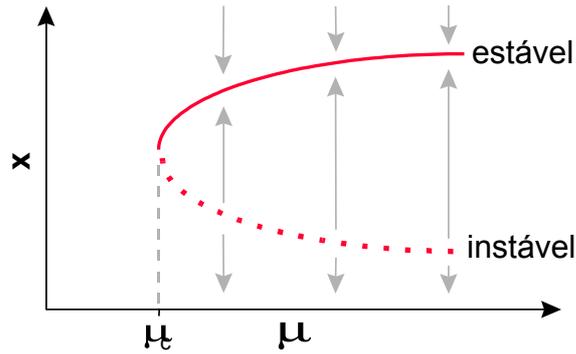


Figura 2.17 - Diagrama de uma bifurcação sela-nó que ocorre quando $\mu=\mu_c$.

A estrutura local do espaço de fase de uma bifurcação sela-nó para $\mu=\mu_c$ é mostrada na Fig. 2.18. Nas proximidades de \mathbf{x}_0 (ponto onde aparece a sela-nó) as órbitas são repelidas pela curva $\{z=0, s>0\}$. Para $s<0$ existe uma folheação fortemente estável onde todas as órbitas são atraídas para \mathbf{x}_0 , representada na Fig. 2.18 pelas linhas verticais. Dois pontos, x e y , estão na mesma folha se, e somente se, a distância entre eles convergir exponencialmente para zero com a dinâmica. A folheação é invariante com a dinâmica uma vez que a imagem de uma folha é contida em outra folha e nas vizinhanças de \mathbf{x}_0 a folheação é transversal à variedade central (Ostlund *et al.*, 1983).

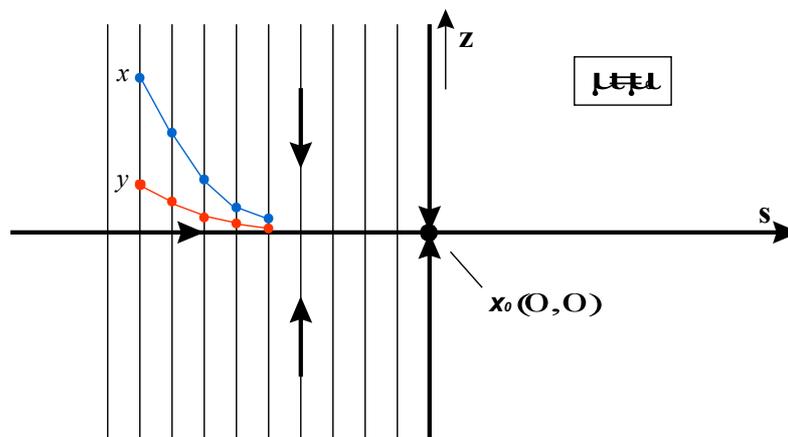


Figura 2.18 - Estrutura local do espaço de fase de uma bifurcação sela-nó para $\mu=\mu_c$. As linhas verticais representam a folheação fortemente estável.

Outro tipo de bifurcação ocorre quando o círculo unitário é cruzado por -1 . Ocorre uma bifurcação do tipo *flip* que pode ser supercrítica (duplicação de período) ou subcrítica, conforme mostrado nas Figs. 2.19(a) e 2.19(b), respectivamente.

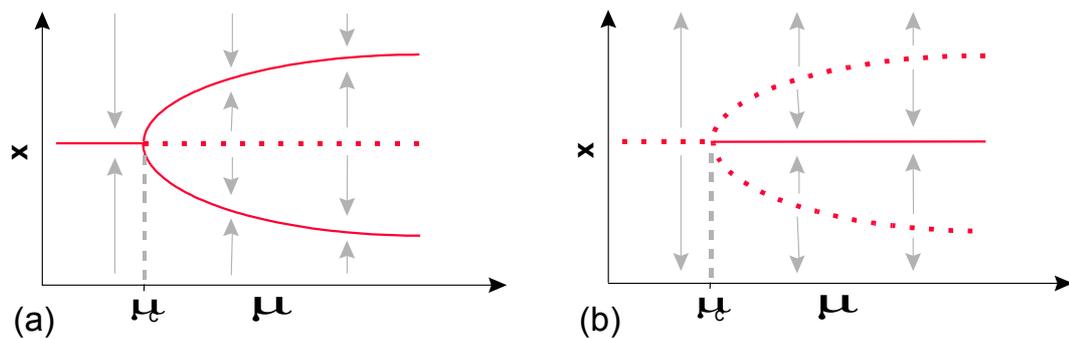


Figura 2.19 - (a) Bifurcação *flip* supercrítica. (b) Bifurcação *flip* subcrítica.

A última possibilidade de bifurcação de um ponto fixo observado em mapas é o cruzamento simultâneo do círculo unitário por dois autovalores complexos conjugados, caracterizando uma bifurcação secundária de Hopf (ou de Neimark) que pode ser supercrítica (com o aparecimento de um toro T^2) ou subcrítica conforme mostrado na Fig. 2.20.

As bifurcações de Hopf supercríticas constituem um método generalizado de obter toros T^{n+1} a partir de toros T^n e, se relacionam com o aparecimento de oscilações estáveis a partir de pontos fixos (Marsden e McCracken, 1976).

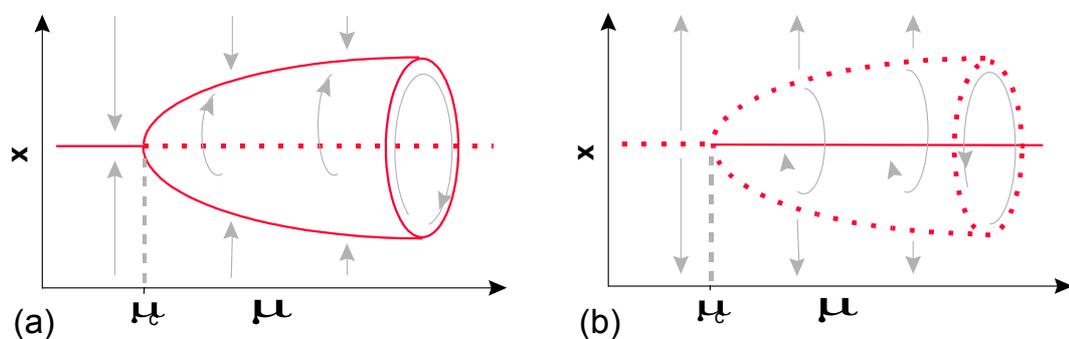


Figura 2.20 - Bifurcação de Hopf (ou Neimark): (a) supercrítica e (b) subcrítica.

A forma normal de uma bifurcação de Hopf (Guckenheimer e Holmes, 1983) é representada por um mapa bidimensional $(r, \theta) \rightarrow (r', \theta')$,

$$\begin{aligned} r' &= [1 + d(m - m_0)]r + ar^3, \\ q' &= q + c + br^2, \end{aligned} \quad (2.11)$$

onde μ_0 é o valor crítico do parâmetro de controle e a , b , e c são constantes reais. Desse modo, um ciclo limite estável criado em uma bifurcação de Hopf, nas proximidades do ponto de bifurcação, deve seguir uma lei de escala com a variação do parâmetro de controle da forma

$$r_0^2 = \frac{d}{a}(m - m_0), \quad (2.12)$$

onde r_0 é o raio do ciclo limite. Além disso, a variação do valor do número de rotação ω (número médio de voltas dadas no ciclo limite a cada iterada do mapa) deve escalar linearmente com o parâmetro de controle, de acordo com

$$w = c + \frac{b|d|}{a}(m - m_0). \quad (2.13)$$

Substituindo (2.12) em (2.13) e aplicando o resultado em (2.11) para θ' temos

$$w = c + br_0^2 \Rightarrow q' = q + w, \quad (2.14)$$

que corresponde a uma rotação de $2\pi\omega$ radianos em torno do ponto fixo a cada iterada do mapa.

Em mapeamentos circulares (difeomorfismos do círculo nele mesmo) um número de rotação irracional pode sempre ser convertido em seu racional mais próximo usando uma construção conhecida como árvore de Farey (Kim e Ostlund, 1986). Essa construção é especialmente útil quando ocorre a competição entre duas frequências diferentes f_0 e f_1 , correspondentes aos períodos τ_0 e τ_1 respectivamente. Aproxima-se o período de um movimento intermediário pela fração $\pi(p, q) = (p\tau_0 + q\tau_1)/(p + q)$, onde os inteiros p e q são as componentes de Farey do movimento. O gráfico da frequência ou do período em função do parâmetro de controle constitui uma escada do diabo cuja largura dos degraus é maior quanto menor for a soma das componentes de Farey que caracterizam o movimento.

A teoria local das bifurcações de pontos fixos e ciclos trata basicamente dos casos em que a estabilidade estrutural do sistema é perdida

quando os pontos fixos ou ciclos limites perdem sua hiperbolicidade ao bifurcar, implicando na violação da propriedade G1 ou G2. Bifurcações globais do comportamento do sistema dinâmico podem ocorrer sem que os pontos fixos originais sejam alterados quando o sistema dinâmico perde sua estabilidade por violar as outras propriedades necessárias para a estabilidade.

Um exemplo de uma bifurcação desse tipo é conhecida como “rota de Ruelle e Takens para o caos” (Ruelle e Takens, 1971). *Ruelle e Takens* demonstraram, em sistemas dinâmicos genéricos, a obtenção de um toro invariante, a partir de bifurcações de Hopf sucessivas, onde a relação entre as frequências é incomensurável. Essa relação entre as frequências leva ao aparecimento de órbitas quase-periódicas que violam a propriedade G4; o sistema perde sua estabilidade estrutural, podendo gerar o aparecimento de comportamento caótico.

2.13 - Intermitências, Crises e “Blue Sky Catastrophes”:

Uma das maiores causas de mudanças bruscas em comportamentos complexos é a violação da propriedade G3 sobre o tipo de interação entre as variedades invariantes de um sistema dinâmico. Sobretudo a ocorrência de tangências homoclínicas (Palis e Takens, 1993) e heteroclínicas é capaz de provocar súbitos desaparecimentos de atratores. Foi demonstrado recentemente que os atratores de sistemas dinâmicos formados por tangências homoclínicas são equivalentes a atratores da família do atrator de Hénon (Aronson *et al.*, 1982; Ostlund *et al.*, 1983; Ures, 1994), portanto o aparecimento de atratores da família do atrator de Hénon é um forte indicativo da ocorrência de tangências homoclínicas. Atratores que possuem tangências homoclínicas e são formados por equilíbrios do tipo sela-foco são chamados de quase-atratores (Mira, 1997; Shilnikov, 1997), e são relacionados com modelos de memórias associativas. A principal característica desses atratores é a instabilidade estrutural.

Quando dois atratores estáveis coexistem no espaço de fase, com bacias de atração disjuntas e próximas, existe a possibilidade de, ao variarmos um parâmetro de controle, ocorrer uma intersecção entre as duas bacias. Essa intersecção é o produto do cruzamento das variedades de pontos de sela que existiam nos dois atratores, e o emaranhado heteroclínico formado é o responsável pelo aparecimento de órbitas que transitam entre um atrator e outro, caracterizando uma intermitência (Manneville e Pomeau, 1980).

Grebogi *et al.* (Grebogi *et al.*, 1982) definiram *crise* como sendo uma colisão entre um atrator caótico e um ponto fixo (ou uma órbita periódica)

coexistentes. Um comportamento desse tipo pode ser observado no atrator de Ikeda, onde ocorre uma crise interior com o súbito aumento do atrator após a crise conforme mostrado na Fig. 2.21. Outro tipo de crise que provoca o desaparecimento súbito do atrator caótico foi chamada de crise de fronteira (Fig. 2.22).

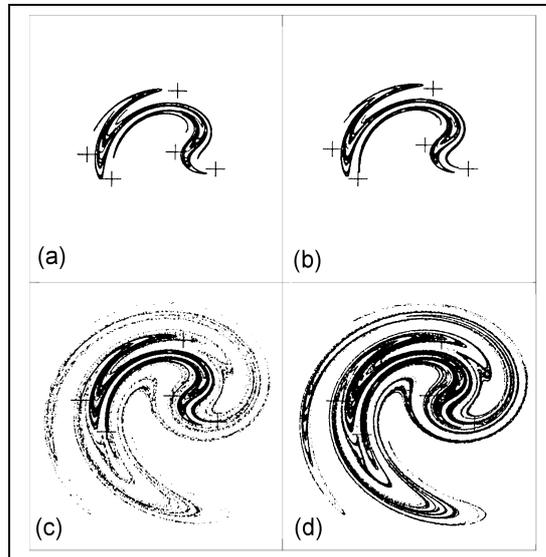


Figura 2.21 - Crise interior no atrator de Ikeda quando o valor do parâmetro de controle é aumentado. (a) e (b): antes da crise, à medida em que o parâmetro de controle aumenta, o atrator aproxima-se dos 5 pontos de sela periódicos, representados por cruzes. Entre (b) e (c) ocorre a colisão entre o atrator caótico e as selas, resultando nos atratores expandidos: (c) e (d).

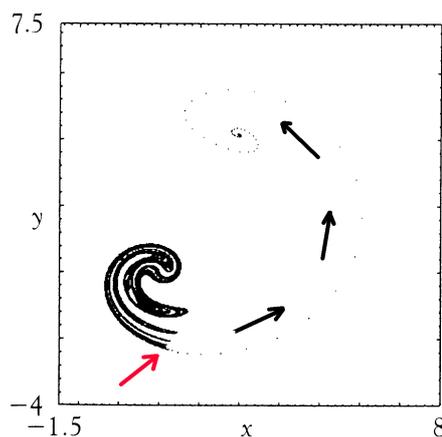


Figura 2.22 - Crise de fronteira e caos transiente no atrator de Ikeda. Após a ocorrência de uma crise de fronteira a órbita deixa o transiente caótico e vai para um ponto fixo onde permanece a partir de então. A seta vermelha indica a região de onde a órbita deixa o transiente caótico. Adaptada de *Alligood et al.*, 1997.

Um outro exemplo de bifurcação envolvendo variedades invariantes foi descoberto em simulações das equações de Van der Pol (Abraham e Stewart, 1986), inicialmente desenvolvidas para modelar a dinâmica cardíaca humana (Argyris *et al.*, 1994; Holden, 1997). *Abraham e Stewart* observaram o desaparecimento de um atrator caótico após a ocorrência de uma tangência homoclínica entre as variedades invariantes de um ponto de sela e chamaram essa bifurcação de *Chaotic Blue Sky Catastrophe*. Muitos outros exemplos do desaparecimento súbito de atratores foram observados teoricamente (Rössler, 1976; Simó, 1979; Grebogi *et al.*, 1983), mas de acordo com *Thompson e Stewart* (Thompson e Stewart, 1986), a conclusão de *Grebogi, Ott e Yorke* de que uma *blue sky catastrophe* é sempre uma crise de fronteira aplica-se somente a mapas unidimensionais.

Antes de ocorrer uma *chaotic blue sky catastrophe* o sistema apresenta um ponto repulsor que é o centro de um toro invariante ao redor do qual enrola-se a variedade instável do ponto de sela como mostrado na Fig. 2.23(a).

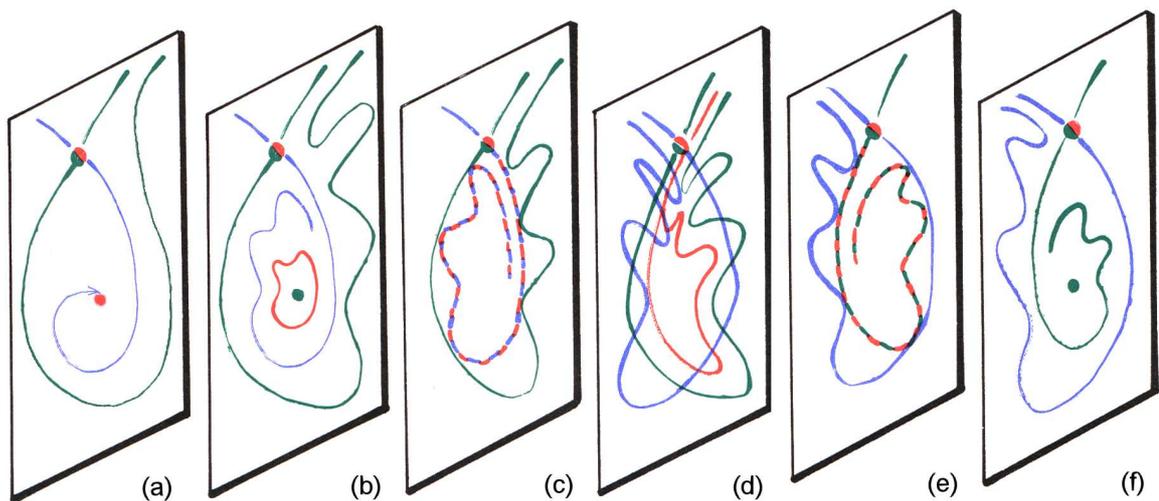


Figura 2.23 - “*Chaotic Blue Sky Catastrophe*”. As curvas verdes (azuis) representam a variedade estável (instável) do ponto de sela que é representado por um círculo colorido de verde e vermelho. Adaptada de *Abraham e Shaw*, 1992.

Variando o parâmetro de controle, as variedades do ponto de sela se aproximam e se preparam para uma tangência homoclínica, aparecendo dobras cada vez mais pronunciadas como mostrado na Fig. 2.23(b). À medida em que o sistema se aproxima da tangência entre as variedades o toro invariante vai expandindo e sendo empurrado na direção do emaranhado em formação, desenvolvendo muitas dobras. Na fig. 2.23(c) é observada a tangência das variedades, o próprio toro foi englobado pela tangência devido à infinita seqüência de dobras da variedade instável

representada na Fig. 2.23(d). Quando as variedades se interceptam, o toro se transforma em um atrator caótico (caos homoclínico) e ocorre uma infinidade de bifurcações homoclínicas secundárias próximo deste valor crítico do parâmetro de controle. As variedades voltam a se tangenciar, mas agora a variedade instável encontra-se na parte externa do ciclo como mostrado na Fig. 2.23(e). Finalmente as variedades se afastam e resta apenas o ponto fixo instável conectado à variedade estável do ponto de sela. Toda a região torna-se repulsora e nenhum atrator é mais observado como vemos na fig. 2.23(f).

2.14 - Caracterização Simbólica:

O processo clássico de medida de uma variável dinâmica consiste numa aproximação do valor verdadeiro dessa variável devido às limitações experimentais. O conjunto de valores discretos com precisão finita que podem ser fornecidos pelas divisões do instrumento de medida (partições da escala) constitui uma representação simbólica desse sistema.

A dinâmica simbólica constitui-se num estudo algébrico dos sistemas dinâmicos e consiste numa descrição granular ou de grão grosso do sistema (Beck e Schlögl, 1993).

Dada uma partição apropriada (que em geral depende do sistema) pode-se analisar o comportamento caótico em termos das seqüências simbólicas geradas pelas órbitas.

Podemos dividir em duas metades o retrato de fase gerado pelo mapa quadrático da eq. (2.10). Considerando $\mu = 2$ calculamos as iteradas deste mapa partindo de um valor inicial x_0 . Desprezando o transiente inicial, construímos a seqüência simbólica desse sistema associando o símbolo R(L) a cada iterada em que o sistema gerar um número que pertença à partição do lado direito(esquerdo) de acordo com a partição mostrada na Fig. 2.24.

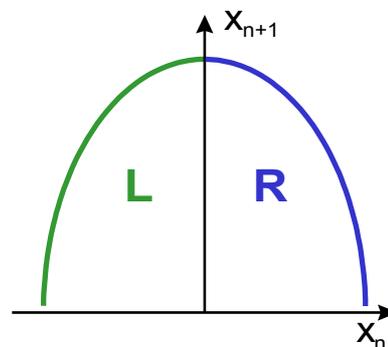


Figura 2.24 - partição do mapa quadrático em duas metades.

Apesar de nenhuma seqüência de símbolos ser privilegiada ou proibida a “*priori*”, nunca aparecem certas seqüências finitas de símbolos como:

LLL
 LLRR
 LLRLRL
 LLRLRRR
 LLRLRRLRL
 ...

Isto implica a existência de certas regras (inerentes ao sistema dinâmico) para a geração das seqüências simbólicas até um determinado comprimento. Este conjunto de regras é chamado de “gramática” (Collet e Eckmann, 1980; Alekseev e Yakobsen, 1981; Grassberger, 1988) e determina quais as “palavras” (seqüências finitas de símbolos) que podem ser ditas pelo sistema usando o “alfabeto” de símbolos definidos pela partição.

Uma construção feita por *Zhao e Zheng* (Zhao e Zheng, 1993) para evidenciar a gramática de partições binárias consiste em dividir a seqüência simbólica infinita gerada pelo sistema em duas partes semi-infinitas:

$$\dots s_m \dots s_2 s_1 \bullet s_0 s_1 s_2 \dots s_n \dots, \quad (2.15)$$

onde o símbolo \bullet representa a posição atual, de modo que $\dots s_m \dots s_2 s_1$ e $s_0 s_1 s_2 \dots s_n \dots$ representam as seqüências posterior e anterior respectivamente, onde cada um dos s_i corresponde a um símbolo (R ou L). A cada símbolo R(L) é associado o valor inteiro $\varepsilon_i = 1$ ($\varepsilon_i = -1$).

Um número α é obtido usando-se a seqüência posterior de cada posição:

$$\alpha = \sum_{i=1}^{\infty} m_i 2^{-i}, \quad \text{onde } m_i = \begin{cases} 1 & \text{se } (-1)^i \prod_{j=1}^i e_j = 1 \\ 0 & \text{se } (-1)^i \prod_{j=1}^i e_j = -1 \end{cases} \quad (2.16)$$

De maneira similar, associa-se à seqüência anterior o número β :

$$\beta = \sum_{i=1}^{\infty} v_i 2^{-i}, \quad \text{onde } v_i = \begin{cases} 1 & \text{se } \prod_{j=1}^i e_j = 1 \\ 0 & \text{se } \prod_{j=1}^i e_j = -1 \end{cases} \quad (2.17)$$

Calculando os números α e β para todas as posições da seqüência simbólica, o plano (α, β) assim definido é chamado plano simbólico. Esse

plano é uma representação gráfica da gramática simbólica do sistema dinâmico (Cvitanovic *et al.*, 1988).

Na prática, utiliza-se uma seqüência simbólica finita uma vez que a contribuição do n-ésimo símbolo é de apenas 2^{-n} ; as seqüências posterior e anterior são truncadas em 16 símbolos. Um exemplo de plano simbólico, obtido da maneira descrita, para o mapa quadrático definido pela eq. (2.10) é mostrado na Fig. 2.25. As seqüências simbólicas proibidas geram regiões vazias no plano simbólico (regiões proibidas) cujo formato é associado com a dinâmica do sistema; estes planos constituem uma ferramenta útil para a comparação de gramáticas (e de sistemas dinâmicos).

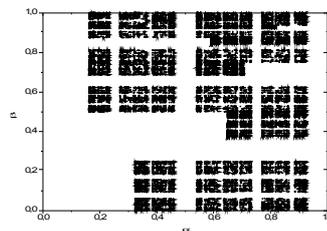


Figura 2.25 - Plano simbólico obtido de acordo com as eqs. (2.16) e (2.17) para o mapa quadrático.

2.15 - Controle de Caos:

A sensibilidade exponencial às pequenas variações nas condições iniciais dos sistemas dinâmicos caóticos, apesar de reduzir rapidamente a capacidade de previsão do comportamento futuro destes sistemas, representa uma capacidade potencial de adaptação muito útil e sem similar em sistemas não caóticos.

Um estado desejado pode ser obtido rapidamente em um sistema dinâmico caótico se for possível perturbar o estado atual de forma adequada. O conjunto de técnicas que definem qual a perturbação adequada que deve ser introduzida em um determinado estado para obter o efeito desejado é chamado de controle de caos.

O primeiro trabalho publicado sobre controle de caos consistia na eliminação do comportamento caótico em favor do periódico (Ott *et al.*, 1990; Ditto *et al.*, 1990; Shinbrot *et al.*, 1990), mas logo surgiram outros métodos que permitiam a transformação das órbitas caóticas em órbitas aperiódicas (Mehta e Henderson, 1991).

Técnicas experimentais de controle de caos estão sendo amplamente aplicadas e já existem trabalhos utilizando-as nas mais diversas áreas da ciência, desde o controle de ondas de spin (Azevedo e Rezende, 1991), até o

controle do comportamento de células do coração e do cérebro para curar doenças como arritmias cardíacas (Witkowski *et al.*, 1995; Witkowski *et al.*, 1998) e epilepsia (Schiff *et al.*, 1994b; Gluckman *et al.*, 1996).

2.15.1 - Método OGY de controle de caos:

O método de Ott, Grebogi e Yorke (Ott *et al.*, 1990) baseia-se na estabilização de órbitas periódicas instáveis associadas ao atrator caótico através de perturbações em um parâmetro p do sistema.

Quando a trajetória $\mathbf{x}(t)$, no espaço de fase, passa próxima à órbita periódica instável que se deseja estabilizar, o valor de um parâmetro acessível p é ajustado de modo a direcionar a solução para aquela órbita. A determinação de $p(\mathbf{x}(t))$ tem que ser feita em tempo real, sendo também necessário calcular os autovalores e autovetores associados à órbita que se deseja estabilizar ou conhecer o comportamento experimental das órbitas no espaço de fase nas vizinhanças da órbita instável (Ditto *et al.*, 1990). Um exemplo de aplicação do método OGY para estabilizar um sistema dinâmico em um ponto de sela é mostrado na Fig. 2.26.

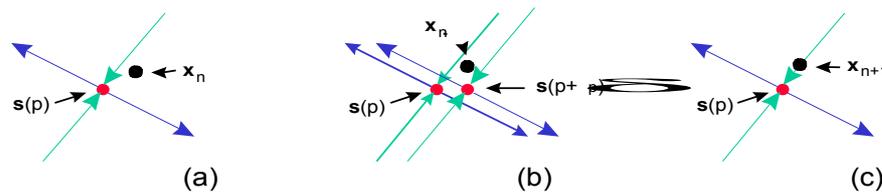


Figura 2.26 - Estabilização de uma órbita periódica instável usando a variedade estável de um ponto de sela. (a) Espera-se até que a órbita aproxime-se do ponto de sela em uma iterada \mathbf{x}_n . (b) Uma perturbação δp é introduzida no parâmetro de controle p de modo que a próxima iterada (\mathbf{x}_{n+1}) caia sobre a variedade estável do ponto de sela. (c) Retira-se a perturbação deixando o sistema naturalmente ir para o ponto de sela.

Muitos métodos de controle são variações, ou consistem em melhorias adicionadas ao método OGY para torná-lo mais eficiente, como por exemplo o método de “targeting” (Batista e Caldas, 1998) que consiste em direcionar a órbita ativamente para a região do espaço de fase onde se encontra a órbita que se deseja estabilizar, ao invés de esperar que ela passe por aquela região naturalmente. Entretanto, na maioria dos métodos, a detecção das órbitas instáveis imersas no meio da dinâmica caótica consiste num dos primeiros passos para a aplicação do controle e numa das maiores dificuldades.

2.16 - Anticontrol de Caos:

Em alguns sistemas dinâmicos não lineares pode-se querer partir de oscilações periódicas e desejar a manutenção de um comportamento caótico, ou menos periódico (In *et al.*, 1995). Um exemplo deste tipo de aplicação seria a eliminação do comportamento periódico em tecido cerebral, associado à epilepsia (Schiff *et al.*, 1994b; Gluckman *et al.*, 1996). O método de anticontrol de caos consiste em desestabilizar temporariamente órbitas periódicas estáveis, representadas nos mapas por pontos fixos estáveis, e então manter as órbitas do sistema longe desses pontos fixos.

Para que seja possível aplicar o anticontrol de caos é necessário que o sistema dinâmico possua uma região no espaço de fase onde existam órbitas caóticas instáveis, e que uma perturbação, ou variação, em algum parâmetro de controle acessível, seja capaz de levar o sistema a visitar esta região não periódica. Estudando-se o espaço de fase, é possível determinar qual é a região onde as órbitas são levadas para o ponto fixo estável e aplicar perturbações toda vez que o sistema visite essas regiões, de modo que a transição caos→ordem não ocorra. Sistemas que apresentam caos transiente (Alligood *et al.*, 1997), após a ocorrência de crises interiores ou de fronteira, são em geral passíveis de anticontrol de caos. Um exemplo desse tipo de sistema é o mapa de Ikeda mostrado na Fig. 2.22.

2.17 - Transformação do ponto fixo:

A transformação do ponto fixo (So *et al.*, 1996; So e Ott, 1995) é um método de detecção das órbitas periódicas instáveis imersas no atrator e consiste na transformação da série de dados experimentais em uma série em que os pontos se concentram em torno dos pontos fixos instáveis.

Para utilizar este método em um sistema dinâmico d -dimensional descrito pela função vetorial F , com pontos fixos que satisfazem $X^* = F(X^*)$, procede-se à medida da série temporal de uma das variáveis dinâmicas $\{x\}$. Os vetores reconstruídos $\{z_n\}$ são obtidos usando a reconstrução de Takens, $z_n = (z_n^1, z_n^2, \dots, z_n^d)^t = (x_n, x_{n-1}, x_{n-2}, \dots, x_{n-d})^t$. Onde z_n é um vetor coluna e z_n^t é a transposta de z_n . Usando a mesma notação de So *et al.* (So *et al.*, 1996), transforma-se z em \hat{z} usando

$$\hat{z}_n = (1 - S_n)^{-1} (z_{n+1} - S_n z_n), \quad (2.18)$$

onde

$$S_n = \begin{pmatrix} a_n^1 & a_n^2 & \dots & a_n^{d-1} & a_n^d \\ & & & 1 & 0 \end{pmatrix} + kR \|z_{n+1} - z_n\|, \quad (2.19)$$

$$\begin{pmatrix} a_n^1 \\ M \\ a_n^d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (z_n - z_{n-1})^t \\ M \\ (z_{n-(d-1)} - z_{n-d})^t \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} z_{n-1}^1 - z_n^1 \\ M \\ z_{n-(d-2)}^1 - z_{n-(d-1)}^1 \end{pmatrix}, \quad (2.20)$$

R é uma matriz aleatória $d \times d$ em que cada elemento deve ser escolhido independentemente e com distribuição uniforme em $[-1,1]$, k é a intensidade do termo aleatório e a norma utilizada em (2.19) é $\|z\| = \sum_{i=1}^d |z^i|$.

A estimativa da posição dos pontos fixos instáveis é obtida diretamente da posição dos picos do histograma do conjunto dos dados transformados $\{\hat{z}\}$. Para obter resultados confiáveis, deve-se fazer várias transformações para o mesmo conjunto de dados variando o parâmetro k , para eliminar possíveis picos espúrios relacionados com singularidades matemáticas da transformação. Uma estimativa da matriz Jacobiana local também pode ser obtida da média das matrizes S_n , com $k=0$, que geram vetores \hat{z}_n nas vizinhanças do ponto fixo.

A interpretação geométrica para a transformação do ponto fixo para $k=0$ e $d=1$ é representada na Fig. 2.27.

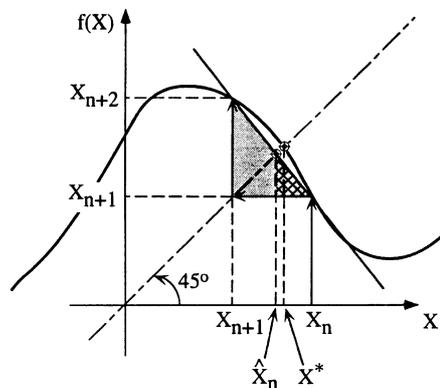


Figura 2.27 - Representação geométrica para a transformação do ponto fixo. Dada uma seqüência de pontos $\{x_{n+2}, x_{n+1}, x_n\}$, as eqs. (2.19), para $k=0$, fornecem a inclinação da hipotenusa do triângulo sombreado e a estimativa do ponto fixo \hat{x}_n , usando o triângulo hachurado menor. Extraída de *So et al.*, 1996.

3. Aquisição e Análise de Dados:

Uma das principais atividades deste trabalho foi o desenvolvimento do aparato experimental para obter dados em maior quantidade, qualidade e reprodutibilidade. Este capítulo está dividido em três partes, em que os resultados serão apresentados de acordo com o estágio de desenvolvimento do aparato experimental. Pequenas adaptações ou modificações, que não significaram mudanças qualitativas muito grandes, são descritas em uma mesma seção, já os conjuntos de alterações que implicaram em grandes melhorias na qualidade e quantidade dos dados são descritos em uma nova seção.

3.1 - Primeiro aparato experimental:

3.1.1 - Descrição do aparato:

O primeiro aparato experimental, cujo diagrama é mostrado na Fig. 3.1.1, consiste em três reservatórios de água destilada, com capacidade de 50 litros cada um, dispostos verticalmente sobre um suporte metálico com rodízios. Os reservatórios são isolados termicamente por um revestimento externo de placas de isopor de 1,5 cm de espessura como mostrado na foto da Fig. 3.1.2.

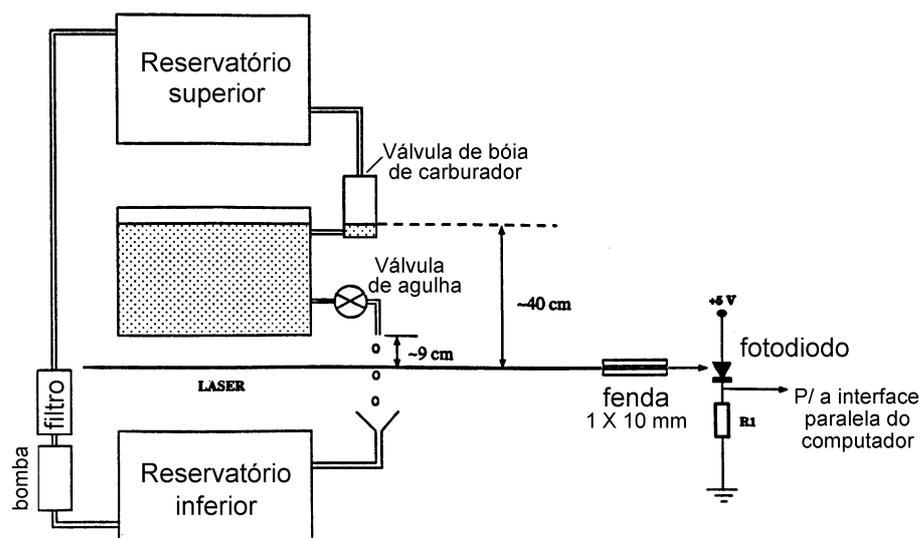


Figura 3.1.1 - Diagrama do primeiro aparato experimental. A válvula de agulha é acionada por um motor de passos controlado via computador.

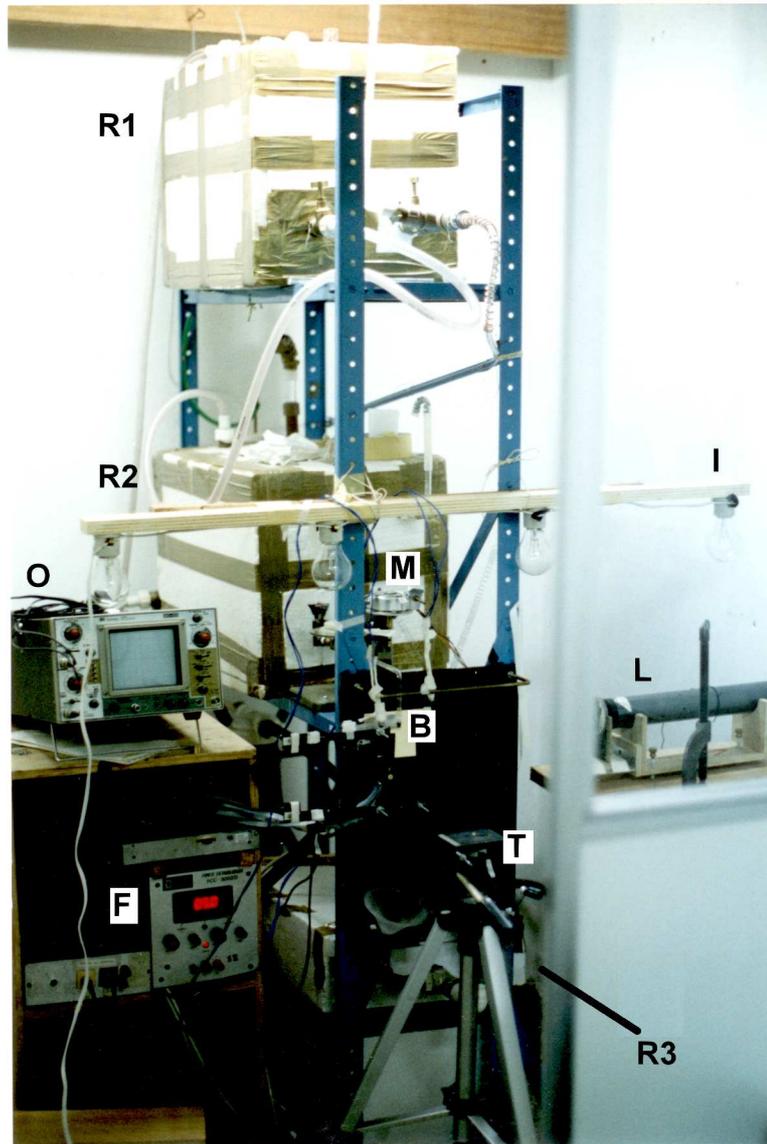


Figura 3.1.2 - Fotografia do primeiro aparato experimental: R1 - reservatório superior, R2 - reservatório intermediário, R3 - reservatório inferior, M - motor de passo e válvula de agulha, L - laser, B - bico da torneira e fotodiodo detetor, F - fonte de alimentação e circuitos eletrônicos, O - osciloscópio usado para alinhamento do conjunto laser-fotodiodo, T - tripé utilizado para filmagem, I - régua de iluminação para filmagem.

O reservatório superior serve de fonte para o reservatório intermediário que é mantido em nível constante por uma válvula de bóia, cujo funcionamento é esquematizado na Fig. 3.1.3, adaptada de um carburador de automóvel. O reservatório inferior coleta as gotas que caem da torneira e a água é bombeada posteriormente, passando para o reservatório superior através de um filtro de celulose de 4μ (Fig. 3.1.1).

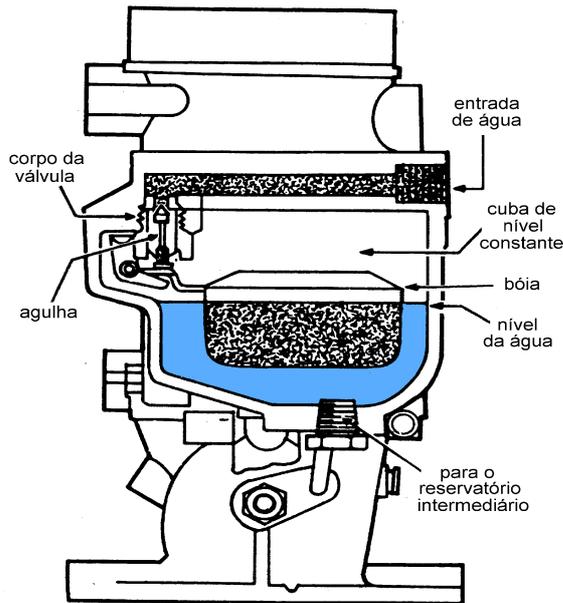


Figura 3.1.3 - Carburador de automóvel adaptado para manter constante o nível d'água do reservatório intermediário. Adaptada de *de Almeida*, 1982. O ajuste do nível do reservatório é feito pela regulagem da altura do corpo do carburador montado sobre um suporte móvel.

A torneira (Fig. 3.1.4) é composta por um tubo de vidro moldado e uma válvula de agulha (Colorflow) de 1/8" para gases, acionada por um motor de passo (Digimotor - DM27) controlado por um computador PC-XT compatível de 8 MHz de *clock*. No eixo sextavado da válvula está presa uma polia de 11 cm de diâmetro acoplada ao motor de passo por uma correia de borracha.



Figura 3.1.4 - A torneira gotejante formada por uma válvula de agulha para gases e um tubo de vidro. A abertura por onde saem as gotas possui 3mm de diâmetro. A - eixo sextavado de comando da válvula. B - bico da torneira encaixado ao tubo de vidro por uma mangueira plástica.

O sistema de detecção consiste em um laser He-Ne e um fotodiodo, como mostrado na Fig. 3.1.1. A passagem de uma gota pelo feixe de laser produz um pulso no circuito do fotodiodo que é ligado a um dos bits de entrada da interface paralela do computador de aquisição e controle (Fig. 3.1.5).

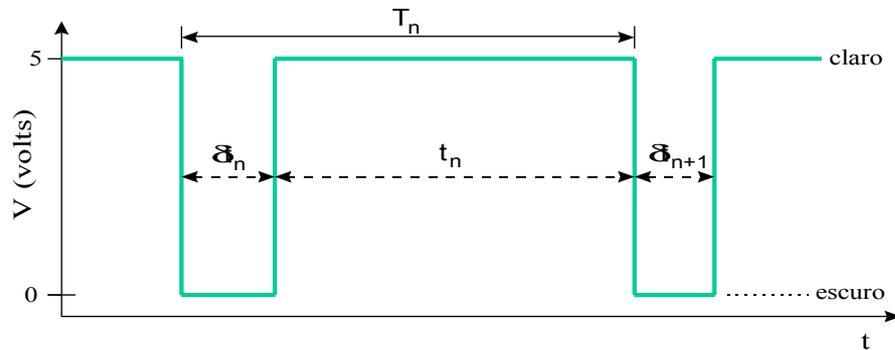


Figura 3.1.5 - Sinal introduzido no bit de entrada da interface paralela pela passagem das gotas interrompendo o laser. O feixe deste está ~ 9 cm abaixo da extremidade do bico da torneira.

Na Fig. 3.1.6 mostramos o cruzamento do feixe de laser por duas gotas consecutivas para definirmos adequadamente os tempos de passagem e os tempos entre gotas.

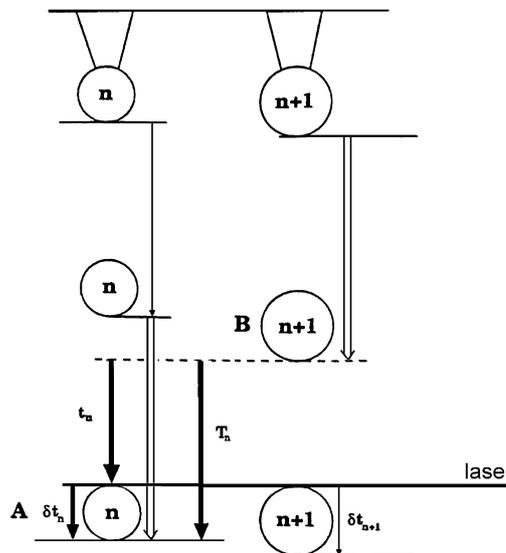


Figura 3.1.6 - Definição dos intervalos de tempo. Quando a n -ésima gota acaba de cruzar o feixe de laser na posição A, a $(n+1)$ -ésima gota encontra-se mais acima na posição B. $T_n = t_n + \delta t_n$ é o intervalo total entre a n -ésima gota e a $(n+1)$ -ésima gota cruzarem o laser.

O programa de aquisição e controle, cujo fluxograma é mostrado na Fig. 3.1.7, foi escrito em linguagem C e possui um laço contador escrito em Assembler 8086/8088 que armazena na memória o valor atual e reinicializa um contador toda vez que uma mudança de nível lógico é detectada no bit de entrada da interface paralela. A resolução do programa é de 10 μ s e o intervalo mínimo detectável é de 45 μ s, o que permite a medida do tempo entre gotas e do tempo de passagem de cada gota pelo laser.

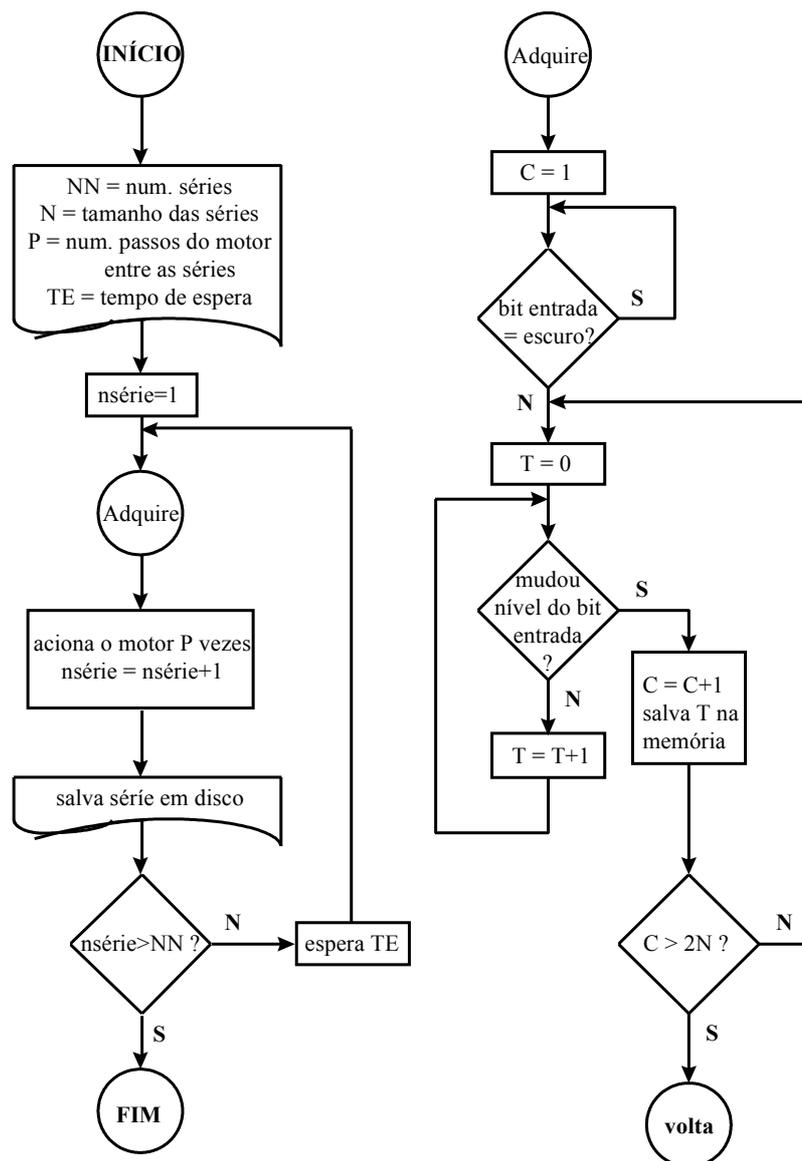


Figura 3.1.7 - Fluxograma do programa de aquisição e controle do primeiro aparato experimental. O programa principal foi escrito em linguagem C e a subrotina Adquire em Assembler 8086/8088.

A aquisição de uma seqüência de séries de dados correspondendo a diferentes vazões médias requer o seguinte procedimento:

- (a) Prestabelecer:
 - 1) Número de séries de medidas;
 - 2) Quantidade de gotas em cada série (N);
 - 3) Número de passos (NP) para abertura/fechamento da válvula;
 - 4) Abertura ($NP > 0$) ou fechamento ($NP < 0$);
 - 5) Tempo de espera para estabilização do sistema (TE);
- (b) Coletar os dados correspondentes a N gotas;
- (c) Armazenar em disco e incrementar o contador de séries;
- (d) Acionar o sistema de abertura/fechamento NP passos;
- (e) Aguardar um tempo de espera TE .

O ciclo (b) - (e) é repetido até que todas as séries tenham sido adquiridas, completando assim uma seqüência. Desse modo, o parâmetro de controle experimental é a abertura da torneira e uma série de dados, obtida para um determinado valor desse parâmetro, é geralmente associada a sua freqüência média de gotejamento (ou vazão média) em gotas/s (definida como $f = 1/\langle T \rangle$).

As séries de contagens são posteriormente convertidas em séries de intervalos de tempo por uma curva de calibração construída com o auxílio de um gerador de onda quadrada, implementado em um microcomputador tipo Apple II, de freqüência altamente estável escolhida entre 0.1 Hz e 60 Hz.

Uma câmara VHS posicionada na frente do bico da torneira permite a gravação de imagens de vídeo da formação das gotas que podem ser digitalizadas posteriormente a uma taxa máxima de 60 quadros/s.

Vários testes com o equipamento mostraram que a formação de gotas é muito sensível a vibrações mecânicas externas, podendo ser bruscamente perturbada pela circulação de carros e ônibus, abertura e fechamento de portas no prédio e circulação de pessoas. Desse modo a aquisição de dados teve que ser feita durante a madrugada ou em feriados prolongados em que estas fontes de ruídos são bastante reduzidas.

3.1.2 - Crises e intermitências:

Para observar os vários comportamentos dinâmicos obtidos com o aparato descrito, foram obtidas várias séries de intervalos de tempo entre gotas em função da vazão média, ora abrindo ora fechando a torneira. Na Fig. 3.1.8 mostramos o diagrama de bifurcações obtido a partir de uma

seqüência de 208 séries de dados obtidas abrindo a torneira um passo e esperando 15 s para estabilização do sistema antes de iniciar a aquisição de nova série. A seqüência foi iniciada em uma vazão de ~ 10 gotas/s, indo até ~ 40 gotas/s, ponto em que o fluxo torna-se contínuo. Cada série de dados possui 1024 intervalos de tempo entre gotas (t_n), assim como seus respectivos tempos de passagem (δt_n).

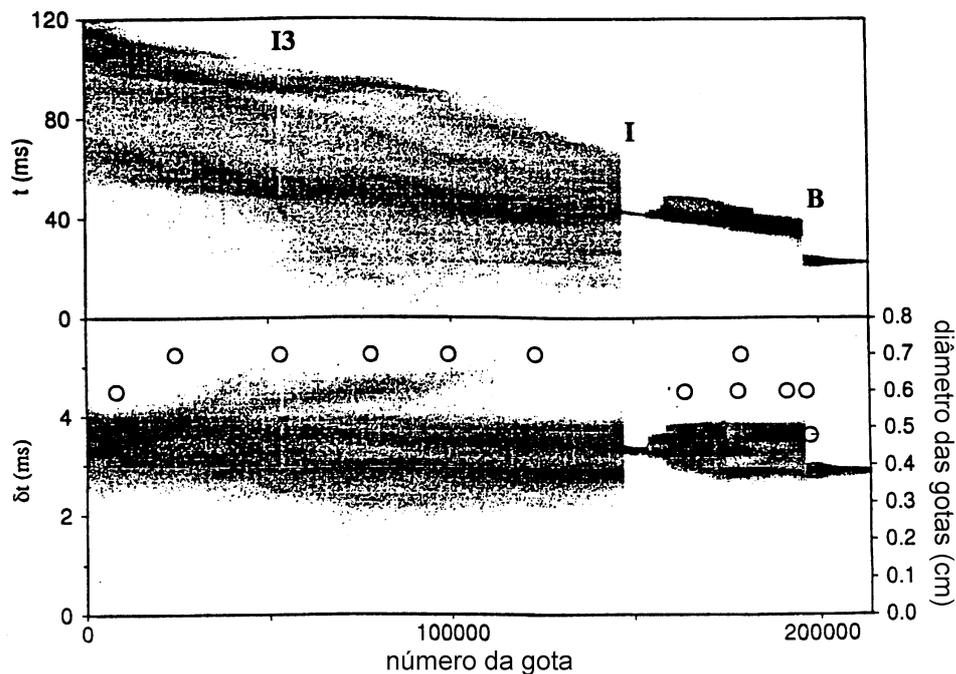


Figura 3.1.8 - Diagrama de bifurcações obtido com uma seqüência de 208 séries de dados com 1024 tempos entre gotas cada uma; t_n é o tempo entre gotas e δt_n é o tempo de passagem da gota. A descontinuidade B é consistente com uma crise de fronteira e a descontinuidade I é consistente com uma crise interior. Em $I3$ observa-se uma janela periódica. Os círculos representam estimativas do tamanho médio das gotas usando as imagens digitalizadas pela câmara VHS.

Para analisar o vasto conjunto de dados foram utilizadas reconstruções bidimensionais dos atratores (mapas de primeiro retorno t_{n+1} vs. t_n e δt_{n+1} vs. δt_n). Foram observadas duplicações de período, diferentes tipos de crises e intermitências conforme descrito no trabalho “*Crisis and intermittence in a leaky-faucet experiment*” (apêndice 1).

3.1.3 - Bifurcação de Hopf:

A análise das séries de dados com vazão média acima da do ponto **B** onde ocorre uma crise de fronteira (detalhe *B* - Fig. 3.1.8) foi descrita no trabalho “*Hopf bifurcation in a leaky faucet experiment*” (apêndice 2), e aqui reproduzimos seus pontos principais.

Na Fig. 3.1.9 são mostrados os atratores reconstruídos (mapas de retorno t_{n+1} vs. t_n). A reconstrução bidimensional desses atratores é suficiente pois acrescentando uma terceira dimensão nenhum desdobramento da estrutura dos atratores é observado.

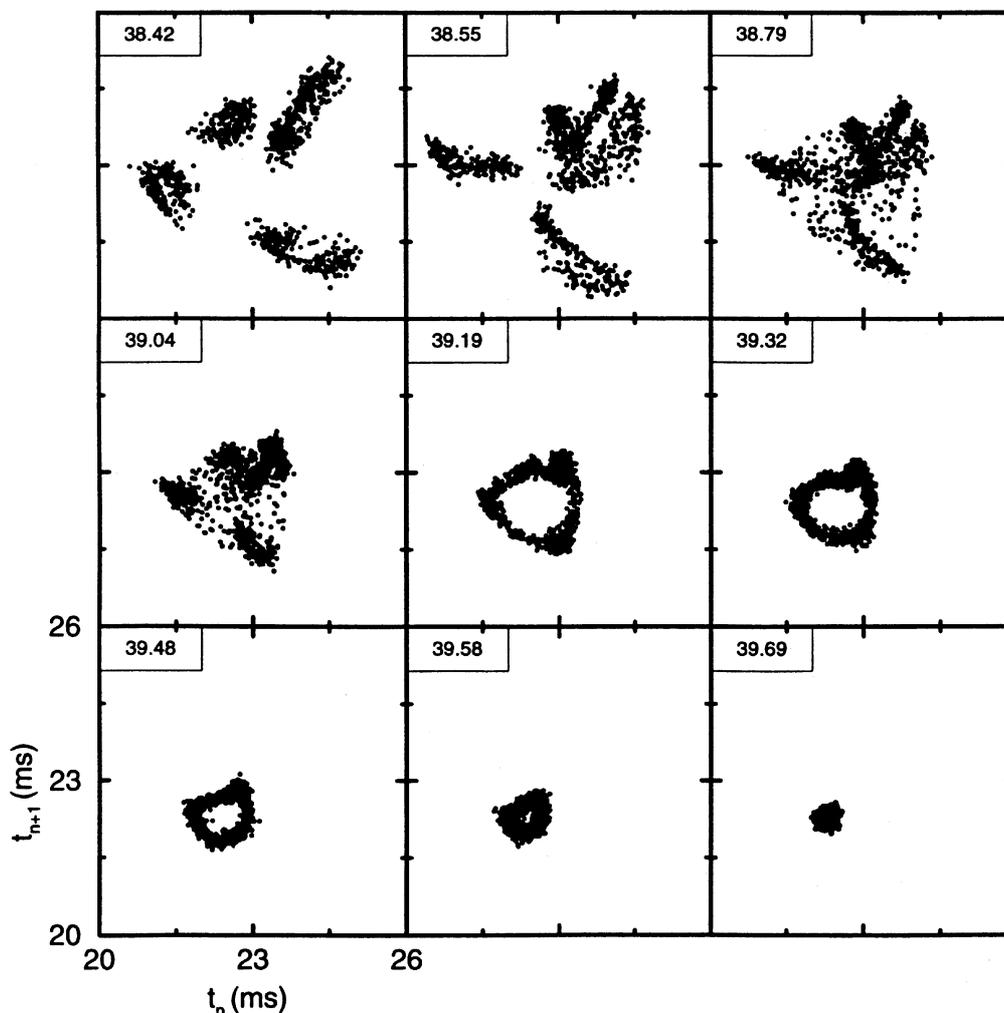


Figura 3.1.9 - Atratores reconstruídos em 2D a partir de 9 séries com 1024 intervalos entre gotas escolhidas dentre as 17 séries da seqüência de alta vazão. No canto superior esquerdo de cada atrator é mostrada a vazão média em gotas/s.

A periodicidade aproximada de cada série quase-periódica foi obtida com a transformada rápida de Fourier (FFT), mostrada na Fig. 3.1.10(a). Os “períodos” assim obtidos para as 17 séries são mostrados na Fig. 3.1.10(b).

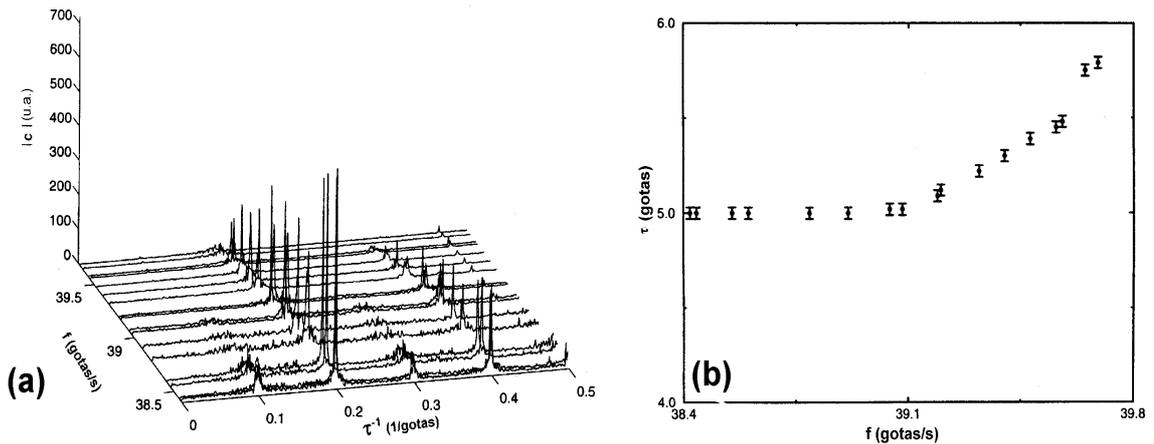


Figura 3.1.10 - (a) Amplitude da transformada de Fourier (FFT) das 17 séries de dados. (b) Períodos médios das 17 séries temporais, obtidos da frequência fundamental da transformada de Fourier, em função da vazão média em gotas/s.

As séries de 1 a 6 apresentam um comportamento periódico (período 5) e que este período aumenta a partir da 7ª série indo na direção do período 6. Como os atratores são aproximadamente circulares e existe um sentido de rotação bem definido (sentido horário) podemos associar a frequência fundamental ao número de rotação que caracteriza o movimento do mapa circular.

Para aproximar por um racional o número de rotação e o “período” obtidos experimentalmente, organizamos os racionais entre $\tau_0 = 5$ e $\tau_1 = 6$ construindo as frações $\tau(p,q) = (p\tau_0 + q\tau_1)/(p+q)$, com p e q inteiros e desenvolvemos um método para a obtenção das componentes de Farey (p,q) associadas ao movimento, chamado Soma sobre Séries Temporais (SST).

Seguindo as mesmas convenções adotadas em Pinto *et al.*, 1995, dividimos cada série $\{t_n\}$ em várias subséries de comprimento T . Adicionando todas as subséries, obtemos uma nova série $t_l^i(T)$ definida por

$$t_l^i(T) = \frac{1}{K+1} \sum_{k=0}^K t_{kT+l}, \quad (3.1.1)$$

onde K é a parte inteira de $(N/T-1)$ e N é o número total de intervalos de tempo da série de dados original.

Desta nova série são calculados a média

$$m(T) = \frac{1}{T} \sum_{l=1}^T t_l^i(T), \quad (3.1.2)$$

e o desvio quadrático médio

$$d(T) = \sqrt{\frac{1}{T} \sum_{l=1}^T [t_l^i(T) - m(T)]^2}. \quad (3.1.3)$$

Devido à superposição das subséries, a função $d(T)$ apresenta uma grande quantidade de picos que podem ser associados com pares das componentes de Farey. Quando há mais de um par possível, é escolhido o par cuja soma $p+q$ seja mínima, mas $p.q \neq 0$. O melhor par para representar a série é escolhido como sendo o correspondente ao maior pico local próximo do período dado pela transformada de Fourier. Se mais de um pico tiver a mesma intensidade, é escolhido novamente aquele com a menor soma $p+q$. Na Fig. 3.1.11(a) mostramos a função $d(T)$ obtida para um atrator periódico com $\tau = 5$ gotas. Os picos possuem praticamente a mesma amplitude e ocorrem para valores múltiplos de 5 gotas. O primeiro pico, que corresponde à menor soma $p+q$ ocorre em $T = 5$ gotas e é associado ao par $(1,0)$. Nas funções $d(T)$ obtidas para atratores quase-periódicos os picos possuem amplitudes diferentes como mostrado na Fig. 3.1.11(b). O primeiro pico de maior amplitude ocorre em $T=49$. Como $5 \times 5 + 4 \times 6 = 49$ este pico é associado ao par $(5,4)$.

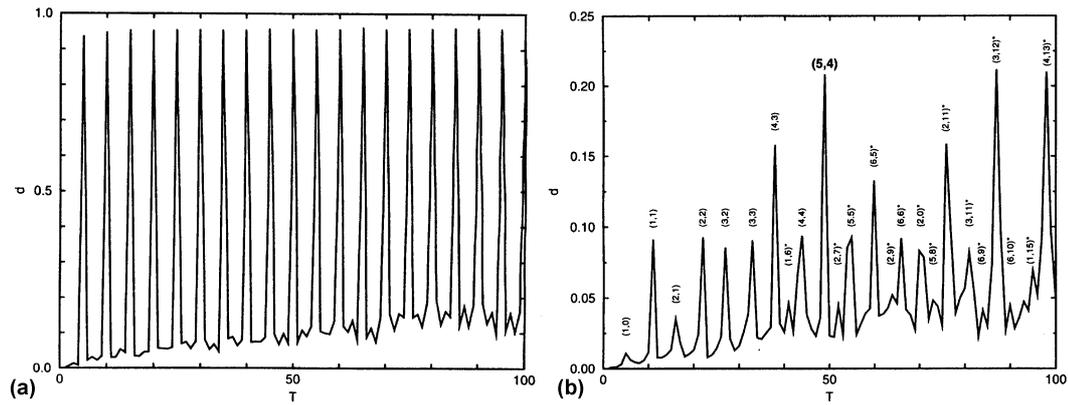


Figura 3.1.11 - Gráfico da função $d(T)$. (a) Para um atrator periódico com $\tau=5$. (b) Para um atrator quase-periódico. As componentes de Farey são indicadas entre parênteses. Um asterisco indica que mais de um par pode ser associado ao pico.

Na tabela 3.1.1 mostramos o resultado obtido com a aplicação do método SST aos 17 atratores.

f (gotas/s)	τ (gotas) $\pm 0,03$	p	q	τ_a
38,42	5,00	1	0	5
38,44	5,00	1	0	5
38,55	5,00	1	0	5
38,60	5,00	1	0	5
38,79	5,00	1	0	5
38,91	5,00	1	0	5
39,04	5,02	1	0	5
39,08	5,02	1	0	5
39,19	5,09	9	1	5,1
39,20	5,12	7	1	5,125
39,32	5,22	7	2	5,222...
39,40	5,30	5	2	5,285...
39,48	5,39	3	2	5,4
39,56	5,45	5	4	5,444...
39,58	5,48	1	1	5,5
39,65	5,75	1	3	5,75
39,69	5,79	1	4	5,8

Tabela 3.1.1 - Componentes de Farey obtidas para os 17 atratores. Na segunda coluna estão os valores de τ obtidos das transformadas de Fourier. A última coluna mostra $\tau_a = (5p+6q)/(p+q)$, onde os pares (p,q) são as componentes de Farey obtidas da análise de $d(T)$. Acima de $f=39,19$ gotas/s temos a região quase-periódica.

O gráfico da Fig. 3.1.10(b) representa uma escada do diabo cuja largura dos degraus é maior quanto menor for a soma ($p+q$), o que explica a grande quantidade de dados obtidos para o período 5 ($p=1, q=0$).

Como a seqüência de atratores na região quase-periódica mostra uma evolução de um atrator circular para um ponto fixo, definimos um raio médio r_0 associado a cada atrator circular,

$$r_0 = (t_{m\acute{a}x} - t_{m\acute{i}n})/2, \quad (3.1.4)$$

onde $t_{m\acute{a}x}$ ($t_{m\acute{i}n}$) é definido como o valor médio dos intervalos que caem no último (primeiro) canal de um histograma de 10 canais feito com a série de dados $\{t\}$ original. Na figura 3.1.12 mostramos um gráfico de r_0^2 em função da vazão em gotas/s para todos os atratores da seqüência.

Identificando a vazão média como o parâmetro de controle, ajustamos aos dados experimentais a eq. (2.12), que caracteriza uma bifurcação de Hopf secundária (ou de Neimark) supercrítica inversa, conforme mostra a linha contínua na Fig. 3.1.12.

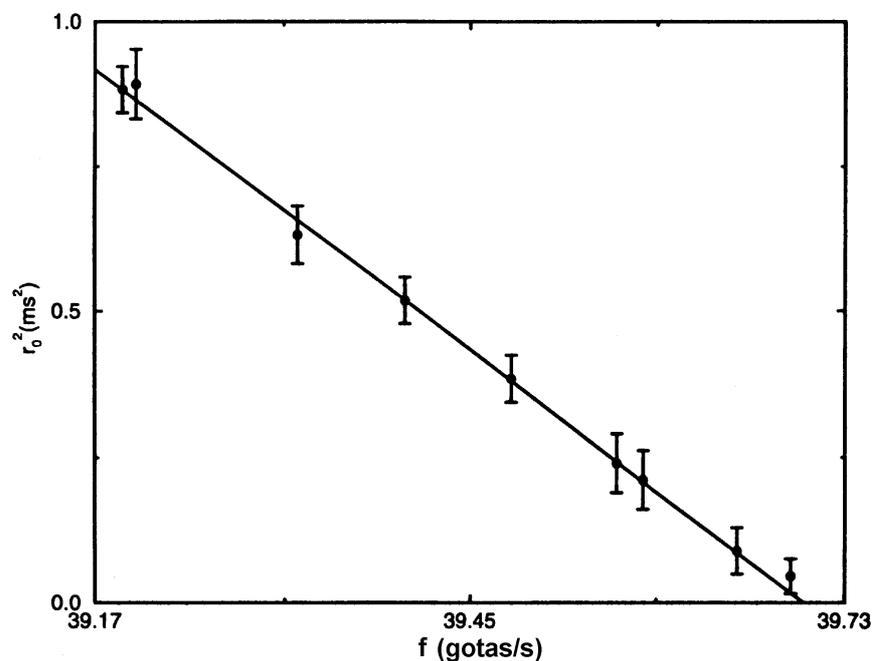


Figura 3.1.12 - r_0^2 em função da vazão na região quase-periódica. A linha contínua representa um ajuste linear aos pontos experimentais. A vazão crítica obtida com o ajuste é $f_0=39,705$ gotas/s.

A evolução do número de rotação dos atratores $R = 1/\tau$, com τ extraído da transformada de Fourier também confirma a bifurcação de Hopf, como mostrado na Fig. 3.1.13 onde representamos R em função de r_0^2 , que de acordo com a eq. (2.14) deve apresentar um comportamento linear em uma bifurcação de Hopf.

Reapresentaremos esta bifurcação de Hopf na secção 3.2 para ilustrar a sua reprodutibilidade e a melhoria dos dados obtidos com um novo aparato.

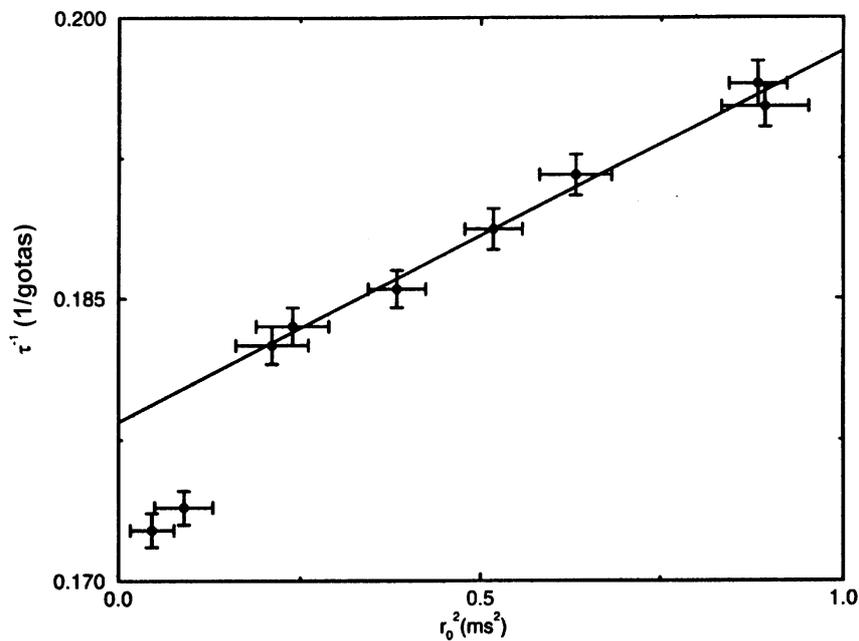


Figura 3.1.13 - O valor do número de rotação $R=1/\tau$ em função de r_0^2 . Os dois pontos desalinhados correspondem às séries de dados com a menor relação sinal/ruído e cujos picos da transformada de Fourier possuem as menores intensidades.

3.1.4 - Anticorrelações de longo alcance:

Para o trabalho “*Long-range anticorrelations and non-Gaussian behavior of a leaky faucet*” (apêndice 3), feito em colaboração com P. M. C. de Oliveira e T. J. P. Penna da Universidade Federal Fluminense - RJ, foram obtidas 14 séries, correspondendo a 14 diferentes taxas de vazão, cada uma

com 8192 intervalos entre gotas sucessivas. Neste trabalho foi mostrado que as séries de dados experimentais com intervalos entre gotas sucessivas apresentam anticorrelações de longo alcance, invariantes em escala, caracterizadas pelos mesmos expoentes obtidos para séries de dados com os intervalos entre batidas sucessivas do coração de indivíduos sadios (Peng *et al.*, 1993).

Anticorrelações de longo alcance têm sido encontradas em vários sistemas diferentes, inclusive em seqüências de DNA humano (Peng *et al.*, 1992). A presença de anticorrelações de longo alcance em sistemas biológicos tem sido comumente associada a comportamentos resultantes de processos de adaptação. Como as torneiras gotejantes não pertencem à classe de sistemas que apresentam evolução, desenvolvemos na seção 3.3.9 um modelo topológico simples, capaz de explicar o aparecimento das anticorrelações de longo alcance nos atratores da torneira gotejante.

3.1.5 - Estudo da formação de gotas através de imagens digitalizadas:

Para o estudo da formação de gotas com imagens digitalizadas feito por M. S. F. da Rocha durante seu mestrado, algumas modificações tiveram que ser produzidas no aparato experimental. Os principais resultados obtidos são discutidos no trabalho “*Some dynamical aspects of the water drop formation in a leaky faucet*” (apêndice 4). A aquisição de dados e a filmagem simultânea da formação das gotas e do mostrador de um contador, desenvolvido para associar cada imagem digitalizada com o respectivo intervalo entre gotas, permitiram mostrar que a dinâmica de formação das gotas, quando analisada em gráficos do volume em função do centro de massa, pode ser entendida como um movimento elástico seguido de um movimento plástico, sendo que neste último aparece a sensibilidade às condições iniciais apresentada pelos atratores caóticos. Neste mesmo trabalho também foi analisado o aparecimento, em determinadas taxas de vazão, de pequenas gotículas, chamadas de gotas satélites, provenientes do rompimento simultâneo do filete de água em diversas posições.

Para comparar o tamanho das gotas obtido com as imagens de vídeo digitalizadas com medidas independentes da mesma grandeza, desenvolvemos um sistema de dupla detecção das gotas como descrito na Fig. 3.1.14.

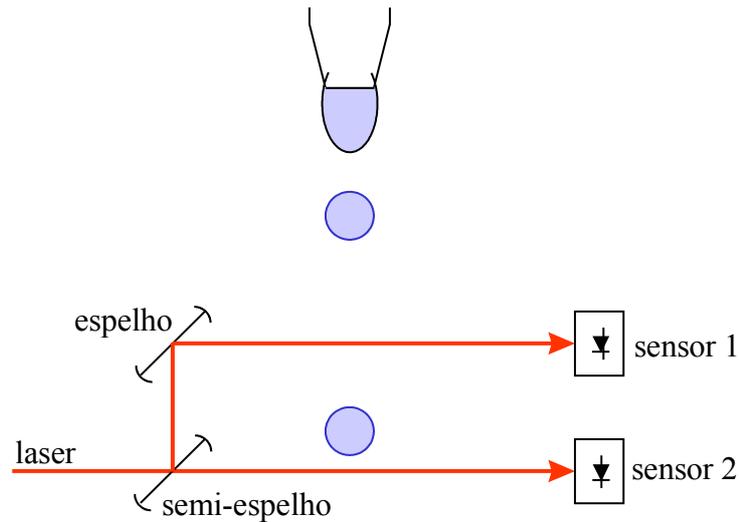


Figura 3.1.14 - Sistema de dupla detecção das gotas.

As gotas espalham a luz ao cruzar o laser focalizado no sensor 1, induzindo pulsos elétricos, de forma idêntica à descrita para o sistema de detecção convencional. O sinal deste detetor é ligado a um bit de entrada da interface paralela do computador de aquisição e um segundo detetor, funcionando da mesma maneira, é ligado a outro bit de entrada da interface paralela. A rotina de aquisição de dados em Assembler foi alterada para permitir que fossem adquiridos os tempos entre gotas, a duração do deslocamento da gota entre os detetores 1 e 2 e os tempos de passagem da gota pelos dois detetores, como descrito no diagrama da Fig. 3.1.15.

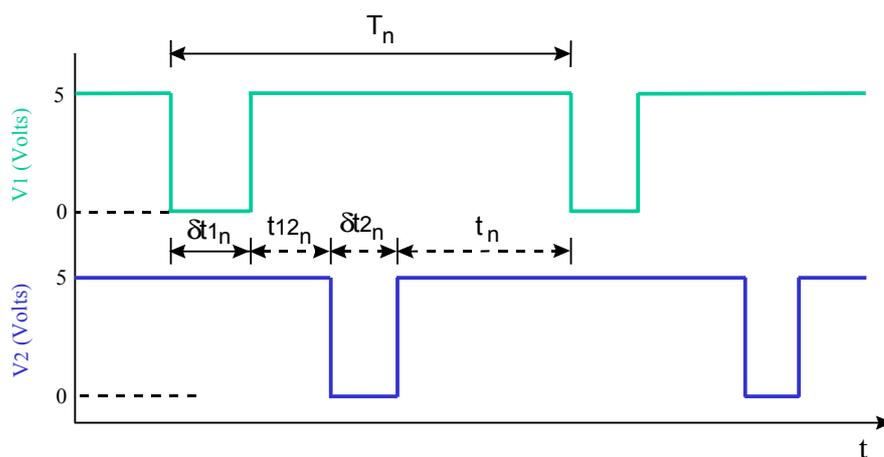


Figura 3.1.15 - Diagrama dos sinais produzidos pelo sistema de dupla detecção e sua relação com o tempo entre gotas. $V1(2)$ é o sinal produzido pelo fotodiodo 1(2). T_n é o tempo total entre as gotas n e $(n+1)$.

Com os valores destes intervalos de tempo podemos obter estimativas para o valor do diâmetro d_n da n -ésima gota:

$$d_n = \frac{1}{2} g \left(dt_{1_n} + dt_{2_n} + 2t_{12_n} \right) \left(\frac{dt_{1_n} dt_{2_n}}{dt_{1_n} - dt_{2_n}} \right), \quad (3.1.5)$$

onde g é a aceleração da gravidade e os intervalos de tempo seguem as definições usadas no diagrama da Fig. 3.1.15.

A detecção das gotas satélites é bastante difícil no sistema de dupla detecção porque às vezes elas são lançadas com uma velocidade lateral aleatória e como são muito pequenas acabam desviando dos feixes de laser. Mesmo no sistema de detecção simples tivemos que fazer uma alteração do circuito eletrônico de tratamento do sinal do fotodiodo para que as gotículas fossem detectadas. As gotas satélites, por serem muito pequenas, podem não espalhar suficientemente a luz do feixe e um sinal distorcido é produzido no fotodiodo, como mostrado na Fig. 3.1.16(a).

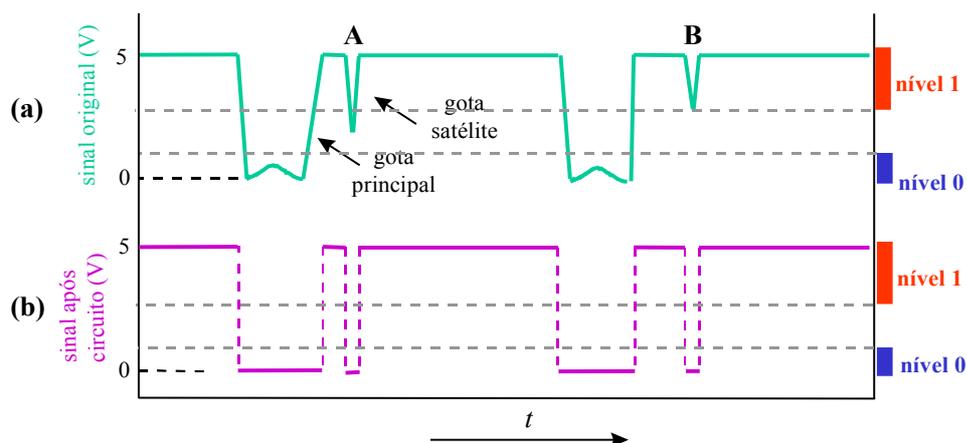


Fig. 3.1.16 - Sinal produzido no detetor pela passagem das gotas e gotas satélites. (a) Sinal produzido pelo circuito original. (b) Sinal após tratamento pelo circuito comparador.

O circuito lógico de entrada da interface paralela do computador é do tipo TTL (Texas Instruments, 1976) e possui duas faixa de tensões conhecidas como nível 0 e nível 1 como mostrado no eixo vertical à direita e pelas linhas horizontais tracejadas da Fig. 3.1.16. Se a tensão de entrada está no intervalo entre estas faixas (exemplo A da figura 3.1.16), o sinal pode ser entendido como nível lógico 0 ou 1; no exemplo B, o sinal produzido pela

gotícula não é detectado. O circuito eletrônico esquematizado na Fig. 3.1.17 é um comparador sensível a pequenas mudanças de nível do sinal do fotodiodo condicionando o sinal distorcido gerado pelas gotas satélites para excitar as entradas TTL da interface paralela (Fig. 3.1.16(b)).

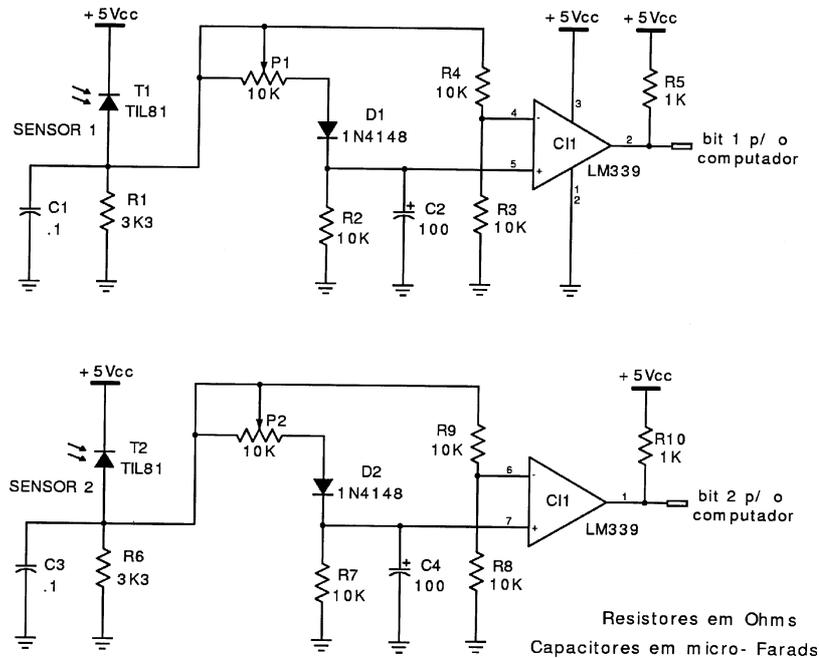


Figura 3.1.17 - Circuito comparador para a detecção das gotas satélite. A sensibilidade do circuito é ajustada nos potenciômetros P1 e P2.

Verificamos que abaixo de 3 gotas/s, cada gota é acompanhada de uma satélite. No intervalo 3 - 10 gotas/s o aparecimento de satélites e o seu número têm um comportamento intermitente e acima de 10 gotas/s não são observadas gotas satélites.

Foi também desenvolvido um circuito contador com 4 mostradores do número da gota e 2 mostradores do número do arquivo sendo adquirido. O diagrama esquemático do circuito contador é mostrado na Fig. 3.1.18. A filmagem dos mostradores colocados próximos ao bico da torneira permite a identificação das imagens da formação das gotas com seus respectivos tempos entre gotas. O sinal para a contagem das gotas é proveniente do próprio sinal do circuito de aquisição, enquanto os sinais para contagem de arquivos e *reset* do número de gotas são gerados por dois bits da interface paralela acionados pelo programa de aquisição. O *reset* do número de arquivos é feito manualmente, antes do início da aquisição da seqüência, pressionando-se um botão normalmente aberto.

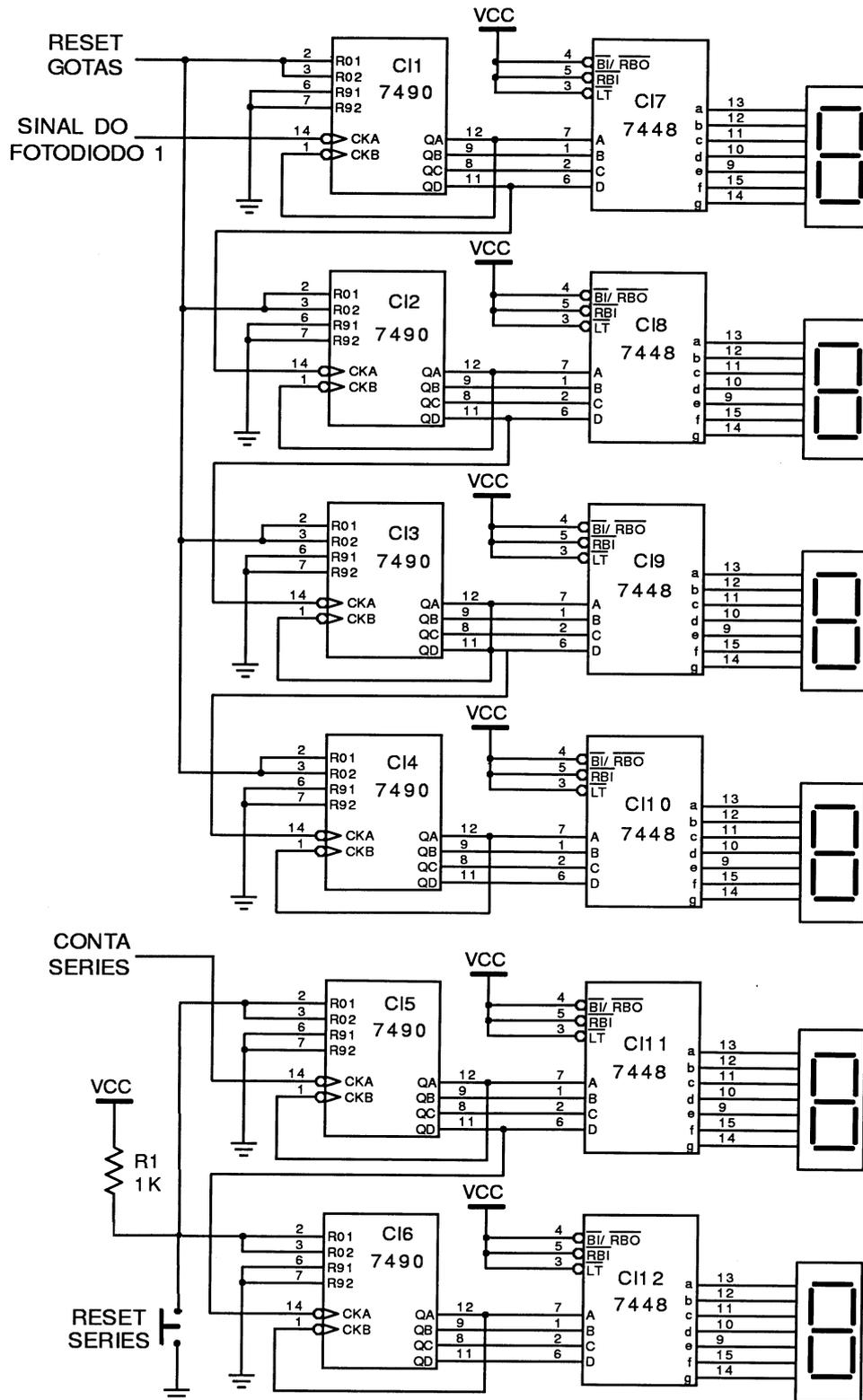


Figura 3.1.18 - Diagrama esquemático do circuito contador utilizado na filmagem da formação das gotas.

3.1.6 - Limitações experimentais do primeiro aparato:

Com a experiência obtida com este primeiro aparato foi possível detectar certas limitações e saná-las.

Os principais problemas encontrados e suas causas foram:

1) Estacionariedade das séries temporais, limitada pela inércia da bóia do sistema de nível constante e pelo baixo volume de água disponível. Medidas feitas deixando o nível do reservatório abaixar naturalmente, conforme as gotas saíam da torneira, mostraram que o sistema é sensível a variações de nível muito pequenas, da ordem de 10^{-3} mm, produzidas por dezenas de gotas como mostrado na Fig. 3.1.19. Essa bifurcação só seria vista com tamanho detalhe usando-se o sistema de nível constante, se a altura do reservatório fosse mantida com uma precisão de 10^{-3} mm durante a aquisição de uma série (30 min), porém, uma flutuação do nível de ~ 1 mm era observada no mesmo intervalo de tempo.

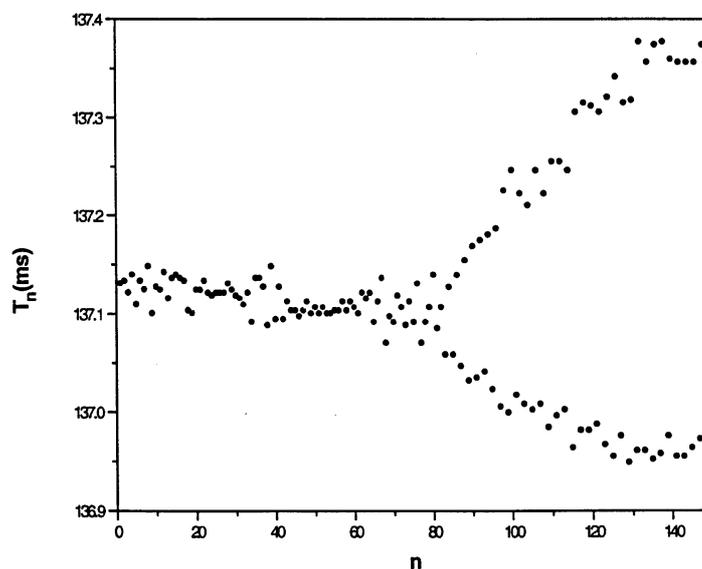


Figura 3.1.19 - Trecho de um diagrama de bifurcações de uma série de dados em que o nível vai abaixando à medida em que as gotas saem da torneira. A bifurcação observada ocorre para uma variação do nível de 10^{-3} mm.

A inércia da bóia do sistema de nível constante que permitia variações da ordem de mm e o pequeno volume da caixa d'água de nível constante não possibilitavam adquirir séries de dados longas com o parâmetro de controle (vazão média). Outra limitação do número de dados das séries de uma seqüência era imposta pelo volume da caixa superior. O volume total das gotas não poderia ultrapassar os 40 litros úteis (~400.000 gotas) do reservatório superior, pois após este reservatório ser esvaziado, o nível d'água do reservatório de medida não era mais mantido constante. Este problema não podia ser resolvido pelo bombeamento automático da água destilada quando o reservatório se esvaziasse porque este bombeamento gerava uma enorme perturbação no sistema.

2) Relação sinal/ruído.

O sistema é muito sensível às vibrações mecânicas, deteriorando a qualidade dos dados. Por isso, a tomada de dados era feita principalmente nos horários da madrugada em fins de semana prolongados.

3) Qualidade da água.

A viscosidade e a tensão superficial da água têm uma forte dependência das impurezas nela dissolvidas. O próprio corpo metálico do carburador após um longo tempo oxidava e desprendia impurezas. Todo o sistema tinha que ser lavado e reabastecido, mesmo com a utilização de água destilada.

A impossibilidade de adquirir séries de dados longas com alta relação sinal/ruído, e a necessidade de uma caracterização mais completa dos atratores, calculando os expoentes de Lyapunov, nos levaram à primeira remodelação completa do aparato experimental que será descrita na seção seguinte.

3.2 - Segundo aparato:

3.2.1 - Descrição do aparato:

Em 1994, redesenhamos o aparato experimental que foi montado em uma câmara isolada de 12m² e 3,3m de altura média. Desde então, temos melhorado o equipamento de maneira a obter não somente uma relação sinal/ruído maior, mas também uma maior estabilidade para longas sessões de medidas.

O aparato experimental foi remontado na câmara isolada descrita, de modo que o reservatório de nível constante e o sistema de detecção ficassem sobre uma plataforma de concreto armado de ~ 1000 Kg (220 x 135 x 6 cm) apoiada em quatro suportes compostos por sanduíches de 22 materiais com diferentes constantes elásticas para minimizar a transmissão de vibrações mecânicas externas para o aparato.

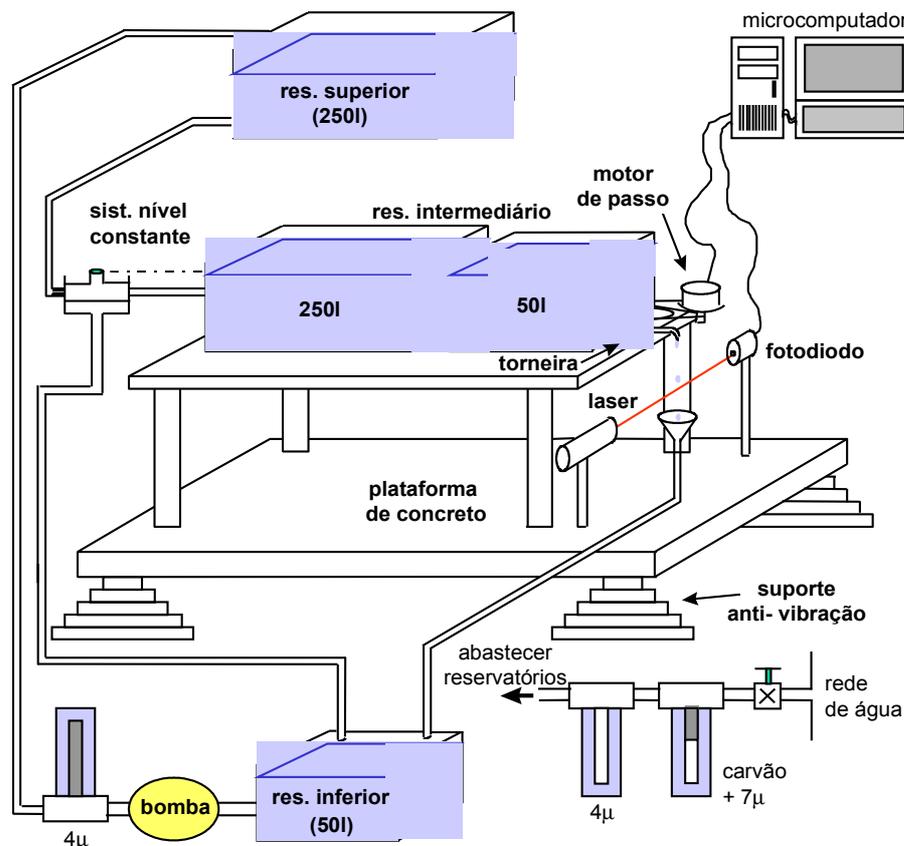


Figura 3.2.1 - Diagrama do segundo aparato experimental.

Conforme mostrado na Fig. 3.2.1, a caixa d'água superior foi substituída por uma caixa maior, com capacidade para 250 l, aumentando o tempo total de aquisição sem necessidade de bombeamento. O reservatório de nível constante foi aumentado em 250 l, conectando através de uma mangueira de 1" a caixa original a um reservatório extra. Devido ao grande aumento do volume de água necessário para operar o sistema, o uso de água destilada ficou inviável e passamos a usar apenas água filtrada com filtros de carvão ativado e celulose de 7 μ e 4 μ .

O aumento do volume, além de permitir um maior tempo de aquisição de dados, melhorou a relação sinal/ruído, pois a área da superfície da água praticamente quadruplicou e com isto, a perturbação do nível d'água, causada pela queda de uma gota, ficou muito menor em relação ao aparato anterior.

Observamos que a qualidade dos atratores degenerava-se rapidamente após 1 mês da troca da água do sistema, o que nos gerou uma constante necessidade de limpeza dos reservatórios e troca da água.

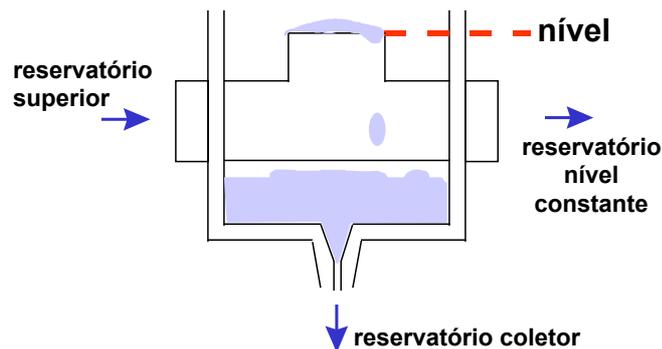


Figura 3.2.2 - Sistema de controle de nível por transbordamento usando uma conexão tipo T de PVC de 3/4". Um pequeno fluxo d'água vindo do reservatório superior entra constantemente pelo lado esquerdo da conexão. O excesso de fluxo é extravasado para o reservatório coletor. O ajuste de nível é feito regulando a altura do conjunto.

No sistema de controle de nível, o carburador foi substituído por um dispositivo baseado em transbordamento conforme descrito na Fig. 3.2.2. A segunda caixa d'água do reservatório de nível constante é conectada por uma mangueira de silicone de 1/2" a um dos lados de uma conexão tipo T de 3/4" virada para cima. No lado oposto da conexão é injetado um fluxo de água um pouco maior que o fluxo da torneira. À medida em que as gotas vão saindo pela torneira se estabelece um fluxo que repõe a água perdida e o excesso é extravasado pelo terceiro lado da conexão que foi deixado aberto.

Desta forma, ligando o sistema e colocando a torneira em um regime de gotejamento próximo do qual se desejava fazer a aquisição, após um tempo de estabilização, a realimentação passava a ser feita de modo praticamente contínuo, sem os inconvenientes da inércia da válvula de bóia. Com isto, a água só entra em contato com metais nos registros de latão, que não soltam impurezas na água.

O controle de abertura da torneira passou a ser feito por um motor de passo retirado de um disco rígido antigo, onde era utilizado para a movimentação das cabeças de leitura e gravação. Estes motores, além de serem bastante precisos, apresentam baixíssimos níveis de vibração. Desenvolvemos um circuito eletrônico de potência para acionar o novo motor de passo através da porta de saída da interface paralela do computador conforme mostrado na Fig. 3.2.3. Utilizamos a técnica de $\frac{1}{2}$ passo para construir o programa de controle da interface de potência e fizemos com que uma volta completa o eixo fosse dada a cada 400 passos, o que permitiu uma variação mais fina do parâmetro de controle da experiência.

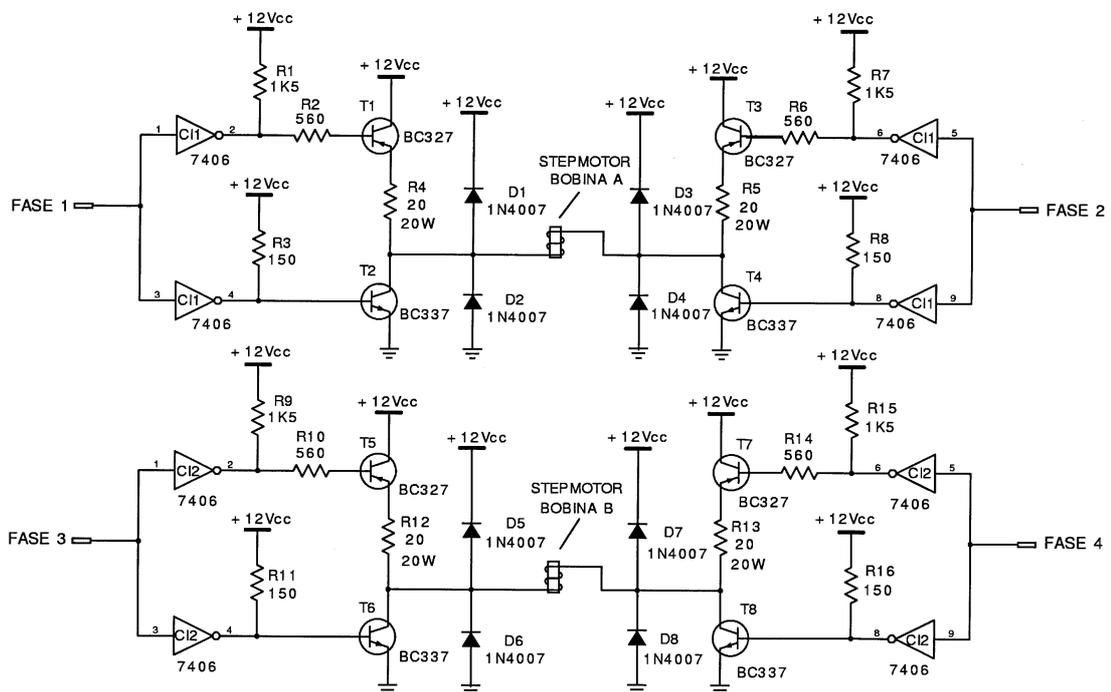


Figura 3.2.3 - Circuito eletrônico da interface de potência para o motor de passo. Os sinais FASE1-4 são gerados pelo programa de aquisição e controle nos bits de saída da interface paralela do computador.

O computador de aquisição de dados foi substituído por um PC-386 e o programa de aquisição foi adaptado para controlar a nova interface de controle do motor. Desse modo também tivemos que recalibrar a rotina em linguagem de máquina utilizada para a contagem obtendo agora um tempo mínimo de medida de 14 μ s com uma resolução de 3 μ s. Esta recalibração teve que ser feita cada vez que foi recompilado o programa, mesmo que a rotina assembler de aquisição não tivesse sido alterada.

Descobrimos que o melhor procedimento para a aquisição de dados é trocar a água dos reservatórios e fazer com que ela circule pelo sistema por pelo menos 4 dias, período necessário para que os gases dissolvidos na água durante o reabastecimento sejam eliminados do sistema. Esses gases produzem pequenas bolhas, principalmente nos meandros internos da válvula de agulha, que prejudicam a relação sinal/ruído dos dados.

Observamos que para uma mesma série de dados eram obtidos atratores com linhas finas, mais bem definidas, quando utilizávamos uma nova definição para o tempo entre gotas, conforme descrito na Fig. 3.2.4. A nova definição do tempo entre gotas é uma aproximação do tempo entre o cruzamento do laser pelo centro das gotas consecutivas e produz resultados melhores porque elimina distorções produzidas pelas pequenas oscilações do valor do diâmetro das gotas. O tempo entre gotas utilizado para a reconstrução dos atratores passa a ser

$$T_n = \frac{1}{2}(dt_n + dt_{n+1}) + t_n, \quad (3.2.1)$$

onde t_n e δt_n tem a definição usual mostrada na Fig. 3.2.4.

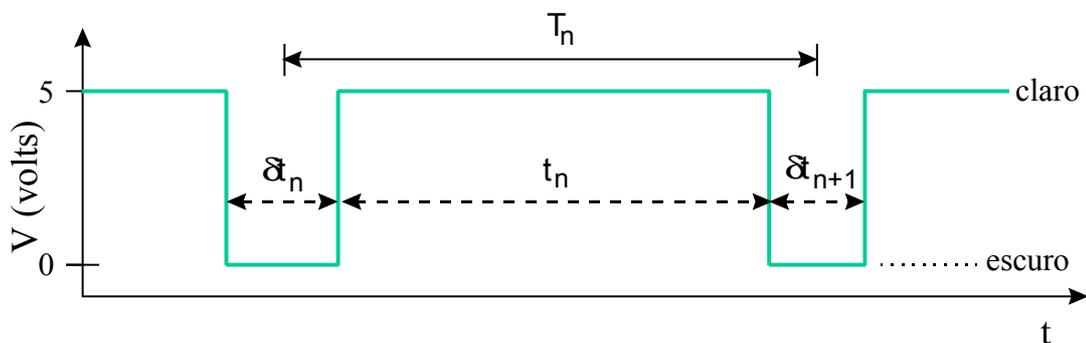


Figura 3.2.4 - Redefinição do tempo entre gotas.

3.2.2 - Bifurcação de Hopf e Lei de Escala em altas taxas de vazão:

Utilizando o novo aparato experimental foi obtida uma nova seqüência de dados em altas vazões. Na análise de dados do trabalho “*A scale law in a dripping faucet*” (apêndice 5) não só foi confirmada a ocorrência da bifurcação de Hopf nos novos dados, mas também foi descoberto, graças à maior relação sinal/ruído e à variação mais fina do parâmetro de controle, que os dois pontos desalinhados que apareciam no gráfico da Fig. 3.1.13 estavam relacionados a uma lei de escala entre o tempo (número de gotas) de decorrelação e a vazão (em gotas/s) dos atratores.

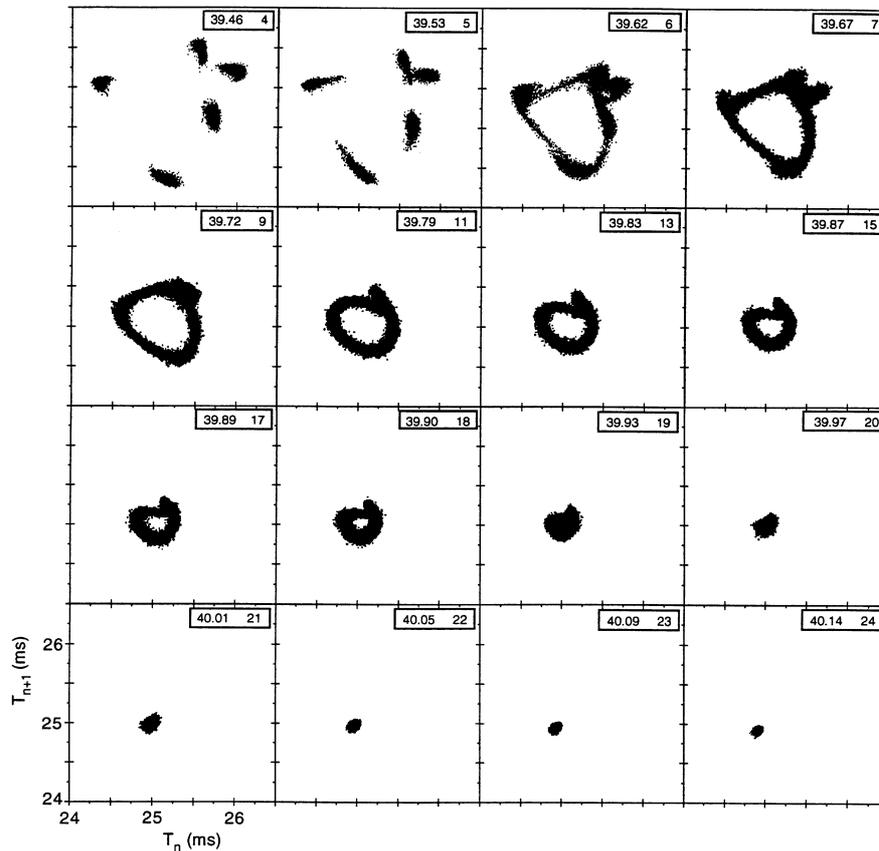


Figura 3.2.5 - Atratores reconstruídos (T_{n+1} vs. T_n) para 16 séries de dados de 16384 gotas cada uma. No canto superior direito encontram-se a frequência de gotejamento e o número de ordem do atrator. A bifurcação secundária de Hopf inversa é observada nos primeiros 12 atratores da figura. Os 6 últimos atratores da figura pertencem a uma região onde foi encontrada uma lei de escala entre o tempo médio (gotas) de decorrelação e a frequência de gotejamento.

A melhoria da qualidade dos dados experimentais pode ser vista comparando-se os mapas de retorno com 1024 pontos mostrados na Fig. 3.1.9 com os mapas de retorno com 16384 pontos obtidos com o segundo aparato mostrados na Fig. 3.2.5, onde apesar da pequena diferença entre a vazão em gotas/s devido às diferentes propriedades físicas da água nos dois experimentos, podemos observar a mesma seqüência de atratores evoluindo de um período 5 para um período 1 passando por vários ciclos limites decrescentes conforme a vazão aumenta na direção do fluxo contínuo.

A maior relação sinal/ruído e a estabilidade do sistema permitiram a aquisição de séries maiores e a aplicação de métodos de caracterização como o método dos falsos vizinhos próximos (Kennel *et al.*, 1992) e cálculo da informação mútua média (Fraser e Swinney, 1986; Fraser, 1989) foram utilizados com sucesso para determinar respectivamente a dimensão mínima de reconstrução do espaço de fase e o passo de reconstrução (da Silva, 1996).

3.2.3 - Dinâmica Simbólica:

Foram aplicadas técnicas de caracterização simbólica aos atratores experimentais obtidos com o segundo aparato experimental. Os principais resultados obtidos com a aplicação da dinâmica simbólica para modelar um comportamento intermitente entre dois atratores usando representação por grafos e o respectivo cálculo da complexidade de conjunto associada aos atratores experimentais são encontrados na tese de doutoramento de W. M. Gonçalves (Gonçalves, 1996). Os resultados do cálculo da complexidade estatística associada aos atratores de período 5 em alta vazão são descritos no trabalho “*Inferring statistical complexity in the dripping faucet experiment*” (apêndice 6).

3.2.4 - Expoentes de Lyapunov e transição suave para o caos:

Continuamos a estudar a dinâmica da torneira em altas vazões adquirindo uma nova seqüência de séries de dados fechando a torneira passo a passo, iniciando em um dos últimos atratores de período 5 da bifurcação de Hopf. Foram obtidos 31 séries de dados, com vazão média decrescente, entre o período 5 e a súbita transição **B** mostrada na Fig. 3.1.8. A seqüência IC começa em um atrator com vazão um pouco menor que o primeiro atrator da Fig. 3.2.5 e vai no sentido contrário (fechando a torneira) do adotado

naquela figura (abrindo a torneira). A reconstrução bidimensional dos atratores a partir de 12 séries de dados escolhidas entre as 31 adquiridas é mostrada na Fig. 3.2.6.

Para iniciar a caracterização desta seqüência calculamos o valor do maior expoente de Lyapunov dos atratores da seqüência IC utilizando o método das distâncias e o programa LENNS (Ellner *et al.*, 1992). O resultado obtido é mostrado na Fig. 3.2.7.

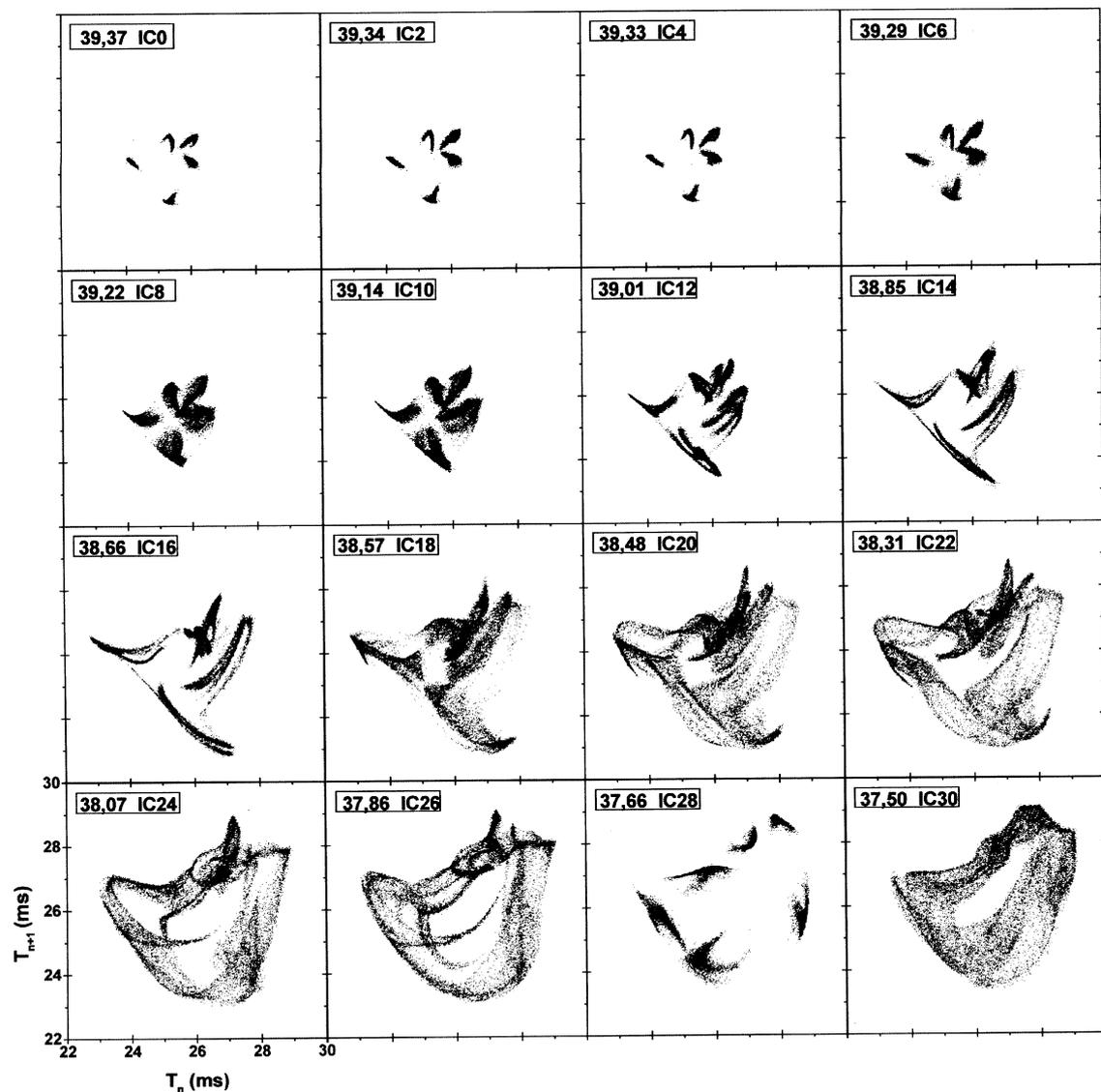


Figura 3.2.6 - Atratores reconstruídos em 2D para 12 séries de dados entre um período 5 e a transição abrupta para menores vazões (seqüência IC).

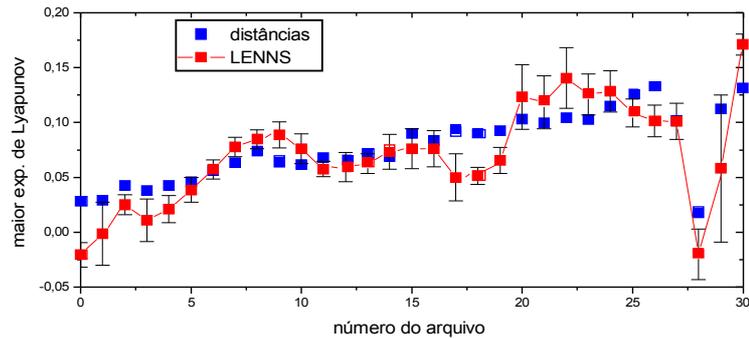


Figura 3.2.7 - Valor do maior expoente de Lyapunov calculado para os atratores da seqüência IC em função da vazão média em gotas/s. Os pontos obtidos pelo programa LENNS são a média de 8 valores do maior expoente obtidos para trechos diferentes das séries de dados.

No início da seqüência, o valor do maior expoente de Lyapunov é negativo mas muito próximo de zero, indicando um comportamento tipo periódico ou crítico dos atratores. Nesta região o programa LENNS apresenta resultados melhores que o método das distâncias. Este último fornece valores sistematicamente maiores porque no algoritmo implementado parte-se de pontos com a menor distância entre si, sendo impossível obter um expoente negativo ou nulo neste método.

A partir do terceiro atrator da seqüência IC o valor do maior expoente de Lyapunov passa a ser maior que zero e vai aumentando lentamente até o atrator IC9. Nas proximidades do atrator IC20 é observado um ligeiro salto do valor do expoente acompanhado pelo aumento da região ocupada no espaço de fase pelo atrator reconstruído. No atrator IC28, devido ao comportamento periódico (período 6) exibido, o valor do expoente cai abruptamente para zero voltando a subir novamente nos últimos atratores da seqüência.

3.2.5 - Determinação da rota para o caos em altas taxas de vazão:

A transição para o caos ocorre no início da seqüência IC, conforme mostrado pelos expoentes de Lyapunov na Fig. 3.2.7, com o desenvolvimento de estruturas em cada um dos 5 pontos apresentados pelos atratores periódicos mostrados na Fig. 3.2.6. Entretanto, até o atrator IC11, ainda existe uma forte componente periódica, onde cada iterada do sistema cai em uma das cinco estruturas e a ordem em que as estruturas são visitadas é preservada em toda a série de dados. No atrator IC12 ocorrem apenas algumas perdas de fase da ordem de visitação dessas estruturas.

Aproveitamos a propriedade periódica da função F relacionada ao atrator IC12 para estudar a dinâmica no mapa simplificado F^5 (Ostlund *et al.*, 1983). Para isto, construímos cinco mapas de retorno $T_{5(n+1)+C}$ vs. T_{5n+C} , correspondentes aos cinco valores que podemos escolher para C ($C=1, 2, 3, 4$ ou 5), isolando cada uma das estruturas presentes no atrator.

Os cinco mapas obtidos apresentam estruturas muito semelhantes da mostrada na Fig. 3.2.8(a) onde é observada uma grande semelhança com o atrator de Hénon (Fig. 3.2.8(b)).

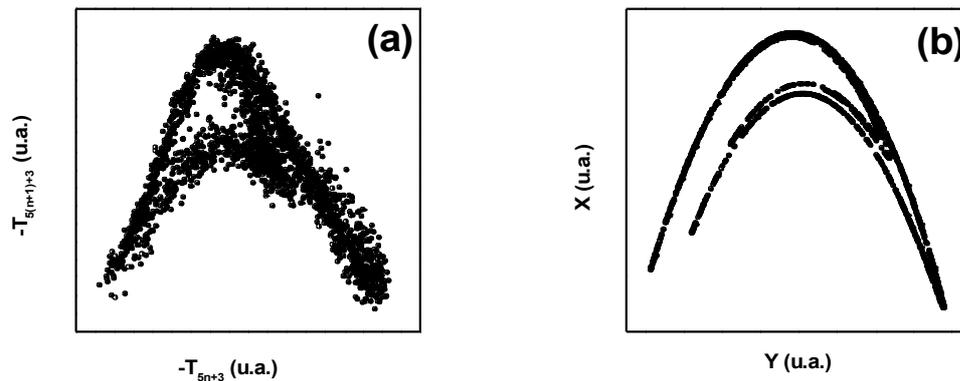


Figura 3.2.8 - (a) Mapa de retorno $-T_{5(n+1)+3}$ vs. $-T_{5n+3}$ (2160 pontos) para a série IC12. (b) Mapa de Hénon ($a=1,3$; $b=0,4$) - 2160 pontos. As rotações e inversões dos dois mapas foram feitas para deixá-los com a mesma orientação que o mapa de Hénon reconstruído (X_{n+1} vs. X_n).

Também foi observado um comportamento semelhante entre o atrator experimental e o atrator de Hénon seguindo as iteradas desses atratores partindo de uma pequena região A do espaço de fase, como mostrado na Fig. 3.2.9. O mesmo recurso gráfico de seguir as órbitas partindo de pequenas regiões escolhidas no atrator foi utilizado para obter uma estimativa da posição de pontos de sela imersos no atrator.

Na Fig. 3.2.10 representamos os planos simbólicos obtidos para o atrator experimental (a) e para o mapa de Hénon (b). O plano simbólico do atrator experimental foi construído particionando-o de modo aproximado ao usado em Zhao e Zheng (1993) para particionar o mapa de Hénon. Os atratores foram divididos em duas metades com uma linha vertical partindo de seu ponto de máximo na orientação mostrada na Fig. 3.2.8(a).

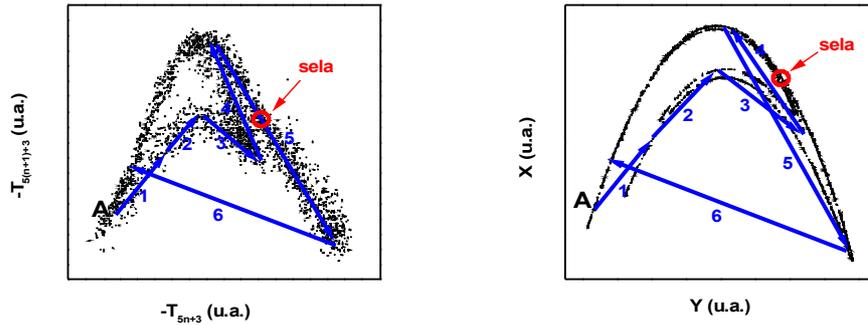


Figura 3.2.9 - Sequência de iteradas partindo de uma pequena região e posição de um ponto de sela imerso no atrator. (a) Atrator experimental - 2160 pontos. (b) Atrator de Hénon - 2160 pontos.

As regiões permitidas e proibidas são semelhantes nos dois planos simbólicos da Fig. 3.2.10 apresentando apenas pequenas discrepâncias devido ao ruído experimental.

A mesma coincidência de comportamento entre o atrator experimental e o atrator de Hénon foi obtida para os outros quatro atratores F^5 da série IC12, o que indica que os atratores experimentais pertencem à família do atrator de Hénon.

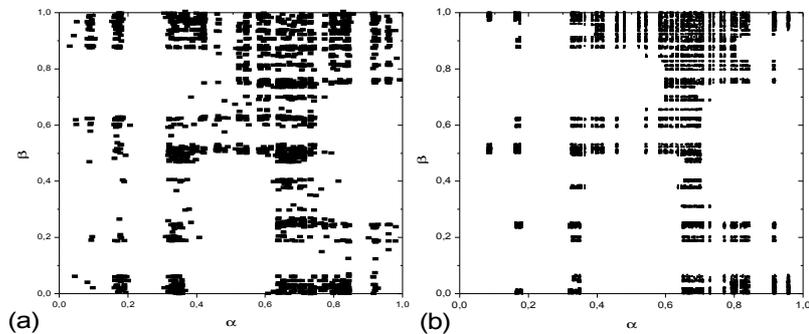


Figura 3.2.10 - (a) Plano simbólico obtido para o atrator experimental - 2160 pontos. (b) Plano simbólico obtido para o mapa de Hénon - 16000 pontos.

Vários trabalhos teóricos demonstraram a existência de uma profunda conexão entre o aparecimento de atratores da família do atrator de Hénon e a ocorrência de tangências homoclínicas no sistema dinâmico (Mora e Viana, 1993; Ures, 1995). As tangências homoclínicas destroem o Toro invariante e são as causadoras do aparecimento de caos (Aronson et al., 1982; Ostlund et al., 1983).

Para explicar como podem ocorrer estas tangências em nossos atratores experimentais analisamos a evolução dos atratores desde o comportamento periódico inicial em altas vazões:

a) o sistema apresenta uma oscilação regular e um atrator periódico é observado nos mapas de retorno;

b) ocorre uma bifurcação de Neimark (secundária de Hopf) que gera um Toro T^2 observado nos mapas de retorno na forma de um ciclo limite;

c) ocorrem bifurcações sela-nó que levam a um travamento de frequências e ao aparecimento dos atratores com período cinco nos mapas de retorno, cada ponto no mapa de retorno corresponde a um ponto fixo estável e cada dois pontos fixos estáveis adjacentes são separados por um ponto de sela como mostrado na Fig. 3.2.11;

d) como a função F que representa o mapeamento dos atratores de período cinco é periódica, podemos substituí-la por F^5 e passar a analisar a seqüência de bifurcações de apenas um par sela-nó, conforme mostrado na Fig. 3.2.12;

e) após a criação do par sela-nó estes pontos se distanciam como mostrado na Fig. 3.2.12(b) e (c);

f) a variedade instável da sela aproxima-se lentamente de uma tangência com a folheação fortemente estável do nó (Fig. 3.2.12(c));

g) ocorre uma bifurcação sela-nó inversa como mostrado na Fig. 3.2.12(d) e a variedade instável da sela-nó apresenta uma tangência quadrática homoclínica com a folheação fortemente estável produzindo um atrator da família do atrator de Hénon.

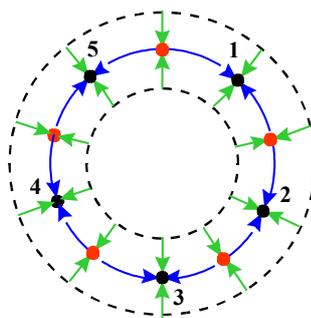


Figura 3.2.11 - Mapa de Poincaré de um Toro T^2 apresentando um travamento de frequências que resulta em um atrator de período cinco. Pontos em vermelho representam selas e pontos em preto representam nós. A folheação fortemente estável é representada em linhas verdes e as variedades instáveis das selas são representadas por linhas azuis. A numeração indica a ordem de visitação dos nós observada nos atratores periódicos experimentais.

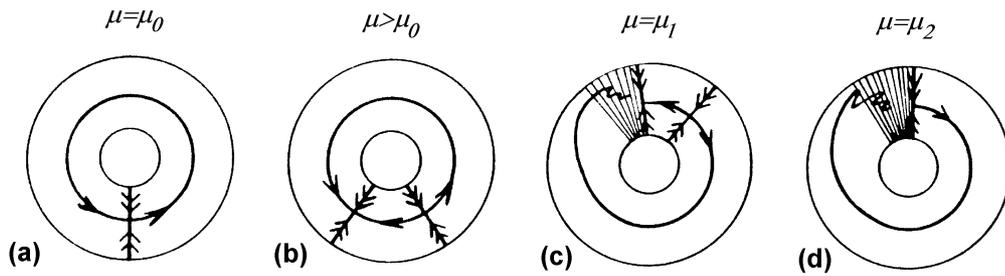


Figura 3.2.12 - Seqüência de bifurcações mostrando a criação e a destruição de um travamento de freqüências e a destruição do círculo invariante. (a) Em $\mu=\mu_0$ ocorre uma bifurcação sela-nó gerando a solução periódica (b) devido ao travamento de freqüências. (c) Em $\mu=\mu_1$ a variedade instável da sela torna-se cubicamente tangente à folheação fortemente estável do nó, para $\mu_2 < \mu < \mu_1$ a variedade instável da sela tangencia quadraticamente a folheação. (d) Em $\mu=\mu_2$ ocorre uma bifurcação sela-nó inversa e a variedade instável do ponto sela-nó tangencia quadraticamente a folheação associada à este mesmo ponto gerando o aparecimento de comportamento semelhante ao do atrator de Hénon.

As perdas de fase do comportamento periódico a partir do atrator IC12 (vide Fig. 3.2.6) são explicadas pela ocorrência da tangência homoclínica. Após o atrator IC12 as perdas de fase ocorrem cada vez com freqüência maior devido à formação do emaranhado homoclínico.

3.2.6 - Qualidade dos resultados obtidos com o segundo aparato:

Apesar de passarmos a usar apenas água filtrada ao invés de água destilada, a manutenção da qualidade da água é facilmente controlável.

A estacionariedade das séries de dados melhorou com o aumento do volume d'água do reservatório de nível constante e com o novo sistema de manutenção do nível utilizado. Não obstante o aumento da relação sinal/ruído, o tempo total de medida não foi muito ampliado, pois o sistema continuou ainda a ser sensível às vibrações mecânicas de baixa freqüência.

Na próxima seção, descrevemos a segunda grande modificação que minimizou estes problemas.

3.3 - Aparato atual:

3.3.1 - Descrição do aparato:

No aparato anterior, com o decréscimo do nível do reservatório superior, o fluxo de alimentação para o reservatório de medida também diminuía e, após algumas horas, a manutenção do nível ficava comprometida.

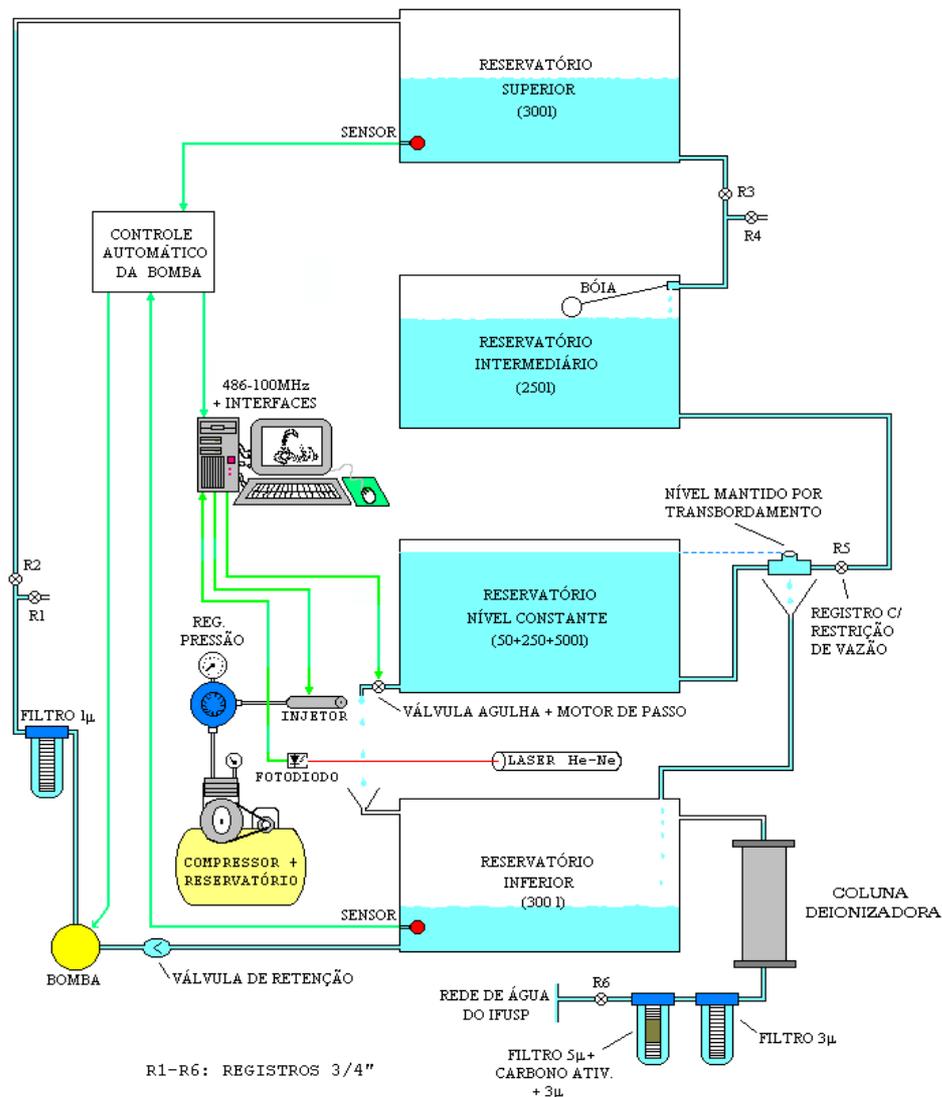


Fig. 3.3.1 - Diagrama do aparato experimental atual da experiência da torneira gotejante.

Para evitar flutuações do fluxo de entrada do sistema de controle do nível acrescentamos, entre o reservatório superior e o sistema de nível constante, um reservatório intermediário de 250 l (vide Fig. 3.3.1), mantido em nível aproximadamente constante por uma válvula de bóia de 3/4" para caixa d'água residencial. O volume do reservatório de nível constante foi aumentado com a adição de uma caixa de 300 l. A caixa d'água do reservatório inferior foi substituída por uma de capacidade igual à do reservatório superior (300 l) e a bomba d'água foi trocada por uma bomba de maior vazão, construída em PVC e aço-inóx.

Construímos um novo suporte para a plataforma de concreto sobre a qual está montado o reservatório de nível constante. Enchemos uma caixa de madeira (230 x 150 x 40 cm) com 1,2 m³ de areia seca sobre a qual colocamos a plataforma de concreto, de modo a apoiar igualmente toda a área inferior da plataforma e todo o conjunto foi colocado sobre tiras de borracha macia (de secção 2,5 x 5 cm). Quatro guinchos manuais, com capacidade para 500 kg cada um, foram fixados à plataforma de concreto. Os cabos de aço dos guinchos foram presos à vigas de madeira chumbadas nas paredes laterais da sala a uma altura de 3 m, permitindo a elevação e o nivelamento da plataforma.

Para testar a sensibilidade do equipamento às vibrações produzidas pelo bombeamento da água do reservatório inferior para o superior, foi colocada, sobre o reservatório de nível constante, uma placa de Petri com água, de modo a refletir um feixe de laser na direção de uma parede distante da placa aproximadamente 5 m, amplificando as vibrações do aparato, conforme descrito na Fig. 3.3.2.

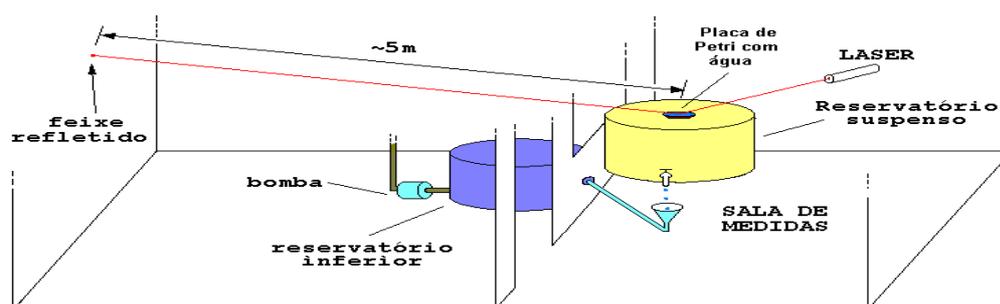
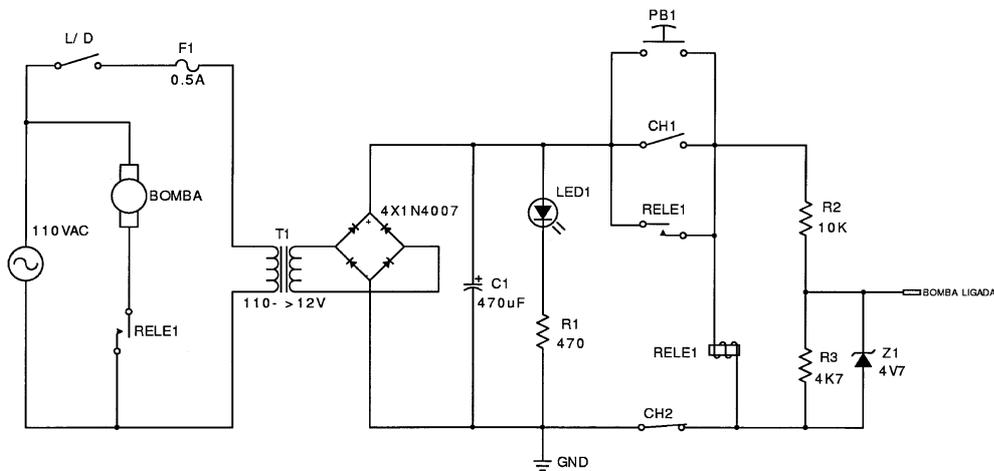


Figura 3.3.2 - Método de observação da vibração do aparato.

Com a plataforma apoiada na caixa de areia, o laser refletido apresentava uma amplitude de oscilação de ~ 1 cm, quando acionada a bomba. Com a plataforma suspensa pelos cabos de aço observamos que as oscilações do laser devido ao bombeamento e às vibrações externas

praticamente desapareceram, e passamos a fazer as medidas somente com a plataforma suspensa pelos quatro cabos de aço. Dessa maneira o sistema passou a funcionar como um filtro “passa banda” sintonizado em 15 Hz, aproximadamente.

Desenvolvemos um circuito que acionava automaticamente a bomba, a partir dos sinais de bóias sensoras colocadas no reservatório superior e no reservatório inferior, fazendo com que o reservatório superior nunca esvaziasse completamente. O circuito de bombeamento automático, mostrado na Fig. 3.3.3, consiste em um relê montado em uma configuração do tipo trava. O acionamento do relê pode ser feito manualmente através da chave momentânea PB1, ou automaticamente, quando o nível do reservatório superior abaixa além de um nível crítico onde está instalada a bóia sensora CH1. Uma das seções do relê funciona como interruptor da bomba d’água e uma outra seção, acionada simultaneamente, garante que o relê mantenha-se acionado até que o nível d’água da caixa inferior chegue a um valor mínimo, quando a bóia sensora CH2 abre o circuito e desaciona o relê, desligando a bomba. Um divisor resistivo e um diodo Zener geram o sinal TTL “Bomba Ligada” que pode ser conectado à interface paralela do computador de aquisição e controle e permitir ao programa de aquisição registrar quando for acionada a bomba.



- PB1 - Chave momentânea (acionamento manual)
- CH1 (NA) - Bóia res.sup. - fecha em nível baixo
- CH2 (NF) - Bóia res.inf. - Abre em nível baixo

Figura 3.3.3 - Circuito de controle automático de bombeamento.

Com o novo aparato isolado das vibrações produzidas pelo bombeamento e com o circuito de bombeamento automático, o tempo máximo de aquisição de seqüências aumentou de 10 horas para alguns dias, encontrando-se apenas limitado pela estabilidade da temperatura. Durante

medidas realizadas no período de 11 a 13/01/98, com flutuações externas de temperatura entre 20° C e 32° C (noite x dia), a temperatura da água, medida no interior de uma das caixas do reservatório de nível constante, permaneceu em $25,0 \pm 0,3$ °C.

No sistema de controle de nível foi colocada uma pequena tampa suspensa sobre o bocal de saída da água excedente, conforme mostrado na Fig.3.3.4. A tampa evitava a ocorrência de pequenas variações do nível da água no bocal, produzidas pelas variações dos fluxos de entrada ou saída.

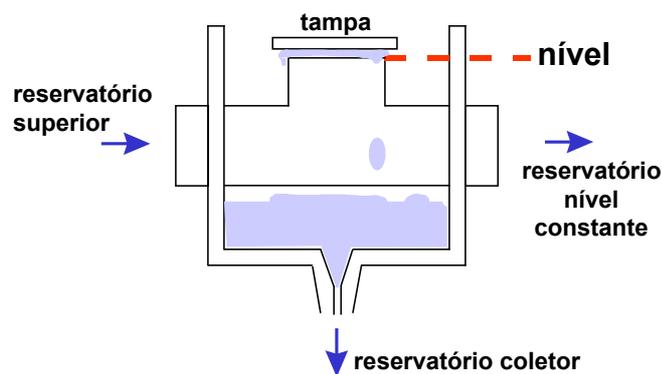


Figura 3.3.4 - Tampa suspensa colocada sobre o bocal de saída da água excedente no sistema de controle de nível. A distância entre a tampa e o bocal permanece fixa para evitar as variações da altura da superfície da água.

Construímos um sistema para perturbar controladamente as gotas em formação. Aplicamos pulsos de ar produzidos por uma válvula de injeção de combustível, mostrada na Fig. 3.3.5, direcionada para o bico da torneira e posicionada a uma distância de 20 cm do mesmo.

A alimentação da válvula passou a ser feita por um regulador de pressão, ajustado em 1 atm, alimentado por um cilindro de 60 l abastecido com uma pressão de 8 atm por um compressor de ar. O controle da válvula é feito por um circuito de potência acionado por um bit de saída da interface paralela, como mostra a Fig. 3.3.6. A válvula pode ser acionada desde um intervalo mínimo de 2 ms até ficar aberta continuamente.

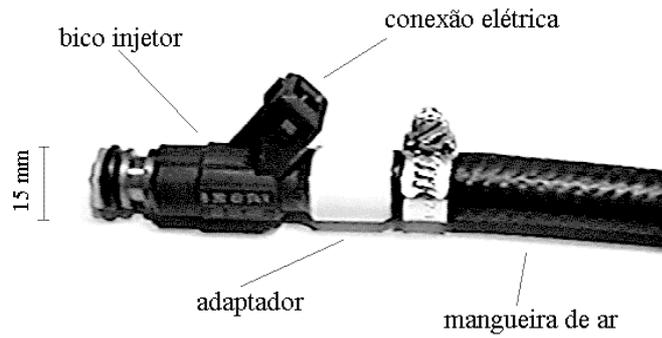


Figura 3.3.5 - Válvula injetora de combustível utilizada para perturbar a formação das gotas com pulsos de ar comprimido.

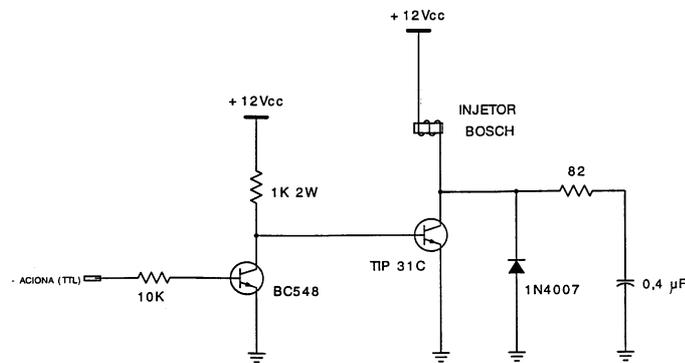


Figura 3.3.6 - Diagrama esquemático do circuito eletrônico de acionamento do injetor. O sinal -ACIONA é gerado por um dos bits de saída da interface paralela do computador de controle e aquisição de dados.

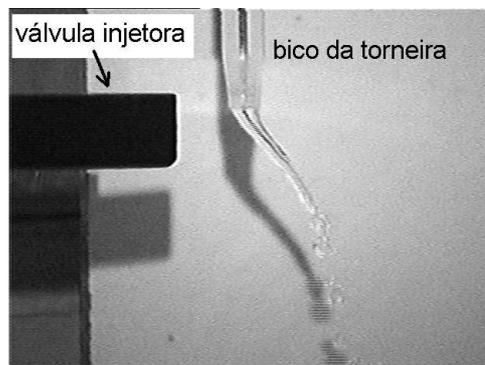


Figura 3.3.7 - Efeito do acionamento contínuo da válvula injetora colocada a 5 cm do bico da torneira e alimentada com ar comprimido à pressão de 1 atm.

Na figura 3.3.7 mostramos o efeito produzido pelo acionamento contínuo da válvula injetora colocada a uma distância de 5 cm do bico da torneira e com a pressão ajustada em 1 atm no regulador.

A proliferação de algas nos reservatórios é um dos fatores que alteram as características físicas da água a médio prazo. Alguns tipos de algas secretam pequenas quantidades de certos polissacarídeos (de Gennes e Badoz, 1997). Estes polímeros afetam os resultados obtidos na experiência da torneira gotejante pois diminuem a viscosidade e alteram a tensão superficial da água, justificando a necessidade das constantes trocas de água do sistema.

A adição de cloretos à água, para evitar o crescimento das algas, tem o inconveniente de também alterar as propriedades da água, além de ser de difícil eliminação e homogeneização. Adotamos novamente a utilização de água deionizada para dificultar o crescimento das algas e foi instalado um deionizador de água marca Quimis modelo Q180-13, com vazão de 100 l/hora, que permite encher todo o sistema com água deionizada em aproximadamente 13 horas. A água fornecida pelo deionizador possui condutividade inferior a 10 μ mhos, equivalente à de água bidestilada, independente da qualidade da água da rede do IFUSP. O procedimento de limpeza dos reservatórios foi feito inicialmente com água filtrada, durante dois dias, e o sistema foi então reabastecido com água deionizada.

Instalamos um *no-break* de 1,2 kVA para permitir o funcionamento do equipamento eletrônico de aquisição de dados caso ocorresse falha no fornecimento de energia elétrica por até uma hora, permitindo a aquisição ininterrupta de dados de longa duração.

O computador de aquisição de dados e controle foi substituído por um PC 486-DX4 de 100 MHz de *clock*. Como já havíamos descrito anteriormente na seção 3.1, para converter o valor das contagens armazenadas pelo programa de aquisição de dados, era feita uma cuidadosa calibração do programa com sinais periódicos conhecidos. Esta calibração dependia do valor do “clock” do computador, da velocidade da CPU e da seqüência de instruções do programa contador, tendo que ser refeita toda vez que recompilávamos o programa.

Desenvolvemos uma interface, montada em uma placa padrão PC, para medir intervalos a partir de 1 μ s com resolução de 1 μ s sem necessidade de calibração de programas e independentemente da velocidade da CPU do computador. Nas figuras 3.3.8, 3.3.9 e 3.3.10 mostramos o diagrama esquemático da interface de aquisição.

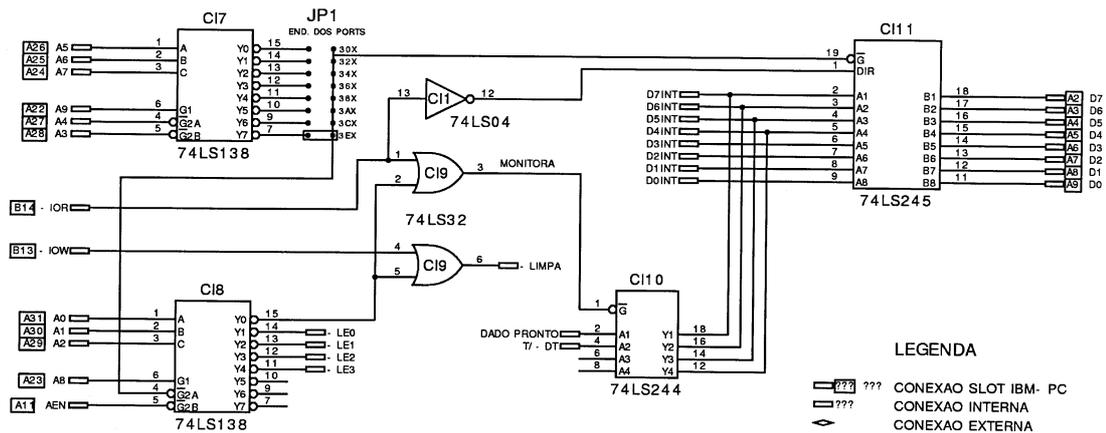


Figura 3.3.8 - Interface entre a placa contadora e o computador.

O circuito da Fig. 3.3.8 decodifica os endereços dos portos usados na placa e faz a transferência de dados entre a placa e o microcomputador de acordo com o protocolo de um IBM-PC compatível (IBM Corp., 1983; Tompkins e Webster, 1988). O seletor JP1 seleciona a faixa de endereços de entrada/saída (E/S) usada pelo circuito, e foi posicionado de modo a ocupar os endereços \$3EX (\$ indica valor em hexadecimal) que não estavam sendo utilizados pelo computador.

O circuito integrado CI8 decodifica oito endereços para a placa, sendo que três deles não são utilizados e estão disponíveis para futuras expansões. Uma leitura do conteúdo do endereço \$3E0 fornece no bit 7 o estado atual da interface (1 = dado pronto, 0 = contagem em andamento), no bit 6 o nível de entrada que foi medido e os bits 5 e 4 estão disponíveis para uso futuro nos pinos 6 e 8 do CI 10 respectivamente. Uma operação de escrita em \$3E0 gera o sinal -LIMPA, zerando o bit de estado e atualizando a informação do nível lógico medido. Operações de leitura nos endereços \$3E1 a \$3E4 geram os sinais de leitura dos quatro bytes dos dados da contagem (\$3E1 = menos significativo, \$3E4 = mais significativo).

O procedimento para uma operação de medida é o seguinte:

- Fazer uma operação de escrita em \$3E0 (inicialização);
- Ler \$3E0 até que o seu bit 7 passe de 0 para 1 (dado pronto);
- Ler os dados da contagem em \$3E1 - \$3E4;
- Fazer uma operação de escrita em \$3E0 (dado lido).

Para obter o valor seguinte basta repetir a seqüência (b)-(d), e assim por diante.

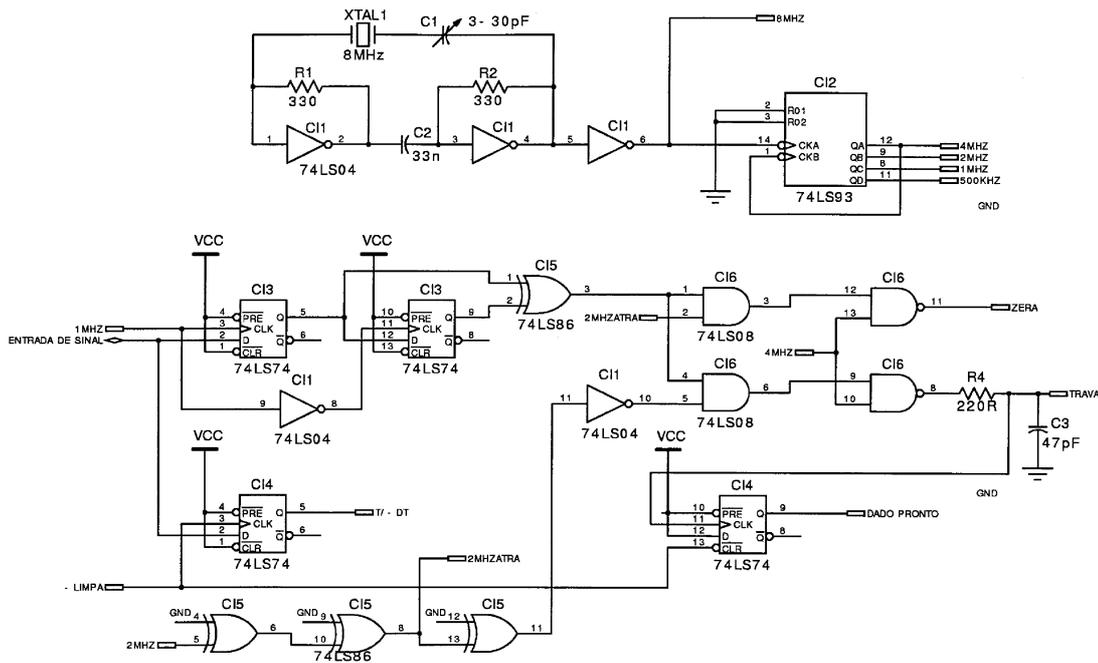


Figura 3.3.9 - Gerador de *clock* e controle do contador.

Na parte superior da Fig. 3.3.9 temos o gerador de *clock* e o respectivo divisor de frequências que fornece o *clock* de 1 MHz para o contador. O capacitor C1 em série com o cristal oscilador de 8 MHz é do tipo *trimmer* e permite um ajuste fino da frequência de *clock*, com o auxílio de um frequencímetro, em 8,000000(5) MHz. Este ajuste é feito antes da utilização da placa para compensar uma eventual diferença devido à temperatura do ambiente de aquisição. O efeito de pequenas variações da temperatura está incluído na incerteza do valor da frequência de *clock*.

Um circuito de detecção de mudança de nível é composto por 2 *flip-flops* tipo D (CI 3) e uma porta ou-exclusiva (CI 5), na Fig. 3.3.9. O sinal do fotodiodo é conectado ao pino 2 do CI 3 neste circuito. As demais portas do CI 5 são utilizadas para atrasar um dos sinais de *clock* devido ao atraso na geração do sinal de mudança de nível pelo CI 3.

A partir do sinal de mudança de nível detectada, o CI 6 gera o sinal TRAVA e logo em seguida o sinal ZERA. Os componentes R4 e C3 tiveram seus valores ajustados para compatibilizar o sinal TRAVA, de curta duração, com os *latches* utilizados. O CI 4 armazena as informações de nível lógico do sinal de entrada e de “dado pronto” para a leitura pelo microcomputador.

Na Fig. 3.3.10 é mostrado o contador de 32 bits formado pelos CI's 12 - 15 e o *latch tri-state* composto pelos CI's 16 - 19. Os *latches* recebem o sinal TRAVA e armazenam a contagem atual, colocando o valor armazenado no barramento de dados quando o sinal -LE correspondente é acionado. O sinal ZERA reinicializa os contadores.

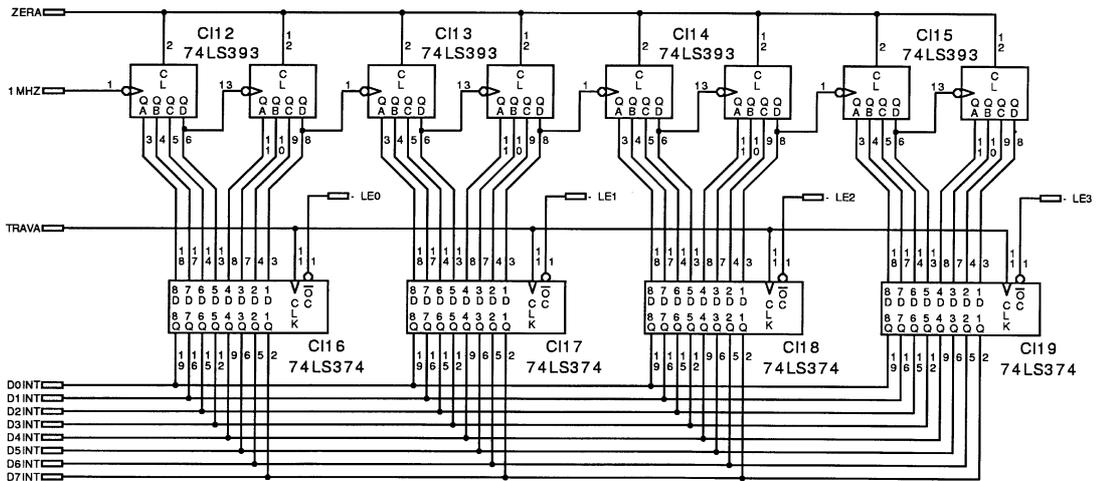


Figura 3.3.10 - Contador de 32 bits e respectivo *latch*.

Escrevemos um novo programa, em linguagem C, para a aquisição de dados e o controle do motor de passos, da placa de aquisição e da válvula injetora (programa INTER3.C - apêndice 8).

Aproveitamos a disponibilidade da CPU para, durante a aquisição de dados, implementar rotinas de visualização de mapas de retorno em tempo real e rotinas de acionamento da válvula injetora, como descreveremos mais adiante na seção 3.3.7.

Nas Figs. 3.3.11, 3.3.12 e 3.3.13 mostramos fotografias das várias partes do aparato atual, com as principais partes indicadas.

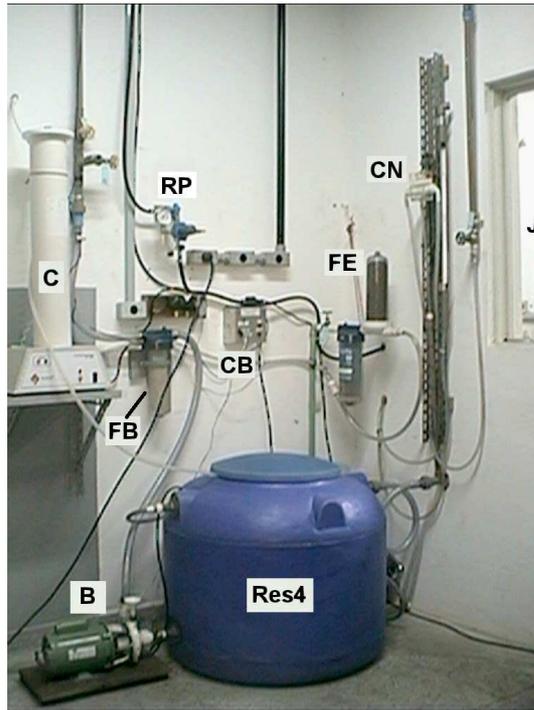


Figura 3.3.11 - Aparato experimental atual. FE - filtros de entrada de água da rede. C - coluna deionizadora. Res4 - reservatório inferior (300 l). B - bomba d'água em material não oxidante. FB - filtro de 1 μ . CB - circuito de bombeamento automático. CN - sistema de controle de nível por transbordamento. RP - regulador de pressão para a válvula injetora. J - janela para a sala isolada onde são feitas as medidas.



Figura 3.3.12 - Aparato experimental atual. CN - sistema de controle de nível por transbordamento. J - janela para a sala isolada onde são feitas as medidas. F - fonte de alimentação para os circuitos eletrônicos. EL - circuitos eletrônicos de controle do motor, controle da válvula injetora de ar comprimido e condicionamento do sinal do fotodiodo. μ C+PA - microcomputador 486 DX4-100 MHz com placa de aquisição automática de intervalos. O - osciloscópio para alinhamento do sistema laser-fotodiodo com as gotas em queda. MT - monitor e teclado (visualização de atratores em tempo real e controle da aquisição de dados).



Figura 3.3.13 - Parte do aparato montada sobre a plataforma suspensa na sala isolada. Reservatório de nível constante: Res3A (50 l), Res3B (250 l), Res3C (500 l). V - vigas de sustentação da parte traseira da plataforma. CA - cabos de aço de sustentação. T - torneira formada pela válvula de agulha e tubo de vidro. L - laser. SF - suporte ajustável com o fotodiodo detetor. SV - suporte ajustável com a válvula injetora de ar comprimido. MA - mangueira de ar comprimido para alimentação da válvula injetora. MP - motor de passos.

3.3.2 - Crises interiores:

Com a melhor relação sinal/ruído e a estabilidade das séries de dados obtidas com o novo aparato, foi possível utilizar técnicas gráficas de caracterização dos atratores. Seguindo as órbitas que partiam de pequenas regiões escolhidas nos atratores reconstruídos, identificamos um ponto de sela e suas variedades conforme descrito no trabalho “*Interior crises in a dripping faucet experiment*” (apêndice 7). Coletamos uma seqüência de 47 séries de dados abrindo a torneira na região de vazão próxima de 25 gotas/s. As séries de dados contêm 8192 tempos entre gotas consecutivas cada uma e foram chamadas de E0 até E46. Na Fig. 3.3.14 mostramos a reconstrução bidimensional de quatro atratores (mapas de retorno T_{n+1} vs. T_n) característicos da seqüência.

A seqüência de atratores foi dividida em três grupos com base nas similaridades apresentadas pelos atratores dentro de cada grupo:

Grupo 1 - de E0 até E23 (Fig. 3.3.14(a));

Grupo 2 - de E24 até E33 (Fig. 3.3.14(b) e 3.3.14(c));

Grupo 3 - de E34 até E46 (Fig. 3.3.14(d)).

Dentro de cada grupo o formato dos atratores é similar e a evolução da vazão média ocorre suavemente como mostrado na Fig. 3.3.15. Entretanto, ocorrem mudanças bruscas na vazão média na transição entre grupos vizinhos.

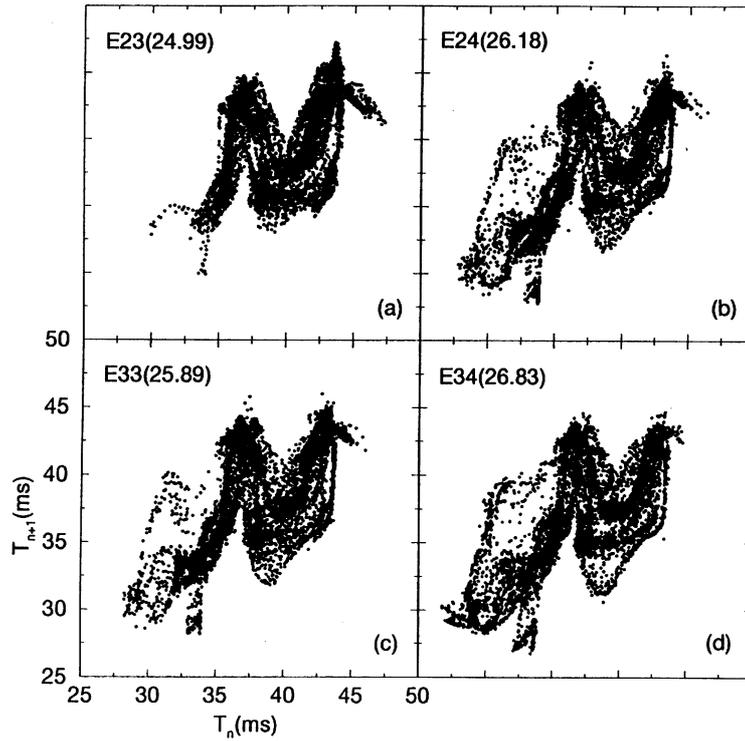


Figura 3.3.14 - Mapas de retorno (T_{n+1} vs. T_n) representando três grupos de atratores. O atrator (a) pertence ao grupo de atratores antes da primeira crise interior, (b) e (c) pertencem ao grupo entre a primeira e a segunda crise interior e (d) pertence ao grupo após a segunda crise. Os números entre parênteses são as vazões médias das séries.

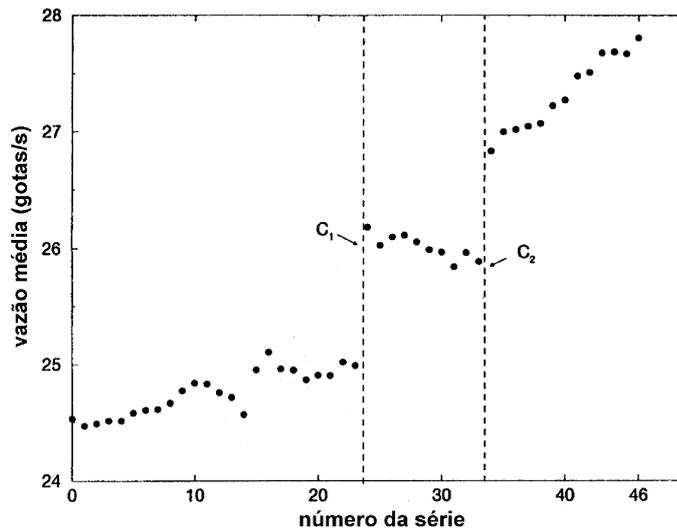


Figura 3.3.15 - Vazão média em função do número da série de dados (torneira abrindo um passo entre cada série). A mudança brusca na vazão C_1 (C_2) corresponde à primeira (segunda) crise interior.

Na mudança observada da Fig. 3.3.14(a) para a Fig. 3.3.14(b) o atrator E24 é maior que o atrator E23, mas a estrutura original do atrator E23 ainda é aparente e as órbitas permanecem a maior parte do tempo nessa região original.

A aplicação do método dos falsos vizinhos próximos (Abarbanel, 1996) resultou em uma dimensão de imersão igual a três para todos os atratores da seqüência e passamos a analisar os atratores reconstruídos em três dimensões (T_{n+2} vs. T_{n+1} vs. T_n). Na figura 3.3.16(a) é exibido o mapa para a série E24. Seguindo a construção do mapa ponto a ponto obtivemos evidências da existência de um ponto de sela com variedade estável em espiral próximo da região **B**.

Para se encontrar a posição do ponto de sela foram traçadas órbitas que saíam de algumas pequenas regiões. Observamos que as órbitas (linhas vermelhas) que saem da região **B**, de onde podem seguir as direções $B \rightarrow C$ ou $B \rightarrow D$, enquanto as órbitas que saem da região imediatamente acima (abaixo) da região **A** são repelidas na direção $B \rightarrow C$ ($B \rightarrow D$). Portanto, existe um ponto de sela dentro da região **B** e as direções $B \rightarrow C$ e $B \rightarrow D$ correspondem à variedade instável unidimensional do ponto de sela, enquanto a variedade estável corresponde às órbitas em espiral que são mapeadas na região **B**. As linhas verdes são uma representação ilustrativa da variedade estável bidimensional do ponto de sela.

O ponto de sela existe em todos os atratores, mas de E0 até E23 só é percebido o efeito repulsivo da proximidade de sua variedade instável superior como mostrado na Fig. 3.3.16(b) para o atrator E23. A mudança brusca observada na transição E23 \rightarrow E24 é devida ao cruzamento transversal da região **A** do atrator através da variedade estável da sela.

Uma segunda crise interior foi observada na transição E33 \rightarrow E34, como mostrado nas Figs. 3.3.14(c), 3.3.14(d) e 3.3.15. Nesta transição, uma região mais densa (**F**) do atrator original cruza a variedade estável da sela como mostrado na Fig. 3.3.16(c).

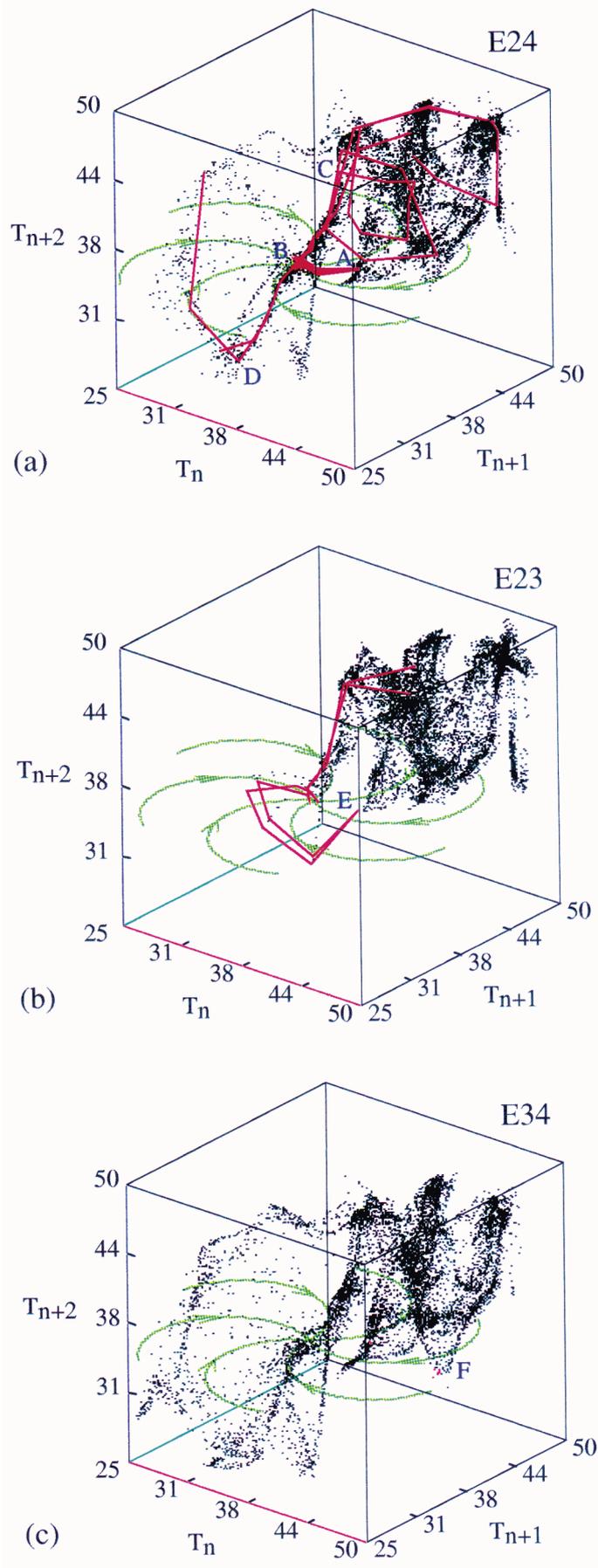


Figura 3.3.16 - Mapas de retorno tridimensionais T_{n+2} vs. T_{n+1} vs. T_n (ms). (a) Atrator E24 obtido logo após a primeira crise interior. As linhas vermelhas representam órbitas traçadas partindo da região **A**. O ponto de sela encontra-se na região **B**, a variedade instável corresponde às direções $\mathbf{B} \rightarrow \mathbf{C}$ e $\mathbf{B} \rightarrow \mathbf{D}$. As linhas verdes em espiral representam a variedade estável bidimensional do ponto de sela. (b) Atrator E23 obtido imediatamente antes da primeira crise interior. As linhas vermelhas são órbitas traçadas iniciando na região **E**. (c) Atrator E34 obtido logo após a segunda crise interior. A região densa **F** do atrator cruzou a variedade estável do ponto de sela.

3.3.3 - Estacionariedade dos atratores:

Para o estudo da estacionariedade dos atratores, iniciamos a aquisição de uma série de medidas imediatamente após acionado o motor, abrindo ou fechando a torneira. Quando atingimos regiões de vazão em que o maior expoente de Lyapunov tende a zero (comportamento periódico ou crítico), observamos que o transiente caótico após o passo do motor pode durar até ~ 40000 gotas, como é mostrado na Fig. 3.3.17 onde mostramos o valor do intervalo entre as gotas da série B53 em função do número da gota após o acionamento do motor. A série de dados da Fig. 3.3.17 possui 65536 intervalos entre gotas e foi subdividida em 4 subséries de 16384 intervalos cada uma. Os atratores bidimensionais reconstruídos para uma das subséries são mostrados na Fig. 3.3.18.

Observa-se que o transiente caótico (Fig. 3.3.18(a)) evolui para um atrator periódico no final da série (Fig. 3.3.18(d)). Em altas taxas de vazão (~ 40 gotas/s) isso implica em um tempo de espera para estabilização da ordem de 20 minutos, enquanto em médias taxas de vazão (~ 20 gotas/s) aproximadamente 40 minutos de espera são necessários.

O processo de espera para estabilização do atrator tornou-se independente da vazão com a adaptação do programa de aquisição de dados para esperar um número de gotas preestabelecido após o acionamento do motor, ao invés de um tempo fixo.

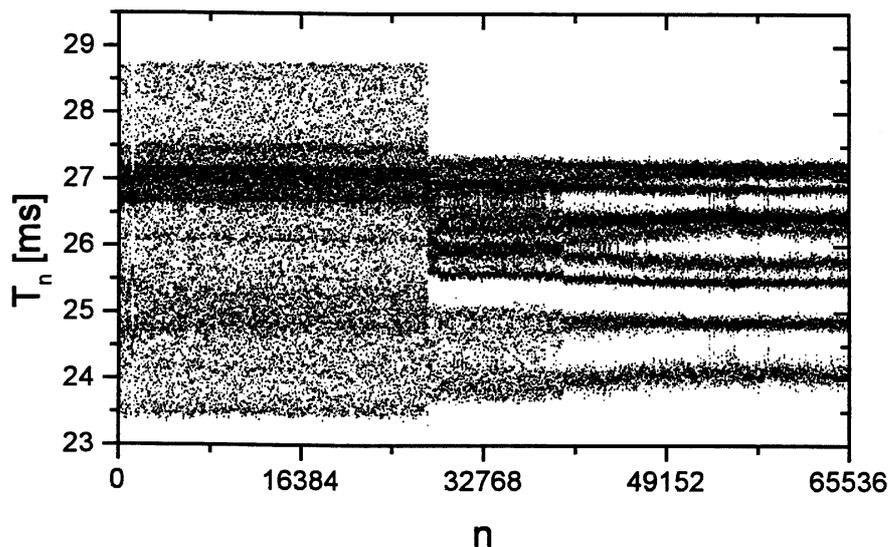


Figura 3.3.17 - Diagrama de bifurcação para uma série de 65536 tempos entre gotas medidos logo após ser dado um passo no motor.

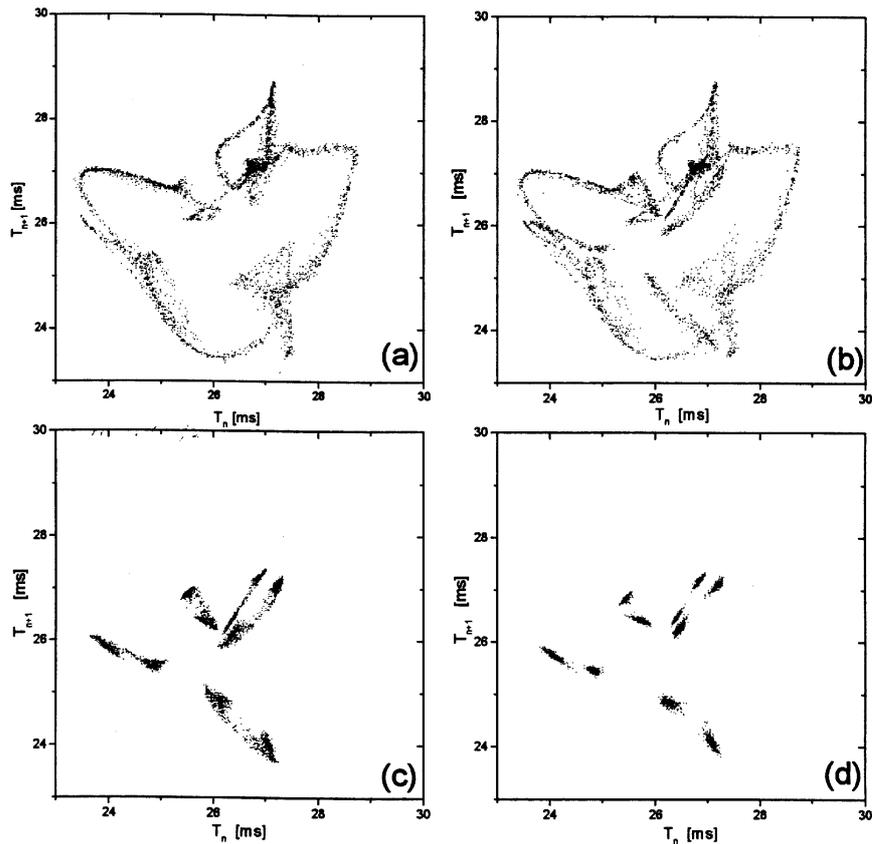


Figura 3.3.18 - Mapas de retorno T_{n+1} vs. T_n obtidos a partir da série de dados B53.

3.3.4 - *Chaotic Blue Sky Catastrophe:*

Uma seqüência de 49 séries de dados dos intervalos entre gotas foi obtida em alta vazão. Abrimos a torneira até uma vazão próxima de 40 gotas/s, quando o fluxo torna-se contínuo na altura do sistema detetor, e começamos a fechar a torneira passo a passo. Imediatamente após cada passo adquirimos séries de 65536 intervalos entre gotas. Das séries de dados, chamadas de B0 até B48, foram extraídas duas subséries, uma subsérie instável composta pelos primeiros 16384 pontos da série total e uma subsérie estável composta pelos últimos 16384 da série total.

Na Fig. 3.3.19 mostramos o diagrama de bifurcações obtido plotando os primeiros 1000 intervalos entre gotas de cada subsérie estável em função do número da série.

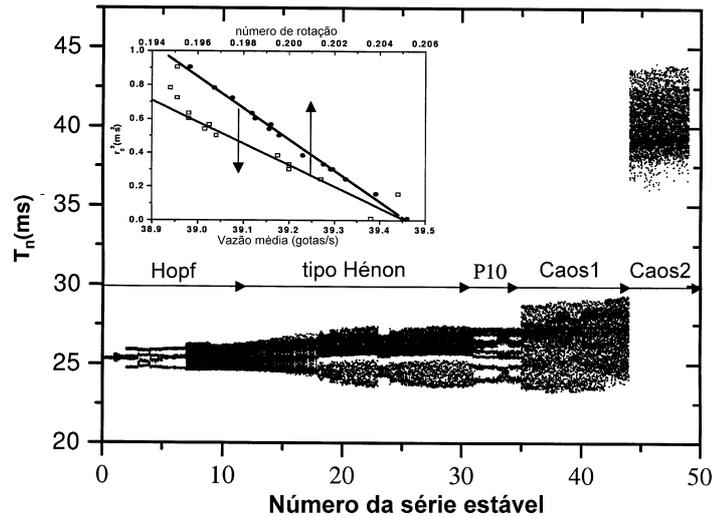


Figura 3.3.19 - Diagrama de bifurcação mostrando 5 regiões distintas da série B (torneira fechando). No detalhe da figura são mostradas as leis de escala seguidas na região da bifurcação de Hopf.

Dividimos o diagrama em 5 regiões distintas: Hopf, tipo Hénon, período 10, Caos1 e Caos2. Uma mudança brusca, que corresponde a uma transição na vazão média de ~ 40 gotas/s para ~ 25 gotas/s, ocorre em B43 \rightarrow B44 (Caos1 \rightarrow Caos2). Para verificar como ocorre a transição, construímos o mapa de retorno da série instável B44, apresentado na Fig. 3.3.20.

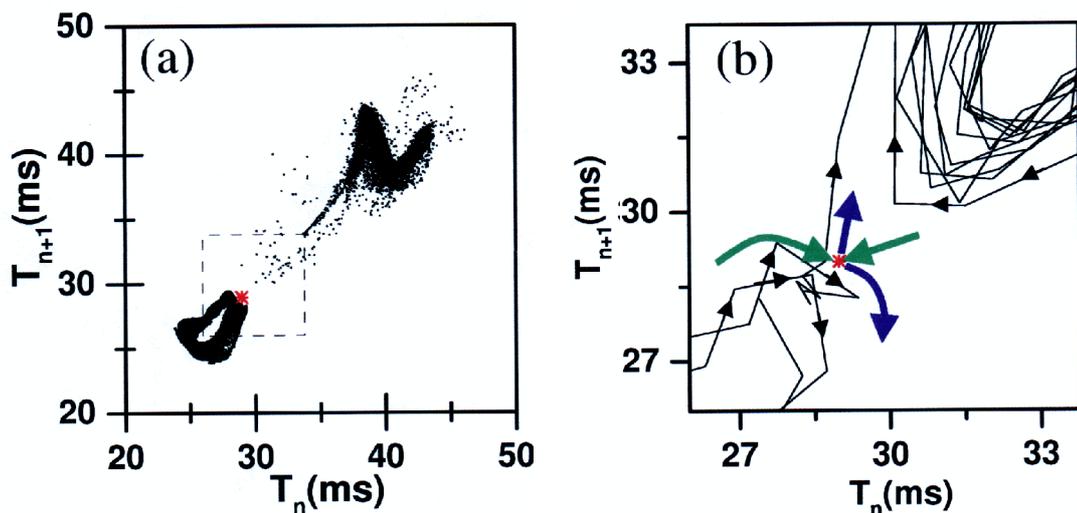


Figura 3.3.20 - (a) Mapa de retorno T_{n+1} vs. T_n para a subsérie instável B44. (b) Ampliação da região destacada em (a). As setas coloridas representam as direções seguidas pelas órbitas.

A Fig. 3.3.20(a) mostra o mapa de retorno T_{n+1} vs. T_n correspondente à subsérie instável B44, em que o parâmetro de controle variou lentamente e foi possível seguir a transição no comportamento do atrator. Seguindo as órbitas, como mostrado pelas flechas na Fig. 3.3.20(b), obtivemos evidências da existência de um ponto de sela (S1) nas proximidades da posição (29 ms, 29 ms).

Para verificar a reprodutibilidade das direções das órbitas nas proximidades de S1 observadas na transição B43→B44, adquirimos 8 ciclos de seqüências de séries de dados. A aquisição de cada ciclo foi feita do seguinte modo:

- (a) Iniciamos em um atrator próximo de B43;
- (b) Fechamos a torneira passo a passo até adquirir a série de dados com a transição para média vazão;
- (c) Abrimos a torneira passo a passo até adquirir a série com a transição para alta vazão;
- (d) Fechamos a torneira passo a passo até chegar a um atrator próximo de B43.

As transições observadas para as oito repetições do ciclo são mostradas na figura 3.3.21, onde superpusemos os oito mapas de retorno para mostrar que as direções seguidas pelas órbitas durante as oito transições alta→média (média→alta) vazão são coincidentes, evidenciando a direção da variedade instável do ponto de sela S1. O ciclo na Fig. 3.3.21 mostra que existe uma histerese de 40 passos nas transições alta↔média vazão. *Vieira et al.* (*Vieira et al.*, 1987; *Vieira e Tsallis*, 1989) encontraram várias histereses relacionadas a mapas assimétricos. Estes mapas apresentam atratores multifractais que podem ser originados por emaranhados homoclínicos das variedades de pontos de sela.

Verificamos a presença do ponto de sela S1 em todas as regiões descritas na Fig. 3.3.19. Na região Hopf, esta verificação foi feita colocando-se o sistema em condições semelhantes às da série B0. A série B0p foi obtida perturbando-se a coluna d'água onde as gotas se formam com impulsos aplicados ao bico de vidro. Seguindo as órbitas durante seu retorno ao atrator não perturbado, como mostrado na Fig. 3.3.22, observamos a existência do ponto de sela S1 já no início da região Hopf.

A aplicação da transformação do ponto fixo bidimensional (seção 2.17; *So et al.*, 1996) à série B0p confirmou a existência do ponto de sela S1, conforme mostrado na Fig. 3.3.23, onde S1 corresponde ao maior pico observado no histograma bidimensional da série transformada (Fig. 3.3.23(a)) e sua posição é determinada em (28,2 ms, 28,2 ms) usando o diagrama de curvas de nível deste histograma, mostrado na Fig. 3.3.23(b).

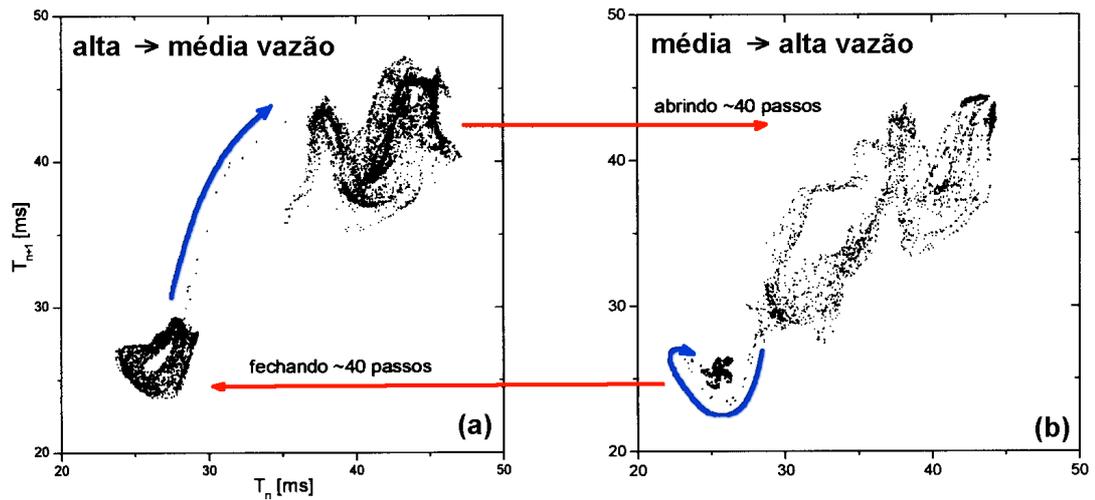


Figura 3.3.21 - (a) Mapa de retorno com 8 transições alta \rightarrow média vazão superpostas. (b) Mapa de retorno com 8 transições média \rightarrow alta vazão superpostas. As curvas azuis representam as direções seguidas pelas órbitas durante as transições. As setas em vermelho indicam a histerese de 40 passos observada entre uma transição e outra.

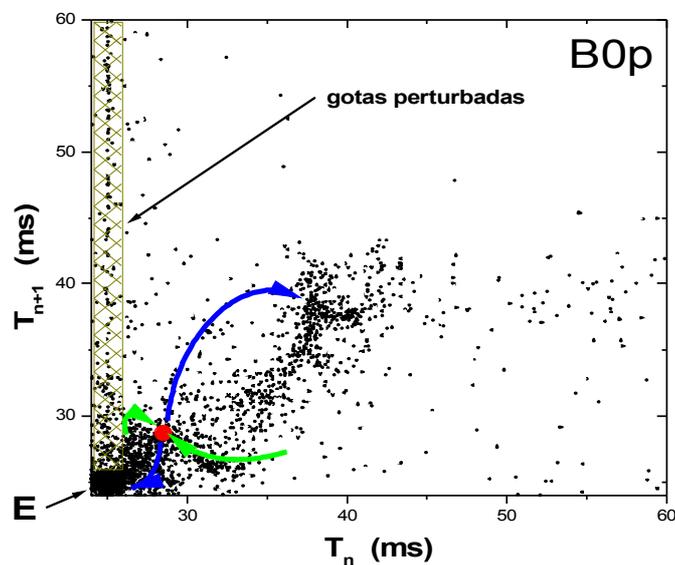


Figura 3.3.22 - Detalhe do mapa de retorno T_{n+1} vs. T_n para a série de dados perturbada B0p (os pontos com $T < 24$ não são mostrados). O atrator estável não perturbado é um foco (E) nas coordenadas (25,2 ms, 25,2 ms). Quando perturbamos as órbitas no foco elas vão para a região destacada e são seguidas em seu retorno para o atrator não perturbado. As setas coloridas indicam a direção das órbitas nas vizinhanças de S1 representado em vermelho.

Testamos a estabilidade estrutural do ponto de sela usando pequenas alterações na geometria do bico da torneira. Alterando a inclinação vertical do bico da torneira de 0° para 4° , o ponto de sela S1 continua existindo e sua posição é muito pouco alterada.

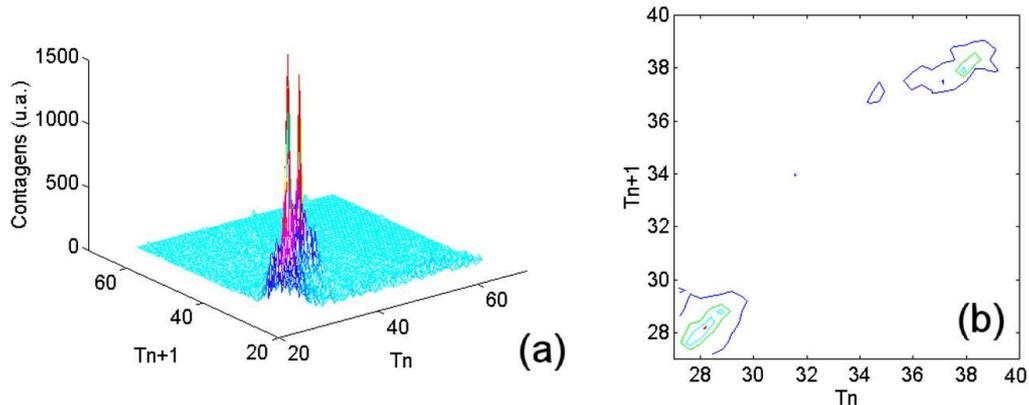


Figura 3.3.23 - Resultado da aplicação da transformação do ponto fixo para encontrar órbitas periódicas instáveis imersas na série B0p. (a) Histograma bidimensional. O pico mais alto corresponde ao ponto de sela S1. (b) Diagrama de curvas de nível usado para determinar a posição de S1.

Na Fig. 3.3.24 mostramos um mapa de retorno da série de dados IF47, com o bico inclinado 4° , em uma vazão equivalente à da transição B43 \rightarrow B44 (bico apurado). Com o bico inclinado não é observada uma transição brusca, não há histerese e as órbitas ficam alternando entre duas regiões do mapa de retorno, uma em alta vazão e outra em vazão um pouco mais baixa, passando pelo ponto de sela quando migram de uma região para a outra.

Na Fig. 3.3.25 mostramos os resultados obtidos da aplicação da transformação do ponto fixo (seção 2.17; So *et al.*, 1996) à série de dados do atrator mostrado na Fig. 3.3.24. Na Fig. 3.3.25(a) mostramos o histograma bidimensional da série transformada, onde o maior pico corresponde ao ponto de sela S1 cuja posição (28,2 ms, 28,2 ms), obtida no diagrama de curvas de nível do histograma (Fig. 3.3.25(b)), coincide com a posição de S1 com o bico apurado.

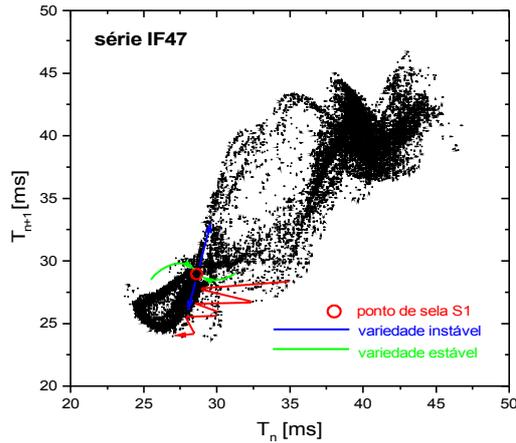


Figura 3.3.24 - Mapa de retorno correspondente a uma transição altas \rightarrow médias vazões com o bico inclinado de 4° com a vertical. O ponto de sela e suas variedades foram encontrados seguindo-se as órbitas durante as transições alta \rightarrow média vazão e média \rightarrow alta vazão. As linhas vermelhas indicam como as órbitas se aproximam do emaranhado formado pelas variedades de S1, mostrando as dobras que a variedade estável apresenta por ter interceptado transversalmente a variedade instável.

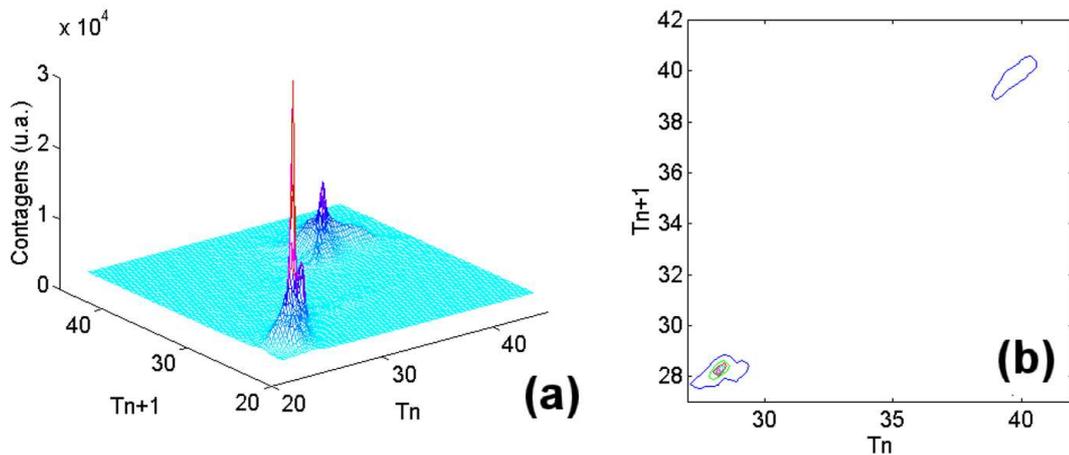


Figura 3.3.25 - Resultado da aplicação da transformação do ponto fixo para encontrar órbitas periódicas instáveis imersas na série de dados IF47, obtida na região da transição alta \rightarrow média vazão com o bico da torneira inclinado 4° com a vertical. (a) Histograma bidimensional. O pico observado corresponde ao ponto de sela S1. (b) Diagrama de curvas de nível usado para determinar a posição de S1.

A mudança de comportamento das transições obtidas em função de diferentes inclinações do bico será discutida mais adiante na seção 3.3.5.

Utilizando o ponto de sela S1 e suas variedades, analisamos a evolução dos atratores nas diversas regiões. A primeira região (Hopf)

começa com um foco estável, mostrado na Fig. 3.3.26(a). O foco estável atrai as órbitas pela variedade instável de S1 que conecta-se ao foco em uma espiral com sentido horário.

Com a diminuição da vazão, fechando-se a torneira, o foco perde sua estabilidade, tornando-se um foco instável. O atrator passa a ser um toro de diâmetro crescente, caracterizando uma bifurcação de Hopf secundária como mostrado no detalhe da Fig. 3.3.19 e nas seções 3.1 e 3.2 (Pinto et al., 1995; da Silva et al., 1997). Um toro atrator típico (subsérie B10) da região de Hopf e a variedade instável da sela S1 sendo empurrada na direção da variedade estável pelo crescimento do toro são mostrados na Fig. 3.3.26(b). Da série B14 até a B30 a região de Hopf evolui para a região tipo Hénon, o toro atrator apresenta um travamento de frequências resultando num atrator de período 5 e finalmente o toro é destruído devido à ocorrência de tangências homoclínicas das variedades das selas-nó componentes dos atratores periódicos, conforme descrevemos na seção 3.2. A figura 3.3.26(c) mostra um atrator típico do início da região tipo Hénon, onde os atratores apresentam um forte comportamento periódico, apresentando 5 ramos, e esses ramos evoluem de forma a assemelharem-se a um atrator da família do atrator de Hénon. O aumento do atrator continua a empurrar a variedade instável da sela S1 contra a estável e, conseqüentemente, as dobras das variedades e a distorção do atrator central vão ficando cada vez mais fortes.

Na Fig. 3.3.26(d) mostramos o primeiro atrator da região Caos1 e na Fig. 3.3.26(e) o último atrator dessa região. Como os atratores continuam expandindo e empurrando a variedade instável de S1 contra a variedade estável, o dobramento dessas variedades começa a se apresentar de modo cada vez mais complexo. No último atrator da região Caos1 as variedades estão quase se tocando, caracterizando uma tangência homoclínica. Fechando a torneira apenas mais um passo e seguindo a subsérie instável B44, na Fig. 3.3.26(f), observamos que as órbitas permanecem no atrator original até que ocorre a tangência homoclínica, quando o atrator perde sua estabilidade estrutural. Após a tangência, a órbita cruza a variedade estável do ponto de sela S1, atingindo uma nova região do espaço de fase e originando a região Caos2 de vazão média mais baixa. Imediatamente antes da tangência, a variedade estável do ponto de sela S1 constitui a separatriz entre as regiões Caos1 e Caos2. Essa separatriz é destruída pela tangência homoclínica das variedades de S1 e o desaparecimento súbito do atrator caótico da região Caos1 é consistente com uma *Chaotic Blue Sky Catastrophe* (Abraham e Stewart, 1986; Abraham e Shaw, 1992).

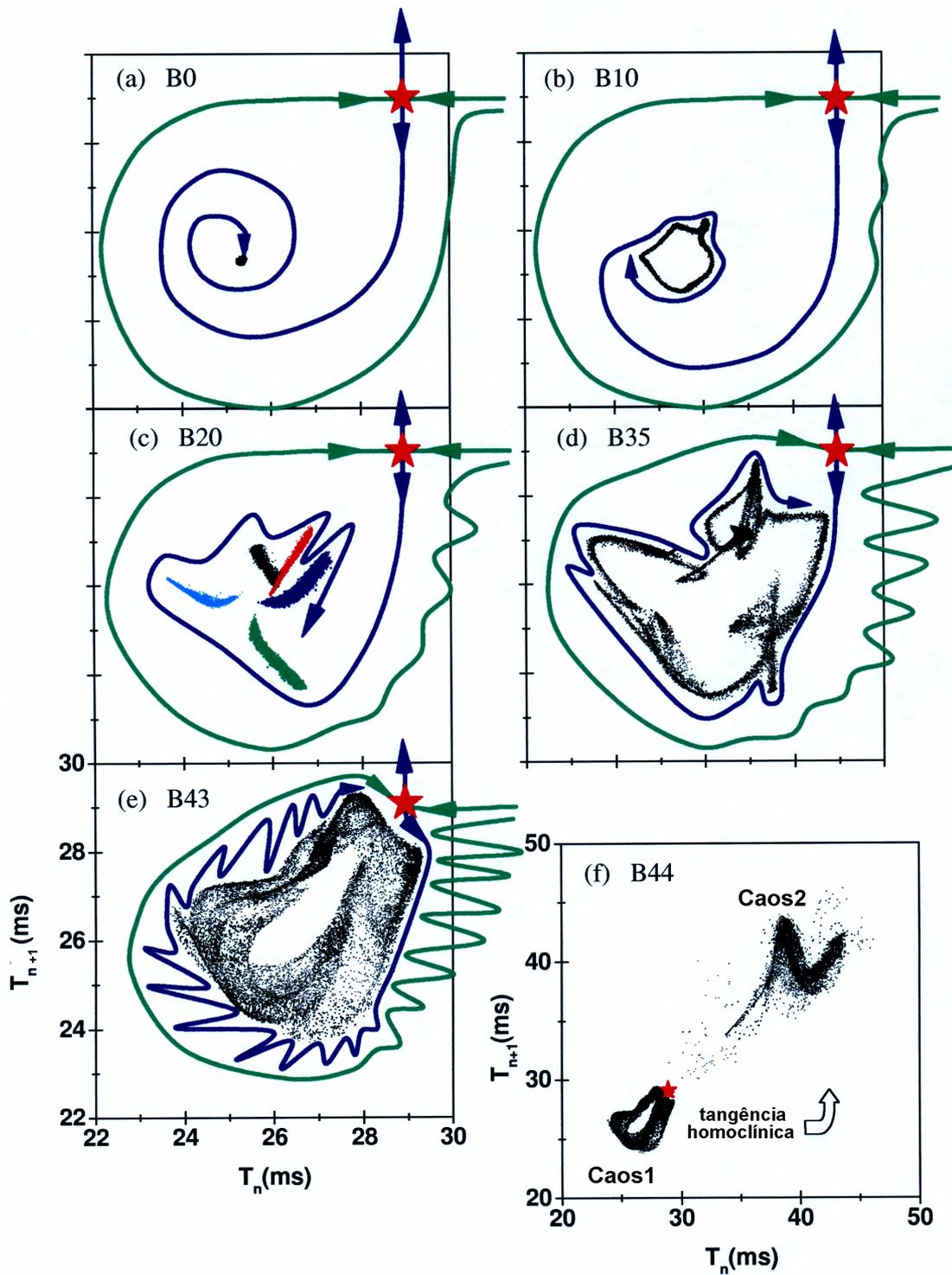


Figura 3.3.26 - Evolução dos atratores reconstruídos até uma *Chaotic Blue Sky Catastrophe*. O ponto de sela S_1 é representado por uma estrela em vermelho. As curvas verdes (azuis) representam respectivamente a variedade estável (instável) de S_1 .

3.3.5 - Efeito da inclinação do bico da torneira:

Na seção 3.3.2 e no apêndice 7, descrevemos a ocorrência de duas crises interiores com o bico da torneira apurcado, e no apêndice 1 descrevemos uma mudança brusca no comportamento do sistema dinâmico, com uma transição de $f \approx 25$ gotas/s (média vazão) para $f \approx 40$ gotas/s (alta vazão), que foi atribuída a uma crise de fronteira.

Inclinando o bico da torneira em relação à vertical, podemos alterar as condições de contorno na interface vidro-água e usar o ângulo de inclinação (I) como um segundo parâmetro de controle para estudar a transição no espaço de parâmetros $f.I$.

Para isso, três seqüências de séries de medidas foram coletadas, com o bico inclinado de 0° , 4° e 25° com a vertical, respectivamente. Cada série de dados possui 16384 intervalos entre gotas consecutivas. A Fig. 3.3.27 mostra a evolução da vazão, abrindo a torneira passo a passo, a partir de um atrator inicial arbitrário em médias taxas de vazão, para os três valores da inclinação do bico. O número da série indica o número de passos que foi dado abrindo a torneira desde o início da seqüência. Nesta figura podemos observar a transição média \rightarrow alta taxa de vazão para cada ângulo de inclinação (I).

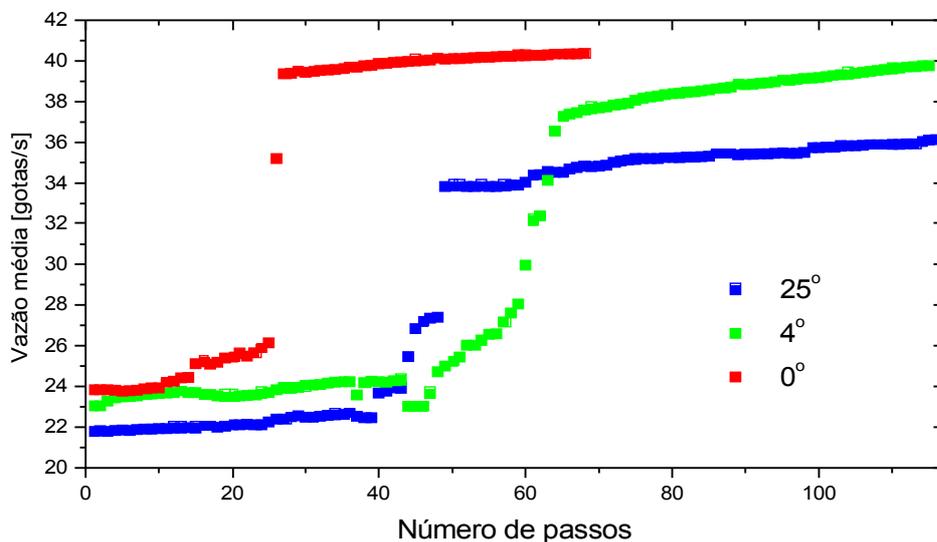


Figura 3.3.27 - Vazão em função da abertura da torneira para $I = 0^\circ$, 4° e 25° .

Analisando os mapas de retorno para cada inclinação I , verificamos a existência de dois pontos de sela: S_1 e S_2 . Como as variedades dos pontos de sela geralmente constituem separatrizes entre regiões do espaço que

possuem comportamentos dinâmicos diferentes, dividimos os mapas de retorno em três regiões.

Na região de média vazão, observamos uma crise interior para os três ângulos de inclinação. Esta crise é devido ao cruzamento dos atratores caóticos com a variedade estável do ponto de sela S_2 (seção 3.3.2).

Na Fig. 3.3.28 mostramos quatro mapas de retorno em torno da transição média \rightarrow alta vazão quando o bico está apurcado (seqüência NA).

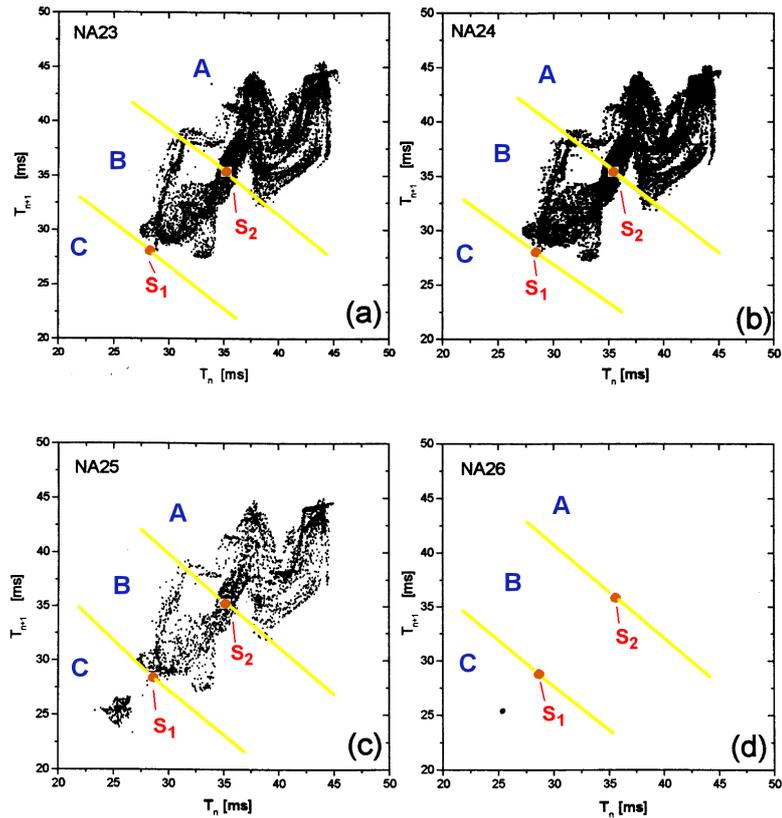


Figura 3.3.28 - Mapas de retorno em torno da transição média \rightarrow alta vazão com o bico da torneira apurcado (abrindo a torneira passo a passo). As regiões marcadas em vermelho representam pontos de sela. As linhas amarelas dividem o mapa de retorno em três regiões (A, B e C), usadas para caracterizar o comportamento. (a) atrator NA23; (b) atrator NA24 um passo antes da transição; (c) série NA25 - junto com o atrator periódico (região C) é mostrado o transiente caótico (regiões A e B); (d) atrator periódico NA26, após a transição.

Nos mapas das séries NA23-NA26 (Fig. 3.3.28), identificamos a presença do ponto de sela S_1 nas coordenadas (29 ms, 29 ms) e do ponto de sela S_2 em (36 ms, 36 ms) e traçamos as linhas em amarelo, para definir as três regiões distintas.

No mapa da série NA23 (Fig. 3.3.28(a)), as órbitas passam a maior parte do tempo na região A, visitando eventualmente a região B e voltando para A. No mapa da série NA24 (Fig. 3.3.28(b)), observamos que as órbitas passam a visitar a região B com maior frequência e se aproximam mais do ponto de sela S_1 . No mapa da série NA25 (Fig. 3.3.28(c)) observa-se uma transição brusca da região B para a região C, devido a uma das órbitas do atrator ter ultrapassado o ponto de sela S_1 . O comportamento periódico do sistema, logo após a transição, é mostrado no mapa da série NA26 (Fig. 3.3.28(d)).

Na Fig. 3.3.29 mostramos quatro atratores na região da transição quando o bico da torneira está inclinado de 4° com a vertical (seqüência IA).

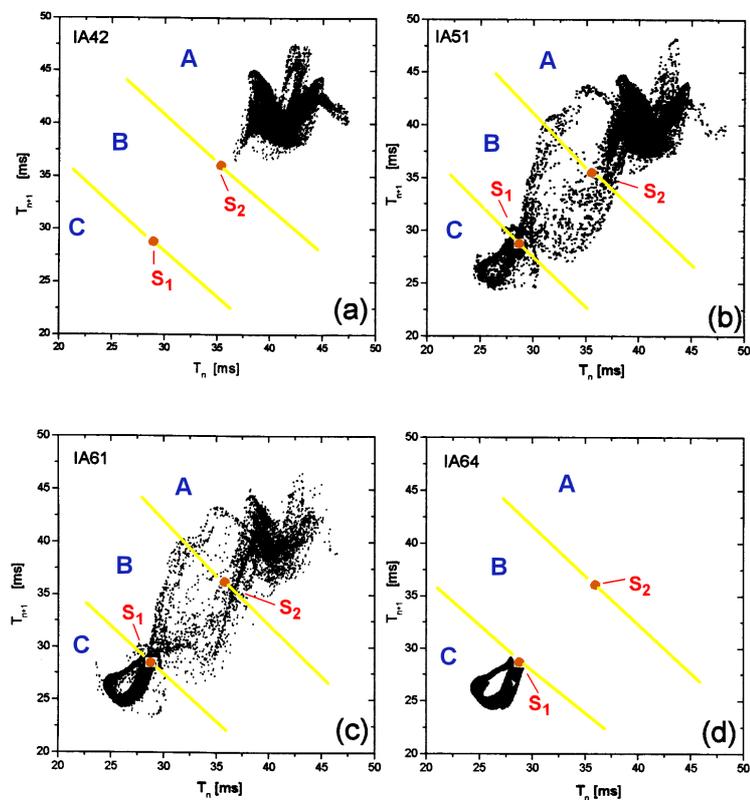


Figura 3.3.29 - Mapas de primeiro retorno na região da transição de médias→altas taxas de vazão com o bico da torneira inclinado de 4° com a vertical. As regiões marcadas em vermelho representam pontos de sela. As linhas amarelas dividem o mapa de retorno em três regiões (A, B e C), usadas para caracterizar o comportamento. (a) atrator IA42 - todo contido na região A. (b) Atrator IA51 - a expansão do atrator IA42 na direção do ponto de sela, quando abrimos a torneira, faz com que a região B e C sejam acessíveis às órbitas. As órbitas ficam a maior parte do tempo na região A, indo eventualmente à região B e daí podem voltar à A ou ir até a região C, de onde voltam para A obrigatoriamente. (c) Atrator IA61 - a situação que tínhamos em (b) inverte-se continuamente com o aumento da vazão e as órbitas passam cada vez mais tempo na região C, indo cada vez menos frequentemente para B e A, até que permanecem definitivamente na região C a partir do atrator IA64 (d).

Utilizamos os mesmos procedimentos usados na seqüência NA e determinamos a presença dos pontos de sela S1 e S2 praticamente nas mesmas posições que ocupavam com o bico aprumado.

Verificamos que com o bico inclinado 4° a transição média→alta vazão ocorre mais suavemente que no caso do bico aprumado.

Os mapas de retorno foram novamente divididos em três regiões, com base na posição dos pontos de sela. A Fig. 3.3.29(a) mostra o atrator anterior ao início da transição. As órbitas se concentram todas na região A. Abrindo-se a torneira, as regiões B e C do espaço de fase começam a ser visitadas, mas as órbitas passam a maior parte do tempo na região A, para a qual sempre voltam, como é mostrado na Fig. 3.3.29(b). À medida em que a vazão aumenta, as regiões B e C são cada vez mais visitadas e as órbitas permanecem cada vez menos tempo na região A, como é mostrado na Fig. 3.3.29(c). A Fig. 3.3.29(d) mostra o atrator ao final da transição quando as órbitas permanecem na região C.

Na Fig. 3.3.30 mostramos alguns atratores da seqüência da transição quando o bico está inclinado de 25° com a vertical (seqüência MI). Nestes quatro atratores os pontos de sela S1 e S2 foram encontrados respectivamente nas posições (33 ms, 33 ms) e (42 ms, 42 ms) e usados para dividir os mapas de retorno nas regiões A, B e C.

Na Fig. 3.3.30(a) observa-se que o atrator anterior à transição apresenta órbitas que ficam a maior parte do tempo na região A, visitando apenas intermitentemente um ciclo no interior da região B. As órbitas vão passando cada vez mais tempo no ciclo da região B à medida em que a vazão aumenta, até que não retornam mais à região A, como mostramos na Fig. 3.3.30(b). Aumentando a vazão ainda mais, observa-se a evolução do ciclo caótico da região B até um atrator de período 10, quando subitamente desaparece, dando lugar a um novo atrator na região C, como mostrado na Fig. 3.3.30(c). O atrator final após o transiente é mostrado na Fig. 3.3.30(d).

A diferença de comportamento durante a transição alta→ média taxa de vazão, observada quando inclinamos o bico da torneira em relação à vertical, pode ser atribuída aos diferentes tipos de conexões entre a variedade instável do ponto de sela S₂ e a variedade estável do ponto de sela S₁.

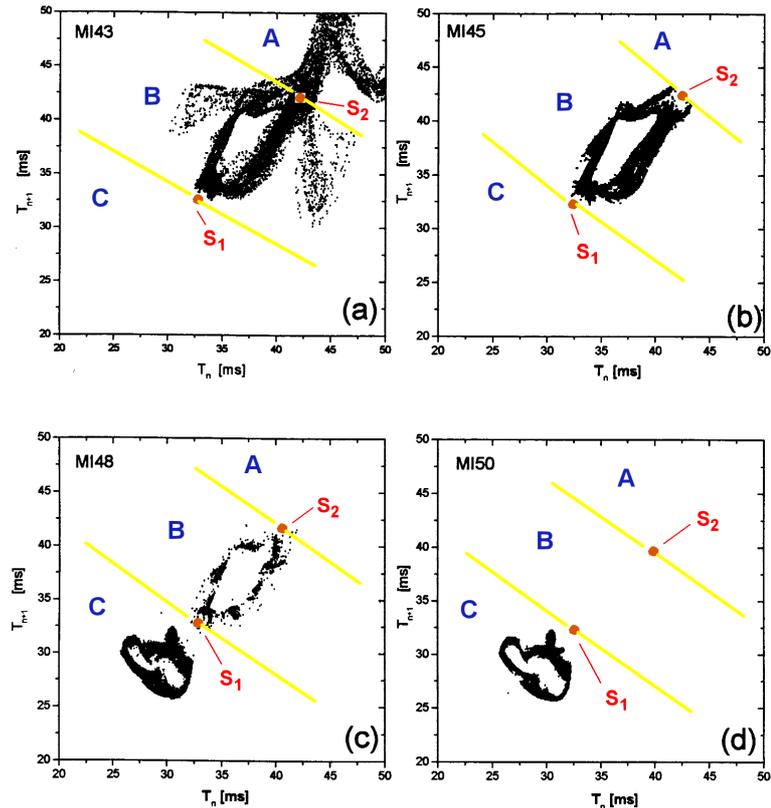


Figura 3.3.30 - Mapas de primeiro retorno na região da transição de média→alta vazão com o bico da torneira inclinado de 25° com a vertical. Os pontos vermelhos representam pontos de sela. Em (a) observamos que o atrator possui um ciclo na região B que é visitado com maior frequência conforme abrimos a torneira. Em (b) as órbitas permanecem apenas no ciclo da região B, não voltando mais para A. Em (c) a órbita começa no ciclo da região B e cruza o ponto de sela S_1 , migrando para a região C. Após o cruzamento as órbitas permanecem na região C como mostrado em (d).

Para $I = 0^\circ$ e 25° temos uma substituição brusca de um atrator por outro, quando ocorre a colisão do atrator caótico com a variedade estável do ponto de sela S_1 , como acontece em uma crise de fronteira. Para $I = 4^\circ$ a substituição de um atrator por outro ocorre de maneira suave e foi interpretada como sendo devido a uma bifurcação homoclínica. Nessa bifurcação, as variedades do ponto de sela S_1 afastam-se a partir de uma tangência homoclínica, fazendo com que as regiões B e A do mapa de retorno não sejam mais acessíveis.

Entretanto, para confirmar estes resultados preliminares, é necessário um estudo extensivo do espaço de parâmetros $f.I$. Além disso, também será necessário perturbar vários atratores para confirmar a interpretação dada ao comportamento das variedades de S_1 e S_2 .

3.3.6 - Caos homoclínico em médias taxas de vazão:

No detalhe I da fig. 3.1.8 indicamos uma crise interior, que ocorre abrindo-se a torneira a uma vazão de ~ 22 gotas/s. Nesta crise interior um atrator caótico colide com um ponto fixo estável (seção 3.1.2; apêndice 1), resultando em um atrator periódico.

Para estudar a evolução do sistema deste atrator periódico para um atrator caótico, quando a vazão média aumenta, coletamos uma seqüência de 57 séries de dados, abrindo a torneira passo a passo. As séries foram chamadas de L0 até L56 e cada uma possui 16384 intervalos de tempo entre gotas consecutivas.

Os mapas de retorno (T_{n+1} vs. T_n) das primeiras séries apresentam um ponto fixo estável de período um. O mapa de retorno correspondente à série L30, mostrado na Fig. 3.3.31(a), apresenta um atrator de período quatro, obtido após duas duplicações de período que acontecem entre L0 e L29.

No atrator da série L36, mostrado na Fig. 3.3.31(b), começam a aparecer estiramentos e as quatro estruturas periódicas do atrator juntam-se duas a duas, formando um braço vertical e um braço horizontal. Embora ainda seja possível distinguir duas estruturas dentro de cada braço, o período 4 é destruído pela ocorrência de perdas de fase na ordem interna de plotagem em cada braço. Nos mapas das séries L40 (Fig. 3.3.31(c)) e L45 (Fig. 3.3.31(d)), continuamos a observar a evolução das perdas de fase dentro de cada braço devido aos estiramentos e dobramentos, entretanto, a visitação a cada braço continua a ocorrer alternadamente sem perda de fase até a série L51.

O mapa de retorno correspondente à série L52 é mostrado na Fig. 3.3.31(e). Neste atrator não ocorre nenhuma perda de fase na ordem de visitação a cada braço nos primeiros 12000 pontos. Do ponto 12000 até o final da série ocorrem apenas algumas perdas de fase. As perdas de fase entre os braços vão se tornando cada vez mais freqüentes, até as duas estruturas se apresentarem completamente misturadas, como mostra o mapa da série L56 (Fig. 3.3.31(f)).

A exemplo do que fizemos na seção 3.2.5, aproveitamos a característica de período dois do mapeamento \mathbf{F} do atrator L52 para separar os 12000 primeiros intervalos da série L52 em duas subséries, produzindo dois mapeamentos \mathbf{F}^2 , usando mapas de retorno $T_{2(n+1)+C}$ vs. T_{2n+C} , como mostramos na Fig. 3.3.32.

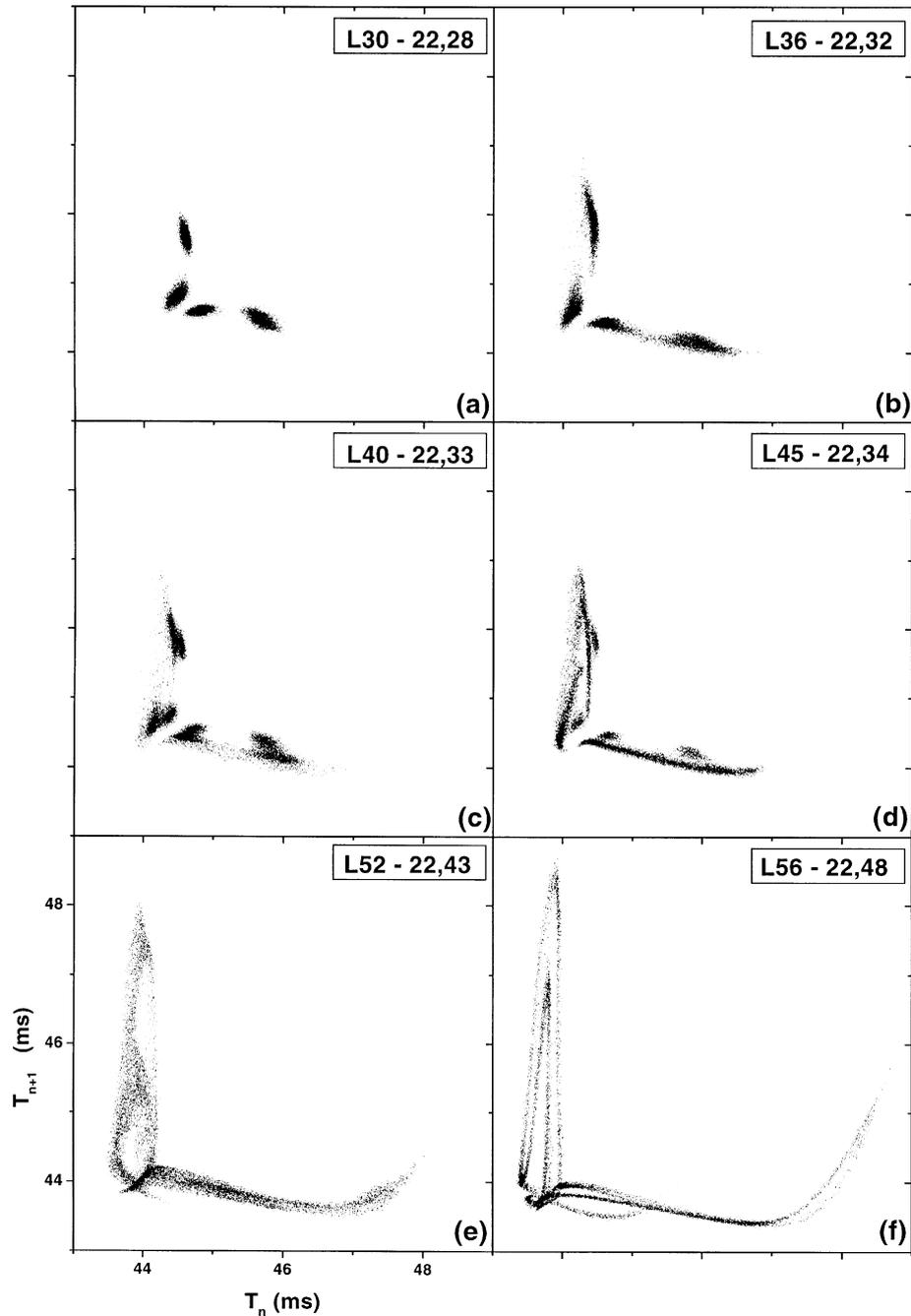


Figura 3.3.31 - Mapas de retorno na região da transição comportamento periódico \rightarrow caos da seqüência L. (a) Série L30 apresentando um atrator periódico (período quatro). No mapa da série L36 (b) começam a aparecer estiramentos e as quatro estruturas periódicas do atrator juntam-se duas a duas, formando um braço vertical e um braço horizontal. Embora ainda seja possível distinguir as duas estruturas dentro de cada braço, ocorrem perdas de fase que destroem o período 4. Nos mapas das séries L40 (c) e L45 (d), observamos a evolução das perdas de fase dentro de cada braço devido aos estiramentos e dobramentos, entretanto não ocorrem perdas de fase na ordem de plotagem dos dois braços. No mapa da série L52 (e), não ocorre nenhuma perda de fase entre os braços nos primeiros 12000 pontos e do ponto 12000 ao 16384 ocorrem apenas algumas perdas de

fase. Finalmente, as duas estruturas apresentam-se completamente misturadas no mapa da série L56 (f).

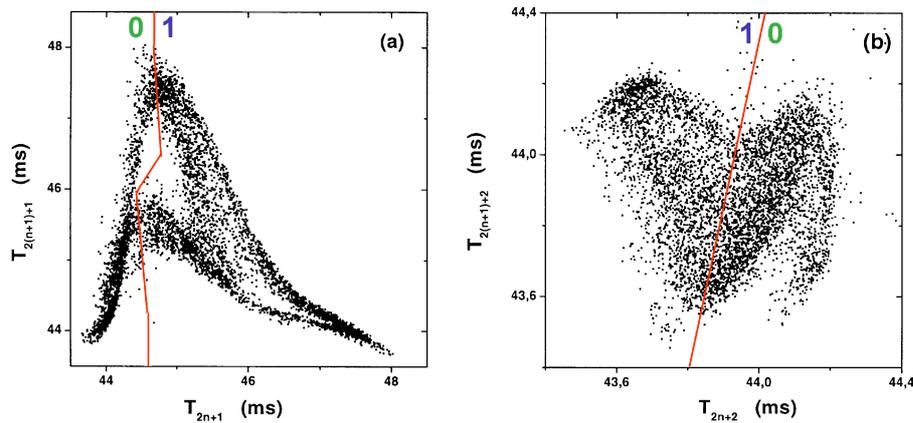


Figura 3.3.32 - (a) Mapa de retorno $T_{2(n+1)+1}$ vs. T_{2n+1} para a série L52 (6000 pontos). (b) Mapa de retorno $T_{2(n+1)+2}$ vs. T_{2n+2} para a série L52 (6000 pontos). As curvas em vermelho marcam a partição utilizada em cada caso para a geração do plano simbólico do mapeamento.

Seguindo algumas órbitas, observamos que os dois mapas obtidos (Fig. 3.3.32(a) e (b)) possuem comportamento semelhante ao do atrator de Hénon (Fig. 3.2.8(b)), embora o mapa da Fig. 3.3.32(b) tenha uma relação sinal/ruído bem menor que o mapa da Fig. 3.3.32(a).

Particionamos os dois mapas, procurando cortar os pontos de máximo local de $T_{2(n+1)+C}$ vs. T_{2n+C} , como indicado pelas linhas vermelhas na Fig. 3.3.32, geramos as seqüências simbólicas correspondentes e calculamos seus respectivos planos simbólicos, que são mostrados na Fig. 3.3.33.

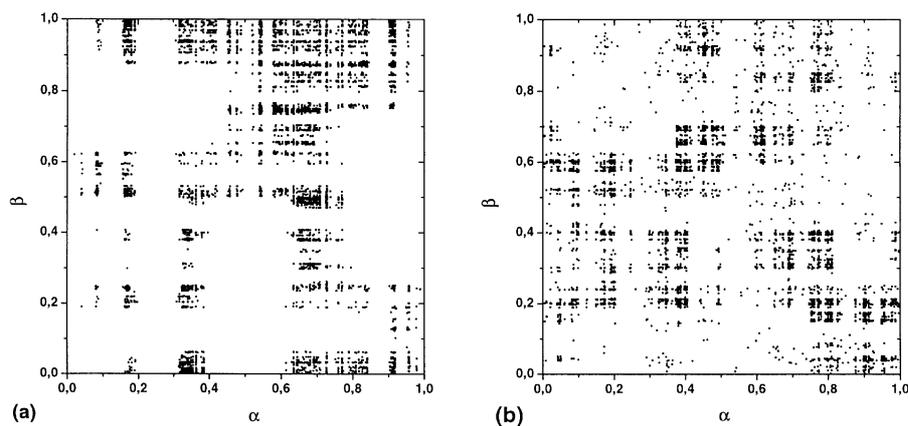


Figura. 3.3.33 - Planos simbólicos obtidos para os mapeamentos F^2 da série L52. (a) Plano simbólico obtido do mapa $T_{2(n+1)+1}$ vs. T_{2n+1} . (b) Plano simbólico obtido do mapa $T_{2(n+1)+2}$ vs. T_{2n+2} .

O plano simbólico de $T_{2(n+1)+1}$ vs. T_{2n+1} (Fig. 3.3.33(a)) é muito semelhante ao plano simbólico obtido para o atrator de Hénon (Fig. 3.2.10(b)). O plano simbólico de $T_{2(n+1)+2}$ vs. T_{2n+2} (Fig. 3.3.33(b)) também apresenta grande semelhança ao plano simbólico do atrator de Hénon, porém a menor relação sinal/ruído dificulta a escolha de uma partição adequada e aparecem muitos pontos em regiões proibidas, porém as características fundamentais do atrator de Hénon são mantidas.

Desse modo, concluímos que a transição de comportamento periódico para caótico acontece de modo suave, com o aparecimento de estruturas do tipo atratores de Hénon, relacionadas com a aproximação das variedades de um ponto de sela do espaço de fase do sistema dinâmico até a ocorrência de tangências homoclínicas como descrevemos na seção 3.2.5.

A tangência homoclínica acontece para um valor de vazão média próxima da vazão do atrator L52 (Fig. 3.3.31(e)), uma vez que é neste atrator que começam a ocorrer perdas de fase entre as duas estruturas do tipo Hénon. Quando aumentamos a vazão além deste ponto crítico, as variedades se interceptam transversalmente, dando origem a um emaranhado homoclínico em que não há mais distinção entre as estruturas, como mostra o atrator L56 (Fig. 3.3.31(f)).

3.3.7 - Anticontrol de caos

Como o experimento da torneira gotejante é naturalmente discreto, pois medimos tempos entre eventos, a aplicação das técnicas de controle de caos devem ser adaptadas a esta característica, por isso apresentamos primeiramente os resultados obtidos com o anticontrol de caos e depois a proposta de uma técnica para o controle de caos.

A aplicação de um método de anticontrol, também viabilizada pela placa de aquisição automática do intervalo entre gotas, consistiu em perturbar o tempo de formação da n -ésima gota quando o ponto definido pelos tempos entre as gotas anteriores (T_{n-2}, T_{n-1}) estivesse dentro de uma região previamente definida no mapa de primeiro retorno.

Para aplicar este método de anticontrol, acionamos o motor de passo abrindo a torneira até colocar o sistema em um estado inicial, logo após uma crise interior, que ocorre com a vazão perto de 22 gotas/s. Nesta crise, um atrator caótico torna-se instável, dando lugar a um atrator periódico, onde todos os tempos entre gotas ficam próximos de 45,5 ms (detalhe I da Fig. 3.1.8).

Definimos um quadrado de controle de vértices $\{(44,44), (44,47), (47,47), (47,44)\}$ no mapa de retorno T_{n+1} vs. T_n (em ms) de modo a conter o ponto fixo estável. Iniciamos a aquisição de 32768 intervalos entre gotas

(série AC1) onde passamos a acionar o controle a cada 2048 gotas, após as 4096 gotas iniciais, mantendo-o ligado por intervalos de 1024 gotas.

Com o anticontrolado ligado, toda vez que um ponto (T_{n-1}, T_n) é marcado dentro da região escolhida, o injetor é acionado por 5 ms perturbando a formação da próxima gota e afetando T_{n+1} .

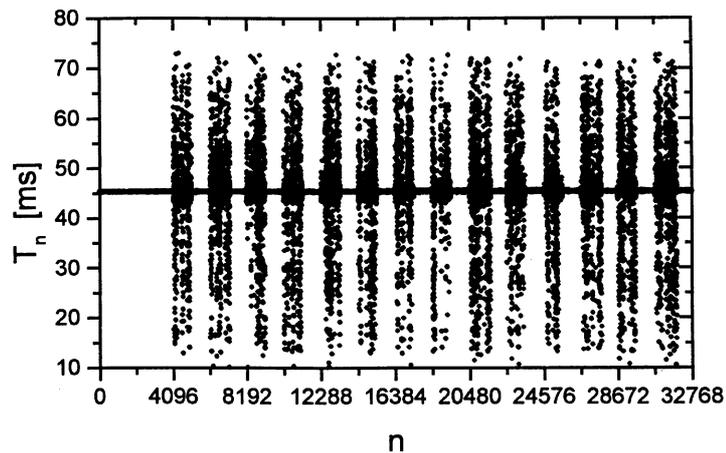


Figura 3.3.34 - Diagrama de bifurcação da série AC1 (um atrator periódico ao qual foi aplicado o anticontrolado de caos). O anticontrolado foi acionado a cada 2048 gotas após as 4096 gotas iniciais, permanecendo ligado por 1024 gotas a cada acionamento.

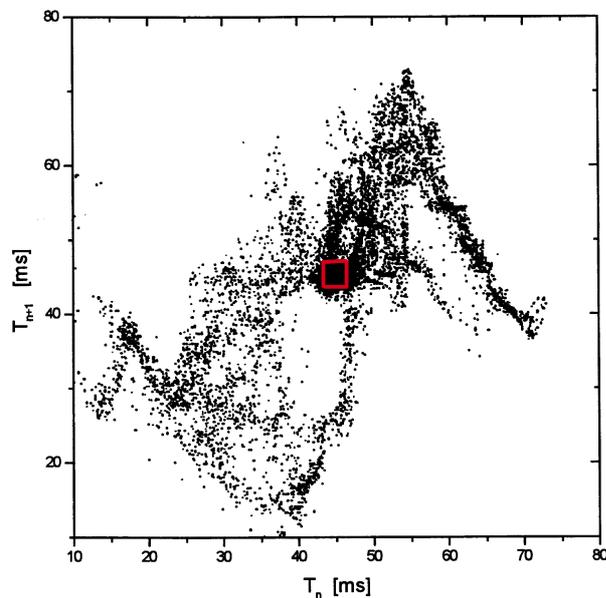


Figura 3.3.35 - Mapa de retorno da série AC1. O atrator periódico ao qual foi aplicado o anticontrolado de caos está contido no detalhe em vermelho que representa a região de anticontrolado utilizada.

No diagrama de bifurcação mostrado na Fig. 3.3.34 observa-se que a perturbação expulsa as órbitas do interior da região de controle, toda vez que o anticontrol é ligado, fazendo o sistema apresentar surtos caóticos que retornam rapidamente ao atrator periódico, quando o anticontrol é desligado.

No mapa de primeiro retorno mostrado na Fig. 3.3.35 assinalamos em vermelho a área do espaço de fase que utilizamos para desestabilizar o atrator periódico. A estrutura caótica observada na Fig. 3.3.35 é a mesma estrutura que existia antes da crise interior. Como essa estrutura tornou-se instável após a crise, toda vez que o controle é desligado as órbitas são novamente atraídas para o ponto periódico.

3.3.8 - Proposta de uma técnica para o controle de caos:

Com a placa de aquisição automática do intervalo entre gotas, a unidade de processamento (CPU) do computador de aquisição e controle ficou livre da tarefa de contagem de tempo que tinha que realizar nas versões anteriores do aparato. Atualmente, a CPU apenas necessita fazer uma leitura na placa para saber o valor do tempo entre as duas últimas gotas. Desse modo, entre cada duas leituras da placa, a CPU pode ser usada para outras tarefas como a construção do mapa de retorno em tempo real e algoritmos de controle ou anticontrol de caos. A CPU tem um intervalo de alguns milissegundos para a realização destas tarefas, que pode ser considerado um tempo relativamente grande para a atual velocidade dos microcomputadores.

Descrevemos aqui a proposta da aplicação uma técnica de controle para estabilizar órbitas periódicas de período 1, imersas no atrator caótico. Utilizamos as idéias principais do método OGY (seção 2.15), porém ao invés de alterar o parâmetro de controle, serão introduzidas pequenas perturbações nas órbitas do sistema.

A técnica de controle proposta é composta das seguintes fases:

- 1) Aquisição de dados e procura por órbitas periódicas instáveis;
- 2) Aprendizado com perturbações;
- 3) Estabilização da órbita periódica.

A primeira fase já foi implementada, e consistiu na aplicação da transformação do ponto fixo (seção 2.17; So *et al.*, 1996) para encontrar um ponto de sela de período 1 no atrator experimental. Também foram determinadas as variedades locais do ponto de sela, usando estimativas da

Jacobiana local, obtidas do valor médio das matrizes de transformação S_n nas vizinhanças do ponto fixo, conforme descrito em (So *et al.* 1996).

Para demonstrar o procedimento durante a primeira fase do algoritmo, adquirimos uma série (E0) de 16384 intervalos entre gotas em uma vazão de 23,15 gotas/s. O mapa de retorno da série E0 apresenta um atrator caótico que é mostrado na Fig. 3.3.36.

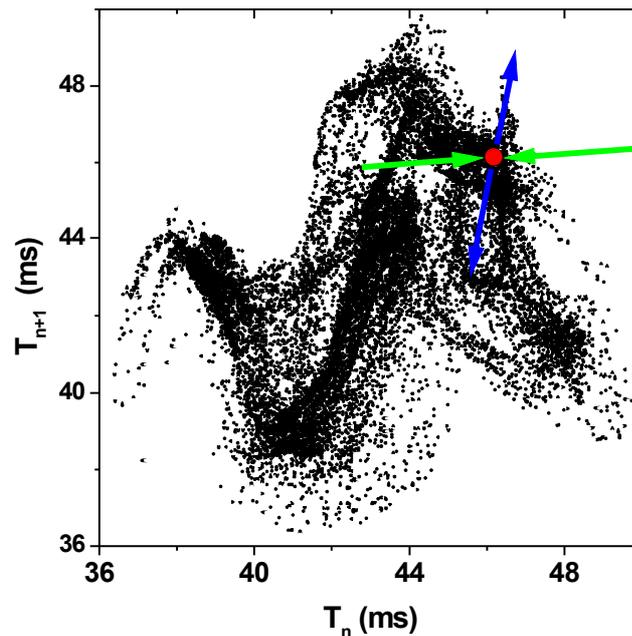


Figura 3.3.36 - Mapa de retorno obtido para a série E0. Usando a transformação do ponto fixo obtivemos a posição de um ponto de sela (vermelho) e uma estimativa da orientação de suas variedades invariantes locais (azul - variedade instável, verde - variedade estável).

Aplicamos a transformação do ponto fixo e obtivemos o histograma bidimensional mostrado na Fig. 3.3.37(a). O maior pico observado nesse histograma corresponde à posição do ponto de sela ($T_{n+1} = T_n = 46,133$), determinada através do diagrama de curvas de nível da Fig. 3.3.37(b).

Com a posição do ponto fixo determinada, usamos novamente a transformação do ponto fixo para obter a estimativa da Jacobiana local em torno do ponto fixo. Calculamos os autovalores da Jacobiana aproximada e

obtivemos os autovetores que correspondem às variedades representadas no mapa de retorno da Fig. 3.3.36.

A segunda fase da técnica consistirá em verificar como o sistema se comporta quando perturbado, nas vizinhanças do ponto fixo. Para isso serão utilizados pulsos de ar comprimido de curta duração (seção 3.3.1).

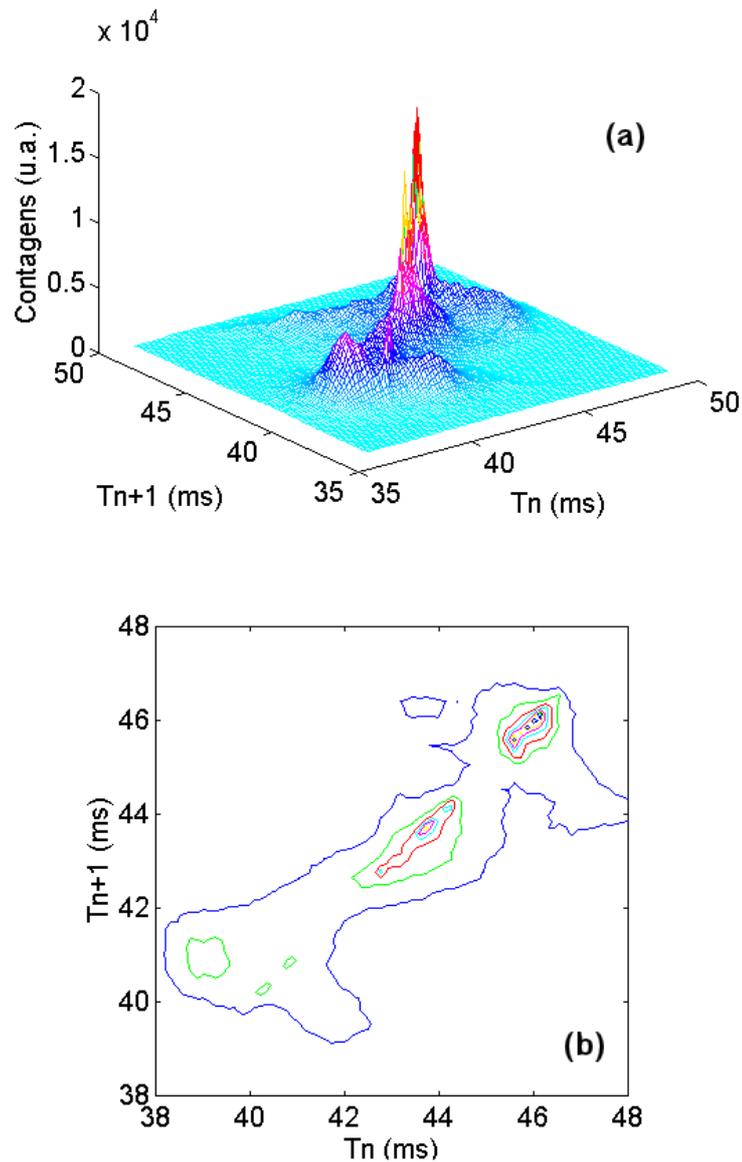


Figura 3.3.37 - Aplicação da transformação do ponto fixo à série de dados E0. (a) Histograma bidimensional, onde o maior pico corresponde à posição do ponto de sela, determinada em $T_{n+1} = T_n = 46,133$, usando o diagrama de curvas de nível (b).

No início da segunda fase, recobre-se a região do ponto fixo do atrator reconstruído com pequenos quadrados de lado Δ , conforme mostrado na Fig. 3.3.38. Cada quadrado corresponde a um elemento C_{ij} da matriz de controle.

Determina-se o valor de um elemento da matriz de controle com o seguinte procedimento:

- Espera-se que um ponto (T_{n-1}, T_n) caia nas proximidades do ponto fixo e determina-se qual o elemento de matriz (C_{ij}) correspondente;
- Obtém-se o próximo ponto (T_n, T_{n+1}) a partir da evolução natural do sistema;
- Espera-se até que um outro ponto (T_{m-1}, T_m) corresponda ao mesmo elemento de matriz de (T_{n-1}, T_n) ;
- Perturba-se a formação da gota $m+1$, e verifica-se para qual ponto (T_m, T_{m+1}) o sistema evolui quando perturbado;
- Se o sistema perturbado vai para uma região mais próxima da variedade estável do ponto de sela em relação ao que iria com a evolução natural, atribui-se o valor 1 para o elemento C_{ij} , caso contrário o valor 0 é atribuído.

Repete-se os passos (a) - (e) até que se tenha determinado um grande número de elementos da matriz de controle.

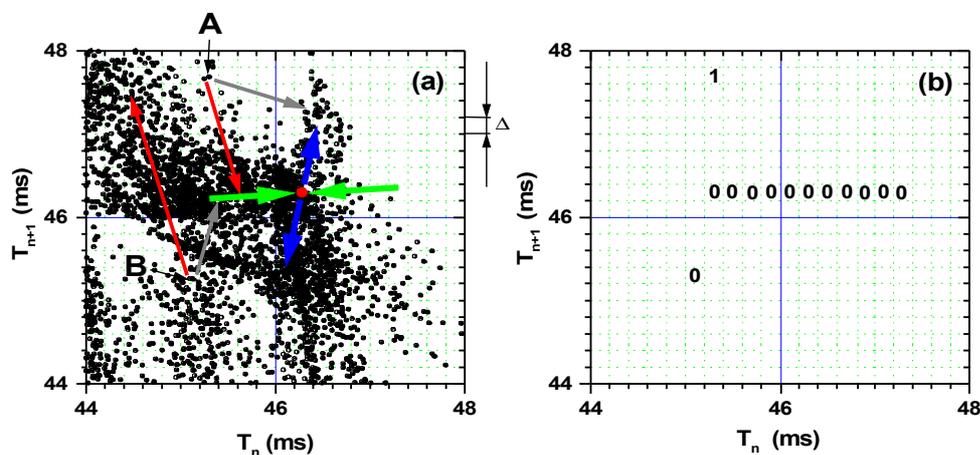


Figura 3.3.38 - Exemplo de construção da matriz de controle. (a) Mapa de retorno da série E0 na região do ponto fixo. As setas em vermelho (cinza) correspondem às orbitas perturbadas (não perturbadas) partindo das regiões A e B. (b) Elementos correspondentes da matriz de controle. Quando a perturbação leva a órbita para próximo das variedades estáveis ou do próprio ponto de sela é atribuído um valor 1 ao elemento de matriz correspondente. Aos elementos da matriz que correspondem às variedades estáveis é associado o valor 0.

A terceira etapa da técnica consistirá na aquisição de dados e na verificação do valor do elemento da matriz de controle correspondente a cada dois intervalos de tempo consecutivos (T_n, T_{n+1}). A formação da gota seguinte será perturbada com o pulso de ar, caso o valor do elemento da matriz seja igual a 1, fazendo com que as órbitas sejam levadas para a região do ponto fixo, tornando-a estável.

Atualmente, estamos implantando a segunda fase da técnica, cujo perfeito funcionamento depende fortemente da escolha de três fatores relacionados com a perturbação: intensidade (pressão do ar comprimido), duração e instante de aplicação da perturbação (após a detecção da última gota). Será necessário um longo tempo de aprendizado com o aparato experimental para encontrar a relação existente entre estes fatores e a produção de perturbações adequadas a cada região do espaço de fase reconstruído.

4 - Modelo topológico do comportamento dos atratores em mapas de primeiro retorno de sistemas com fluxo médio constante:

Desenvolvemos um modelo simples que explica a característica de rotação horária, observada em todos os atratores da torneira gotejante, e que pode explicar as anticorrelações de longo alcance e o aparecimento de caos homoclínico em diferentes taxas de vazão média.

O modelo desenvolvido baseia-se em sistemas onde se pretende manter um fluxo médio constante através de uma série de eventos discretos de bombeamento, onde o volume bombeado em cada um dos eventos é aproximadamente constante. Desse modo, partimos de duas suposições básicas:

(a) O fluxo médio de massa é constante (continuidade);

(b) Para um dado fluxo, o tamanho das gotas é praticamente constante (verificado experimentalmente (Sartorelli *et al.*, 1994; da Rocha *et al.*, 1996).

Após termos medido uma série $T = \{T_1, T_2, T_3, \dots\}$, muito grande, de intervalos de tempo entre gotas de massa m , o valor médio do fluxo de massa deve ser $m/\langle T \rangle$. Se tivermos, nesta série T , um trecho com vários intervalos entre gotas acima de $\langle T \rangle$, teremos no final deste trecho um excedente de água no filete pendente, que irá causar a formação de gotas posteriores em tempos menores que $\langle T \rangle$. O raciocínio contrário aplica-se aos trechos com tempos menores que $\langle T \rangle$.

O fato de grupos de tempos maiores (menores) que $\langle T \rangle$ terem que ser sucedidos por grupos de tempos menores (maiores) que $\langle T \rangle$ pode explicar as anticorrelações de longo alcance encontradas nas séries de intervalos entre gotas da experiência da torneira gotejante (Penna *et al.*, 1995) e nas séries de intervalos entre batidas de corações sádios (Peng *et al.*, 1993).

4.1 - Desenvolvimento do modelo:

Nos mapas de retorno, a coordenada y de um ponto é transformada na coordenada x do ponto seguinte. Desse modo, a diagonal é a separatriz entre duas regiões de comportamentos opostos. Na região acima da diagonal ($y > x$), o valor de x de um ponto sempre será maior que o valor de x do ponto anterior, e na região abaixo da diagonal acontece o inverso. Assim, temos um movimento que se desloca para a direita (maiores valores de x), acima da

diagonal, e um movimento para a esquerda (menores valores de x), abaixo da diagonal.

Na Fig. 4.1 mostramos um mapa de retorno (T_{n+1} vs. T_n) hipotético, correspondente a uma rotação no sentido horário. Começamos na região $T_y > T_x$ com o ponto 1 sendo mapeado no ponto 2. Poderíamos ter continuado acima da diagonal o que implicaria em tempos cada vez maiores, mas a longo prazo não conseguiríamos manter $\langle T \rangle$ constante. O ponto 2 é mapeado no ponto 3, abaixo da diagonal, e temos a sucessão $3 \rightarrow 4 \rightarrow 5 \rightarrow 6$, toda abaixo da diagonal, correspondendo a um movimento para a esquerda na direção de tempos cada vez menores, que a longo prazo podem fazer o valor de $\langle T \rangle$ diminuir. Passamos novamente para a região acima da diagonal quase fechando um ciclo. Dessa maneira, após cada ciclo aproximado, o valor de $\langle T \rangle$ pode ser facilmente mantido constante em rotações no sentido horário.

Uma tentativa de construir um mapa de retorno com órbitas no sentido anti-horário é mostrada na Fig. 4.2. A órbita anti-horária $P_1 \rightarrow P_2 \rightarrow P_3$ é sempre seguida de um trecho horário, qualquer que seja o valor do próximo T_y , como exemplificado pelos pontos P_{4a} , P_{4b} e P_{4c} .

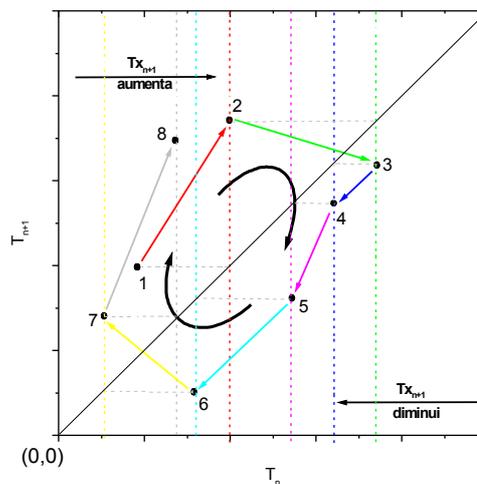


Figura 4.1 - Mapa de primeiro retorno correspondente a uma rotação hipotética no sentido horário. Acima da diagonal ($T_y > T_x$) temos deslocamentos para a direita e abaixo da diagonal ($T_y > T_x$) temos deslocamentos para a esquerda.

Para termos um trecho anti-horário, a partir de qualquer ponto escolhido sobre a linha azul vertical na Fig. 4.2, precisaríamos de valores de T_y menores que os atuais, como mostramos nos trechos marcados 5a, 5b e 5c. A partir daí, teríamos voltado a condições semelhantes às que estávamos

em P_1 , só que agora com tempos menores. Se tentássemos repetir as órbitas anti-horárias iríamos para tempos menores ainda e não seria possível manter o fluxo constante.

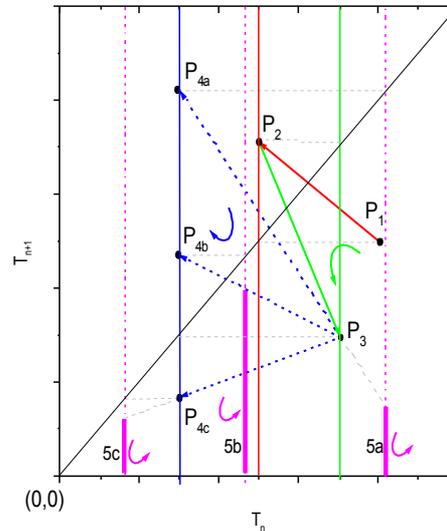


Figura 4.2 - Mapa de primeiro retorno correspondente às tentativas de obter um ciclo hipotético no sentido anti-horário. O trecho inicial anti-horário $P_1 \rightarrow P_2 \rightarrow P_3$ é seguida de um trecho horário, qualquer que seja a coordenada T_y escolhida para P_4 sobre a linha vertical azul. Um novo trecho anti-horário a partir de P_4 implicaria em tempos menores como mostramos nos trechos 5a, 5b e 5c.

Como acima (abaixo) da diagonal obtivemos tempos cada vez maiores (menores), se tentássemos produzir órbitas no sentido anti-horário não manteríamos $\langle T \rangle$ constante, como é mostrado na Fig. 4.3.

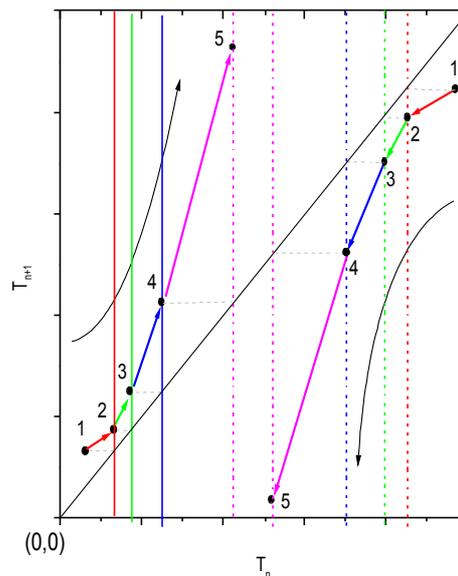


Figura 4.3 - Mapa de primeiro retorno correspondente às tentativas de obter órbitas anti-horárias hipotéticas acima e abaixo da diagonal. Por construção, acima da diagonal obtemos tempos cada vez maiores e, abaixo da diagonal, tempos cada vez menores.

4.2 - Caos e tangências homoclínicas:

O comportamento caótico presente em alguns atratores observados nos mapas de retorno dos dados da experiência da torneira gotejante implica a existência de infinitas órbitas periódicas instáveis imersas nesses atratores.

Pontos de sela de período 1 são as estruturas mais simples capazes de produzir órbitas instáveis e sensibilidade às condições iniciais. Por construção, nos mapas de retorno, estes pontos de sela devem ser encontrados sobre a diagonal ($T_{n+1}=T_n$), como observamos experimentalmente nas seções 3.3.2, 3.3.4, 3.3.5 e 3.3.7.

O comportamento das variedades de um destes pontos de sela imersos no atrator é linear como mostrado na Fig. 4.4. As variedades e sua inclinação no sentido da diagonal têm que ser definidas de acordo com o sentido de rotação horário que as órbitas do atrator devem ter acima e abaixo do ponto de sela e com as propriedades do mapa de retorno ($x_{n+1}=y_n$).

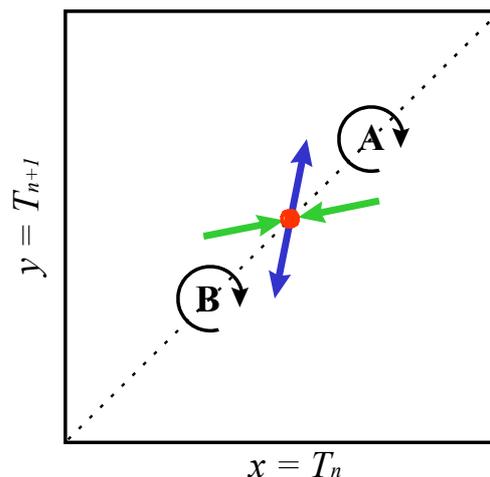


Figura 4.4 - Mapa de retorno de um atrator hipotético que possui um ponto de sela de período um (em vermelho). As direções das variedades foram definidas pelo sentido de rotação que as órbitas devem apresentar acima (A) e abaixo (B) do ponto de sela. As setas verdes representam a variedade estável e as setas azuis representam a variedade instável do ponto de sela. A inclinação das variedades no sentido da diagonal vem das propriedades do mapa de retorno ($x_{n+1}=y_n$).

Para estimar como deve ser o comportamento das variedades longe do ponto fixo, vamos seguir uma órbita que se encontra na variedade instável. Se a variedade instável continuar na mesma direção mostrada na Fig. 4.4,

teremos tempos cada vez menores (maiores) se estivermos no trecho da variedade instável abaixo (acima) da diagonal. E o fluxo médio não será mantido constante.

Para manter o fluxo médio constante e as propriedades de rotação horária das órbitas do atrator, a variedade instável deve curvar-se na direção da diagonal.

Aplicando-se o mesmo raciocínio à variedade estável, em uma região longe do ponto de sela, esta variedade deve aproximar-se da variedade instável de alguma maneira, como mostramos na Fig. 4.5.

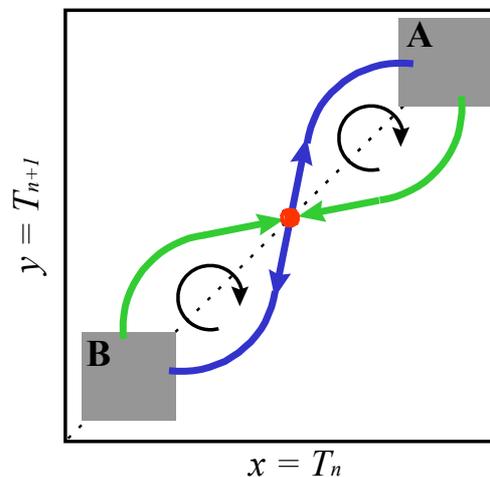


Figura 4.5 - Aproximação da variedade estável (curva verde) e da variedade instável (curva azul) em regiões distantes, acima (A) e abaixo (B) de um ponto de sela (vermelho) devido às propriedades do mapa de retorno e ao modelo do fluxo médio constante.

Deste modo, explicamos como podem ocorrer freqüentemente tangências homoclínicas como mostramos nas seções 3.3.4, 3.3.5 e 3.3.6, e também a intersecção transversal das variedades, produzindo caos homoclínico como foi mostrado na seção 3.3.5 para o bico da torneira inclinado 4° com a vertical.

5 - Conclusões

Começamos com um aparato pequeno e bastante limitado e terminamos este trabalho com um aparato que ocupa duas salas, que tornou possível a aquisição de dados ininterruptamente durante vários dias. Com a construção de uma plataforma suspensa para minimizar a transmissão de vibrações externas para o aparato e juntamente com um sistema de controle do nível d'água minimizamos os problemas de estabilidade das séries de dados, e com a construção de uma placa contadora melhoramos a relação sinal/ruído dos dados. Esta placa permite que o microcomputador faça os cálculos necessários para a aplicação de técnicas de controle e anticontrole de caos, durante a tomada de dados. Introduzimos também uma técnica para perturbar a formação das gotas, aplicando pulsos rápidos de ar comprimido na direção do bico da torneira.

Além de aplicarmos métodos tradicionais de caracterização como a transformada de Fourier e os mapas de primeiro retorno, desenvolvemos um método para encontrar as componentes de Farey que caracterizam os movimentos quase-periódicos.

Com o acompanhamento de órbitas, em espaços de fase reconstruídos, verificamos a existência de pontos de sela em vários atratores experimentais. Estes pontos de sela foram confirmados pelo método algébrico de obtenção da posição de pontos fixos instáveis imersos nos atratores (chamado “transformação do ponto fixo”).

Utilizando reconstrução do espaço de fase e métodos de caracterização topológica, como o mapeamento de pequenas regiões do espaço de fase reconstruído, caracterizamos atratores que apresentam crises e intermitências.

Também utilizamos métodos de caracterização topológica para mostrar que o súbito desaparecimento de um atrator caótico em altas taxas de vazão é devido a uma “chaotic blue sky catastrophe”, apenas observada anteriormente num modelo de equações usadas por Van der Pol para simular a dinâmica cardíaca.

Determinamos duas rotas para o caos que envolvem o aparecimento suave de caos quando a variedade estável e a variedade instável de um ponto de sela se aproximam e se tangenciam.

Aplicamos um método de anticonrole de caos para desestabilizar um ponto fixo estável que aparece no espaço de fase após a ocorrência de uma crise interior, na qual um atrator caótico colide com o ponto fixo estável. Observamos que a estrutura do atrator caótico ainda existe e é visitada pelo sistema enquanto mantemos o anticonrole ligado.

Iniciamos a implementação de uma técnica de controle de caos baseada no método OGY, mas ao invés de alterarmos o valor do parâmetro de controle introduzimos uma pequena perturbação durante a formação das gotas.

Finalmente, a familiaridade com a dinâmica apresentada pelos atratores experimentais nos levou a propor um modelo capaz de explicar muitas características observadas. O modelo parte de duas hipóteses: fluxo médio e volume das gotas constantes, explica o sentido de rotação horário apresentado pelas órbitas de todos os atratores, e pode explicar as anticorrelações de longo alcance e o freqüente aparecimento de tangências homoclínicas.

6 - Referências:

Abarbanel, H. D. I., Brown, R., Sidorowich, J. J. e Tsimring, L. S. (1993): The analysis of observed chaotic data in physical systems, *Rev. Mod. Phys.* **65**, 1331-1392.

Abarbanel, H. D. I. (1996): *Analysis of Observed Chaotic Data*, Springer, New York.

Abraham, R. H. e Stewart, H. B. (1986): A chaotic blue sky catastrophe in forced relaxation oscillations, *Physica D* **21**, 394-400.

Abraham, R. H. e Shaw, C. D. (1992): *Dynamics - the geometry of behavior - 2nd edition*, Addison-Wesley: Redwood City.

Alekseev, V. M. e Yakobsen, M. V. (1981): Symbolic dynamics and hyperbolic dynamic-systems, *Phys. Rep.* **75**, 287-325.

Alligood, K. T., Sauer, T. D. e Yorke, J. A. (1997): *Chaos - an introduction to dynamical systems*, Springer-Verlag: New York.

de Almeida, A. F. (1982): *Conheça seu Corcel - funcionamento, manutenção e mecânica*, Editora Folha Carioca, Rio de Janeiro.

de Almeida, A. M. O. (1991): *Sistemas Hamiltonianos - caos e quantização*, Editora da UNICAMP, São Paulo.

Argyris, J., Faust, G., Haase, M. (1994): *An Exploration of Chaos*, North-Holland, Amsterdam.

Aronson, D. G., Chory, M. A., Hall, G. R. e McGehee, R. P. (1982): Bifurcations from an invariant circle for two-parameter families of maps of the plane: a computer assisted study, *Commun. Math. Phys.* **83**, 303-354.

Azevedo, A. e Rezende, S. M. (1991): Controlling chaos in spin-wave instabilities, *Phys. Rev. Lett.* **66**, 1342-1345.

Baptista, M. S. e Caldas, I. L. (1998): Easy-to-implement method to target nonlinear systems, *Chaos* **8**, 290-299.

Beck, C. e Schlögl, F. (1993): *Thermodynamics of chaotic systems: an introduction*, Cambridge University Press, Cambridge.

Bonabeau, E., Theraulaz, G., Deneubourg, J. -L., Lioni, A., Libert, F. , Sawens, C. e Passera, L. (1998): Dripping faucet with ants, *Phys. Rev. E* **57**, 5904-5907.

- Brindley, J. e Kapitaniak, T. (1991): Analytic predictors for strange non-chaotic attractor, *Phys. Lett. A* **155**, 361-364.
- Cahalan, R. F., Leidecker, H. e Cahalan, G. D. (1990): Chaotic rhythms of a dripping faucet, *Comput. Phys.* **4**, 368-383.
- Collet, P. e Eckmann J. -P. (1980): *Iterated maps on the interval as dynamical systems*, Birkhäuser, Basel.
- Costa, U. M. S., Lyra, M. L., Plastino, A. R. e Tsallis, C. (1997): Power-law sensitivity to initial conditions within a logisticlike family of maps: Fractality and nonextensivity, *Phys. Rev. E* **56**, 245-250.
- Cvitanovic, P., Gunaratne, G. H. e Procaccia, I. (1988): Topological and metric properties of Hénon-type strange attractors, *Phys. Rev. A* **38**, 1503-1520.
- Ding, M. Z., Grebogi, C. e Ott, E. (1989): Dimension of strange nonchaotic attractors, *Phys. Lett. A* **137**, 167-172.
- Ditto, W. L., Rauseo, S. N. e Spano, M. L. (1990): Experimental control of chaos, *Phys. Rev. Lett.* **65**, 3211-3214.
- Dreyer, K. e Hickey, F. R. (1990): The route to chaos in a dripping water faucet, *Am. J. Phys.* **59**, 619-627.
- Ellner, S., Nychka, D. W. e Galant, A. R. (1992): LENNS, a program to estimate the dominant Lyapunov exponent of noisy nonlinear systems from time series data, Institute of Statistics Mimeo Series # 2235 (BMA Series # 39), Statistics Department, North Carolina State University, Raleigh NC 27695-8203.
- Fraser, A. M. e Swinney, H. L. (1986): Independent coordinates for strange attractors from mutual information, *Phys. Rev. A* **33**, 1134-1140.
- Fraser, A. M. (1989): Information and entropy in strange attractors, *IEEE Trans. on Inform. Theory* **35**, 245-261.
- de Gennes, P. -G. e Badoz, J. (1997): *Os objetos frágeis*, Editora da Unicamp, São Paulo.
- Gleick, J. (1990): *Caos, a criação de uma nova ciência*, Editora Campus, Rio de Janeiro.
- Gluckman, B. J., Neel, E. J., Netoff, T. I., Ditto, W. L., Spano, M. L. e Schiff, S. J. (1996): Electric field suppression of epileptiform activity in hippocampal slices, *J. Neurophys.* **76**, 4202-4205.
- Gonçalves, W. M. (1996): *A experiência da Torneira Gotejante*, tese apresentada ao Instituto de Física da Universidade de São Paulo, para obtenção do título de Doutor em Ciências.
- Gonçalves, W. M., Pinto, R. D., Sartorelli, J. C. e de Oliveira, M. J. (1998): Inferring statistical complexity in the dripping faucet experiment, *Physica A* **257**, 385-389.

- Grassberger, P. e Procaccia, I. (1983): Measuring the strangeness of strange attractors, *Phys. D* **9**, 189-208; Characterization of strange attractors, *Phys. Rev. Lett.* **50**, 346-349.
- Grassberger, P. (1988): On symbolic dynamics of the one-humped maps of the interval, *Z. Naturforsch. A* **43**, 671-680.
- Grebogi, C., Ott, E. e Yorke, J.A. (1982): Chaotic attractors in crisis, *Phys. Rev. Lett.* **48**, 1507-1510.
- Grebogi, C., Ott, E. e Yorke, J. A. (1983): Crises, sudden changes in chaotic attractors , and transient chaos, *Physica D* **7**, 181-200.
- Guckenheimer, J. e Holmes, P. (1983): *Nonlinear oscillations, dynamical systems and bifurcations of vector fields*, Springer-Verlag, New York.
- Henon, M. (1976): A two dimensional mapping with a strange attractor, *Commun. Math. Phys.* **50**, 69-77.
- Hocking, J. G. e Young, G. S. (1961): *Topology*, Addison-Wesley, Massachussets.
- Holden, A. V. (1997): Nonlinear science - the impact of biology, *Int. J. Bif. Chaos*, **7**, 2075-2104.
- IBM Corp. (1983): *Personal Computer Hardware Reference Library*, IBM Corp., New York.
- In, V., Mahan, S. E., Ditto, W. L. e Spano, W. M. (1995): Experimental maintenance of chaos, *Phys. Rev. Lett.* **74**, 4420-4423.
- Kennel, M. B., Brown, R. e Abarbanel, H. D. I.(1992): Determining embedding dimension for phase-space reconstruction using a geometrical construction, *Phys. Rev. A* **45**, 3403-3411.
- Kim, S. H. e Ostlund, S. (1986): Simultaneous rational-approximations in the study of dynamic-systems, *Phys. Rev. A* **34**, 3426-3434.
- Lewin, R. (1993): *Complexidade - a vida no limite do caos*, Rocco, Rio de Janeiro.
- Li, T. Y. e Yorke, J. A. (1975): Period 3 implies chaos, *Am. Math. Month.* **82**, 985-992.
- Mañé, R. (1978): Contributions to the stability conjecture, *Topology* **17**, 386-396.
- Manneville, P. e Pomeau, Y. (1980): Different ways to turbulence in dissipative dynamical systems, *Physica D* **1**, 219-226.
- Markus, L. (1961): Structurally stable differential systems, *Ann. Math.* **73**, 1-19.
- Marsden, J. E. e McCracken, M. (1976): *The Hopf bifurcation and its applications*, Springer, New York.

- Martien, P., Pope, S. C., Scott, P. L. e Shaw, R. S. (1985): The chaotic behavior of a leaky faucet, *Phys. Lett. A* **110**, 399-404.
- Mehta, N. J. e Henderson, R. M. (1991): Controlling chaos to generate aperiodic orbits, *Phys. Rev. A* **44**, 4861-4865.
- Mira, C. (1997): Some historical aspects of nonlinear dynamics: possible trends for the future, *Int. J. Bif. Chaos* **7**, 2145-2173.
- Mora, L. e Viana, M. (1993) The abundance of strange attractors, *Acta Math.* **171**, 1-71.
- Núñez-Yépez, H. N., Salas-Brito, A. L., Vargas, C. A. e Vicente, L. A. (1989): Chaos in a dripping faucet, *Eur. J. Phys.* **10**, 99-105.
- de Oliveira, P. M. C. e Penna, T. J. P. P. (1994): Lattice simulation of leaky faucet dynamics, *Int. J. Mod. Phys. C* **5**, 997-1006.
- Oseledec, V. I. (1968): A multiplicative ergodic theorem: the Lyapunov characteristic numbers of dynamical systems, *Trans. Mosc. Math. Soc.* **19**, 197-231.
- Ostlund, S., Rand, D., Sethna, J. e Siggia, E. (1983): Universal properties of the transition from quasi-periodicity to chaos in dissipative systems, *Physica D* **8**, 303-342.
- Ott, E., Grebogi, C. e Yorke, J. A. (1990): Controlling chaos, *Phys. Rev. Lett.* **64**, 1196-1199.
- Palis, J. e Takens, F. (1993): *Hyperbolicity and sensitive chaotic dynamics at homoclinic bifurcations*, Cambridge University Press, New York.
- Peixoto, M. M. (1962): Structural stability on two-dimensional manifolds, *Topology* **1**, 101-120.
- Penna, T. J. P., de Oliveira, P. M. C., Sartorelli, J. C., Gonçalves, W. M. e Pinto, R. D. (1995): Long-range anticorrelations and non-Gaussian behavior of a leaky faucet, *Phys. Rev. E* **52**, R2168-R2171.
- Peng, C. -K., Buldyrev, S. V., Goldberger, A. L., Havlin, S., Sciortino, F., Simons, M. e Stanley, H. E. (1992): Long-range correlations in nucleotide-sequences, *Nature* **356**, 168-170.
- Peng, C. -K., Mietus, J., Hausdorff, J. M., Haulin, S., Stanley, H. E. e Goldberger, A. L. (1993): Long-range anticorrelations and non-gaussian behavior of the heartbeat, *Phys. Rev. Lett.* **70**, 1343-1346.
- Pinto, R. D., Gonçalves, W. M., Sartorelli, J. C. e de Oliveira, M. J. (1995): Hopf bifurcation in a leaky faucet experiment, *Phys. Rev. E* **52**, 6896-6899.
- Pinto, R. D., Gonçalves, W. M., Sartorelli, J. C., Caldas, I. L. e Baptista, M. S. (1998): Interior crises in a dripping faucet experiment, *Phys. Rev. E* **58**, 4009-4011.

- Robinson, R. C. (1973): C[1] structural stability implies Kupka-Smale, *Dynamical Systems*, Peixoto, M. ed., 443-449, Academic, New York.
- da Rocha, M. S. F., Sartorelli, J. C., Gonçalves, W. M. e Pinto, R. D. (1996): Some dynamical aspects of the water drop formation in a leaky faucet, *Phys. Rev. E* **54**, 2378-2383.
- Rössler, O. E. (1977): *Synergetics: a workshop*, Haken, H., Springer Verlag: Berlim, 174-183.
- Rössler, O. E. (1976): Different types of chaos in two simple differential equations, *Z. Naturf.* **31a**, 1664-1670.
- Ruelle, D. e Takens, F. (1971): On the nature of turbulence, *Comm. Math. Phys.* **20**, 167-192.
- Sano, M. e Sawada, Y. (1985): Measurement of the Lyapunov spectrum from a chaotic time-series, *Phys. Rev. Lett.* **55**, 1082-1085.
- Sartorelli, J. C., Gonçalves, W. M. e Pinto, R. D. (1994): Crisis and intermittence in a leaky-faucet experiment, *Phys. Rev. E* **49**, 3963- 3975.
- Sauer, T. D. (1997): Reconstruction of integrate-and-fire dynamics, *Fields Inst. Comm.* **11**, 63-75.
- Schiff, S. J., Jerger, K., Chang, T., Sauer, T. e Aitken, P. G. (1994a): Stochastic versus deterministic variability in simple neuronal circuits, *Biophys. J.* **67**, 671-683.
- Schiff, S. J., Jerger, K., Duong, D. H., Chang, T., Spano, M. L. e Ditto, W. L. (1994b): Controlling chaos in the brain, *Nature* **370**, 615-620.
- Seidel, R. (1988): *From equilibrium to chaos - practical bifurcation and stability analysis*, Elsevier, New York.
- Shaw, R. (1984): *The dripping faucet as a model chaotic system*, Aerial Press: Santa Cruz.
- Shilnikov, L. (1997): Mathematical problems of nonlinear dynamics: a tutorial, *Int. J. Bif. Chaos* **7**, 1953-2001.
- Shinbrot, T., Ott, E., Grebogi, C. e Yorke, J. A. (1990): Using chaos to direct trajectories to targets, *Phys. Rev. Lett.* **65**, 3215-3218.
- da Silva, J. G. M. (1996): *Caracterização da Dinâmica de Formação de Gotas*, dissertação apresentada ao Instituto de Física da Universidade de São Paulo, para obtenção do título de Mestre em Ciências.
- da Silva, J. G. M., Sartorelli, J. C., Gonçalves, W. M. e Pinto, R. D. (1997): A scale law in a dripping faucet, *Phys. Lett. A* **226**, 269-274.
- Simó, C. (1979): On the Hénon-Pomeau attractor, *J. Stat. Phys.* **21**, 465-494.

Smale, S. (1964): Diffeomorphisms with many periodic points, *Differential and combined topology symposium in honor of Marston Morse*, Princeton University Press, New Jersey.

Smale S. (1967): Differential dynamical systems, *Bull. Am. Math. Soc.* **73**, 747-817.

So, P. e Ott, E. (1995): Controlling chaos using time delay coordinates via stabilization of periodic orbits, *Phys. Rev. E* **51**, 2955-2962.

So, P. Ott, E., Schiff, S. J., Kaplan, D. T., Sauer, T. e Grebogi, C. (1996): Detecting unstable periodic orbits in chaotic experimental data, *Phys. Rev. Lett.* **76**, 4705-4708.

Takens, F. (1981): Detecting strange attractors in turbulence, *Lecture Notes in Math.* **898**, Springer-Verlag, Berlin.

Texas Instruments (1976): *The TTL Data Book for Design Engineers*, 2nd edition, Texas Instruments Inc.

Thompson, J. M. T. e Stewart, H. B. (1986): *Nonlinear dynamics and chaos - geometrical methods for engeneers and scientists*, John Wiley & Sons, Chichester.

Tompkins, W. J. e Webster, J. G. (1988): *Interfacing sensors to the IBM-PC*, Prentice-Hall, NJ.

Tsallis, C., Plastino, A. R. e Zheng, W. M. (1997): Power-law sensitivity to initial conditions - New entropic representation, *Chaos, Solitons & Fractals* **8**, 885-891.

Ures, R. (1995): On the approximation of Hénon-like attractors by homoclinic tangencies, *Ergod. Theor. Dyn. Sys.* **15**, 1223-1229.

Vieira. M. C. S., Lazo, E. e Tsallis, C. (1987): New road to chaos, *Phys. Rev. A* **35**, 945-948.

Vieira. M. C. S. e Tsallis, C. (1989): Gap road to chaos - Lyapunov and uncertainty exponents and multifractality, *Europhys. Lett.* **9**, 119-123.

Witkowski, F. X., Kavanagh, K. M., Penkoske, P. A., Plonsey, R., Spano, M. L., Ditto, W. L., Kaplan, D. T. (1995): Evidence for determinism in ventricular-fibrillation, *Phys. Rev. Lett.* **75**, 1230-1233.

Witkowski, F. X., Leon, L. J., Penkoske, P. A., Giles, W. R., Spano, M. L., Ditto, W. L. e Winfree, A. T. (1998): Spatiotemporal evolution of ventricular fibrillation, *Nature* **392**, 78-82.

Wu, X. e Schelly, Z. A. (1989): The effects of surface tension and temperature on the nonlinear dynamics of the dripping faucet, *Phys. D* **40**, 433-443.

Zhao, H. e Zheng, W. M. (1993): Symbolic analysis of the Hénon map at $a=1.4$ and $b=0.3$, *Comm. Theor. Phys.* **19**, 21-26.

```

#include <process.h>
#include <ctype.h>
#include <conio.h>
#include <dos.h>
#include <math.h>
#include <stdio.h>
#include <stdlib.h>
#include <string.h>
#include <graphics.h>

#define NMAX 65536lu
#define N 50
#define INJETOR 0x378

void motor(int *,int);
void adquire(unsigned long int huge *,unsigned long
            int,unsigned long int);
void aquireq(void);
void aquipert(void);
void plota(void);
void escala(void);
float vazao(void);
void desenhaescala(void);
void numcores(void);

static unsigned long int huge t[2*NMAX];
static long int tmax,tmin,faixa;
static float vaz;
static char es[15];
static unsigned int cor,ncores,time;
static unsigned int nescala,nvazao;
static int nfase;
static int gdriver = DETECT,gmode,errorcode;
static char ch;
static unsigned long int txmin,txmax,tymin,tymax;
static unsigned int x1,x2,y1,y2;
static int be;
FILE *fp;

void main(void){

    int npassos;
    txmin=0;
    tymin=0;
    txmax=0;
    tymax=0;

    nfase=0;
    motor(&nfase,1);    //energiza uma posicao inicial
                        //arbitraria do motor

    clrscr();
    nescala=N;
    nvazao=N;
    cor=15;
    ncores=1;
    time=2;
    do{
        printf("INTER3 - Programa de aquisicao,
        plotagem, controle do motor e injetor\n");
    }

```

```

printf("LFNL - 29/06/98 - interface de
  aquisicao AQUINTER e motor 400 s/r\n");
printf("Injetor Bosch EV - aquisicao +
  perturbacao\n\n");
printf("ESC-sai, Grafico, AdQuire, Vazao,
  n_eScala, n_vazao, Motor, +, -\n");
ch=toupper((char)getch());
switch(ch){
  case 27:
    motor(&nfase,0);
    exit(0);
    break;
  case 'A':
    aquireq();
    ch=' ';
    break;
  case 'Q':
    equipert();
    ch=' ';
    break;
  case 'M':
    printf("numero de passos>
      "); scanf("%d",&npassos); motor(&nfase,npassos); ch=' ';
    break;
  case '+':
    printf("abrindo um
      passo...");
    motor(&nfase,1);
    ch=' ';
    break;
  case '-':
    printf("fechando um
      passo..."); motor(&nfase,-1);
    ch=' ';
    break;
  case 'G':
    escala();
    vaz=vazao(); desenhaescala();
    plota();
    ch=' ';
    break;
  case 'V':
    vaz=vazao();
    printf("vazao= %5.2f
      gotas/s\n",vaz); printf("ENTER para sair"); ch=getch();
    ch=' ';
    break;
  case 'S':
    printf("numero de pontos
      para escala automatica> "); scanf("%d",&nescala);
    ch=' ';
    break;
  case 'Z':
    printf("numero de pontos
      para vazao media> "); scanf("%d",&nvazao);
    ch=' ';
    break;
  default:
    ch=' ';
}

```

```

        clrscr();
    }while(ch==' ');
}

/* ---- FAZ UMA AMOSTRAGEM PARA DEFINIR A ESCALA -----*/
void escala(void) {
    unsigned long int i,ngotas;

    clrscr();
    printf("Caro usuario, peço sua compreensao.\n");
    printf("Aguarde, por favor, estou fazendo uma
        amostragem...");
    ngotas=nescala;
    acquire(t,1,0);
    acquire(t,ngotas,0);
    for(i=0;i<2*ngotas;i+=2){
        t[i]+=t[i+1];
    }
    tmax=(long int)t[0];
    tmin=(long int)t[0];
    for(i=2;i<2*ngotas;i+=2){
        if((long int)t[i]>(tmax)) tmax=(long int)t[i];
        if((long int)t[i]<(tmin)) tmin=(long int)t[i];
    }
    faixa=(tmax)-(tmin); tmax=(tmax)+(faixa)/5lu; // ajusta os limites da escala em 20% tmin=(tmin)-
(faixa)/5lu; faixa=(tmax)-(tmin);
}

/* -----DESENHA ESCALA E MENU NA TELA -----*/
void desenhaescala(void) {
    float tmx,tmn,tmd;
    initgraph(&gdriver,&gmode,"c:\\borlandc\\bgi");
    setcolor(9);
    line(0,0,0,479);
    line(0,479,479,479);
    line(479,479,479,0);
    line(479,0,0,0);

    if(txmin!=0) {
        if(be!=0){
            setcolor(14);
        }
        else {
            setcolor(13);
        }
        x1=(unsigned int)((txmin-
            (tmin))*480lu/(faixa));
        x2=(unsigned int)((txmax-
            (tmin))*480lu/(faixa));
        y1=480-((unsigned int)((tymin-
            (tmin))*480lu/(faixa)));
        y2=480-((unsigned int)((tymax-
            (tmin))*480lu/(faixa))); line(x1,y1,x2,y1); line(x2,y1,x2,y2); line(x2,y2,x1,y2);
        line(x1,y2,x1,y1);
    }

    setcolor(13);
    settextstyle(1,0,1);
    sprintf(es,"Tn+1 vs Tn");
    outtextxy(30,0,es);
}

```

```

setcolor(12);
setttextjustify(1,2);
sprintf(es,"INTER_3");
outtextxy(580,0,es);

sprintf(es,"LFNL 06/98");
outtextxy(580,30,es);

setcolor(13);
sprintf(es,"ESC - sai");
outtextxy(580,65,es);

sprintf(es,"+ abre 1");
outtextxy(580,90,es);

sprintf(es,"- fecha 1");
outtextxy(580,115,es);

sprintf(es,"AdQuire");
outtextxy(580,140,es);

sprintf(es,"reEscala");
outtextxy(580,165,es);

sprintf(es,"Limpa");
outtextxy(580,190,es);

sprintf(es,"Vazao");
outtextxy(580,215,es);

sprintf(es,"n_Cores");
outtextxy(580,240,es);

sprintf(es,"amPlia");
outtextxy(580,265,es);

sprintf(es,"Reduz");
outtextxy(580,290,es);

sprintf(es,"InjeTOr %dms",time);
outtextxy(580,315,es);

sprintf(es,"Motor");
outtextxy(580,340,es);

sprintf(es,"eXpUlsa");
outtextxy(580,365,es);

setcolor(15);
setttextstyle(1,0,1);
setttextjustify(0,2);
sprintf(es,"%5.2f",vaz);
strcat(es," gotas/s");
outtextxy(300,0,es);

tmx=(float)tmax/1000lu;
tmin=(float)tmin/1000lu;
tmd=(float)(tmax+tmin)/2000lu;

```

```

setcolor(15);
settextstyle(0,0,1);
sprintf(es,"%5.2f",tmd);
outtextxy(0,470,es);

settextjustify(1,2);
sprintf(es,"%5.2f",tmd);
outtextxy(240,470,es);

settextjustify(2,2);
sprintf(es,"%5.2f",tmx);
outtextxy(478,470,es);
settextjustify(0,2);
settextstyle(1,0,1);

setcolor(12);
settextjustify(1,2);
sprintf(es,"%d cor(es)",ncores);
outtextxy(580,450,es);
settextjustify(0,2);
}

/* ----- MAPA DE PRIMEIRO RETORNO EM TEMPO REAL -----*/
void plota(void){
    unsigned long int i,tm,tn,ta[2];
    unsigned int x,y;
    int npassos;
    char a;

    be=0;
    acquire(ta,1,0);

    do{
        acquire(ta,1,0);
        tn=ta[0]+ta[1];
        while(!kbhit()){
            acquire(ta,1,0); tm=ta[0]+ta[1];
            if(be!=0){
                if(tm<tymax){
                    if(tn<txmax){
                        if(tm>tymin){
                            if(tn>txmin){
                                a=inportb(INJETOR);
                                outportb(INJETOR,
                                    a&0xEF);
                                delay(time);
                                outportb(INJETOR,a);
                            }
                        }
                    }
                }
            }
        }

        x=(unsigned int)((tn-
            (tmin))*480lu/(faixa));
        y=480-((unsigned int)((tm-
            (tmin))*480lu/(faixa)));
        if(ncores!=1){
            if(cor>ncores-1) cor=1;

```

```

        else cor+=1;
    }
    else cor=15;
    putpixel(x,y,cor);
    tn=tm;
}

ch=toupper((char)getch());
switch(ch){
    case '7':
        closegraph();
        return;
    case '+':
        motor(&nfase,1);
        ch=' ';
        break;
    case '-':
        motor(&nfase,-1);
        ch=' ';
        break;
    case 'E':
        closegraph();
        escala();
        desenhaescala();
        if(be!=0){
            settextstyle(1,0,1);
            settextjustify(1,2);
            setcolor(14);
            sprintf(es,"eXpUlsa");
            outtextxy(580,365,es);
            settextjustify(0,2);
            line(x1,y1,x2,y1);
            line(x2,y1,x2,y2);
            line(x2,y2,x1,y2);
            line(x1,y2,x1,y1);
        }
        ch=' ';
        break;
    case 'A':
        closegraph();
        aquireq();
        escala();
        desenhaescala();
        ch=' ';
        break;
    case 'Q':
        closegraph();
        aquipert();
        escala();
        desenhaescala();
        ch=' ';
        break;
    case 'M':
        closegraph();
        printf("numero de passos>
            ");
        scanf("%d",&npassos);
        motor(&nfase,npassos);
        desenhaescala();
        ch=' ';

```

```

        break;
case 'L':
    closegraph();
    desenhaescala();
    ch=' ';
    if(be!=0){
        settextstyle(1,0,1);
        settextjustify(1,2);
        setcolor(14);
        sprintf(es,"eXpUlsa");
        outtextxy(580,365,es);
        settextjustify(0,2);
        line(x1,y1,x2,y1);
        line(x2,y1,x2,y2);
        line(x2,y2,x1,y2);
        line(x1,y2,x1,y1);
    }
    break;
case 'V':
    setcolor(0);
    sprintf(es,"%5.2f",vaz);
    outtextxy(300,0,es);
    vaz=vazao();
    setcolor(15); sprintf(es,"%5.2f",vaz); outtextxy(300,0,es); ch=' '; break;
case 'C':
    settextjustify(1,2); setcolor(0);
    sprintf(es,"%d
        cor(es)",ncores); outtextxy(580,450,es); setcolor(12);
    if(ncores==15) ncores=1; else ncores++; sprintf(es,"%d
        cor(es)",ncores); outtextxy(580,450,es); settextjustify(0,2);
    ch=' ';
    break;
case 'I':
    a=inportb(INJETOR); outportb(INJETOR,
        a&0xEF);
    delay(time); outportb(INJETOR,a);
    ch=' ';
    break;
case 'T':
    settextstyle(1,0,1); settextjustify(1,2); setcolor(0); sprintf(es,"InjeTOR
        %dms",time); outtextxy(580,315,es); time++; setcolor(13);
    sprintf(es,"InjeTOR
        %dms",time); outtextxy(580,315,es); settextjustify(0,2);
    ch=' ';
    break;
case 'O':
    settextstyle(1,0,1); settextjustify(1,2); setcolor(0); sprintf(es,"InjeTOR
        %dms",time); outtextxy(580,315,es);
    time--;
    setcolor(13);
    sprintf(es,"InjeTOR
        %dms",time); outtextxy(580,315,es); settextjustify(0,2);
    ch=' ';
    break;
case 'R':
    tmax=tmax+(long
        int)(faixa/10);
    tmin=tmin-(long
        int)(faixa/10);
    faixa=tmax-tmin;

```

```

closegraph();
desenhaescala();
if(be!=0){
    settextstyle(1,0,1); settextjustify(1,2); setcolor(14); sprintf(es,"eXpUlsa
    "); outtextxy(580,365,
    es); settextjustify(0,2);
    line(x1,y1,x2,y1);
    line(x2,y1,x2,y2);
    line(x2,y2,x1,y2);
    line(x1,y2,x1,y1);
}
ch=' ';
break;
case 'P':
tmax=tmax-(longint)
    (faixa/12);
tmin=tmin+(long int)
    (faixa/12);
faixa=tmax-tmin;
closegraph();
desenhaescala();
if(be!=0){
    settextstyle(1,0,1); settextjustify(1,2); setcolor(14); sprintf(es,"eXpUlsa
    ");
    outtextxy(580,365,es); settextjustify(0,2); line(x1,y1,x2,y1); line(x2,y1,x2,y2);
    line(x2,y2,x1,y2); line(x1,y2,x1,y1);
}
ch=' ';
break;
case 'X':
closegraph();
printf("Definição do retângulo de
    perturbação:\n\n");
printf("txmin txmax tymin tymax
    [microseg] > ");scanf("%lu
    %lu%lu%lu",&txmin,
    &txmax,&tymin,&tymax);
desenhaescala();
if(be!=0){
    settextstyle(1,0,1); settextjustify(1,2); setcolor(14); sprintf(es,"eXpUlsa");
    outtextxy(580,365,es); settextjustify(0,2);
}
ch=' ';
break;
case 'U':
if(txmin==0){
    be=0;
    settextstyle(1,0,1); settextjustify(1,2); setcolor(13); sprintf(es,"eXpUlsa");
    outtextxy(580,365,es); settextjustify(0,2);
}
else{
    if(be==0){
        be=1; settextstyle(1,0,1); settextjustify(1,2); setcolor(14);
        sprintf(es,"eXpUlsa
        "); outtextxy(580,365,
        es); settextjustify(0,2);
        line(x1,y1,x2,y1);
        line(x2,y1,x2,y2);
        line(x2,y2,x1,y2);
        line(x1,y2,x1,y1);
    }
}

```

```

    }
    else{
        be=0;
        settextstyle(1,0,1); settextjustify(1,2); setcolor(13); sprintf(es,"eXpUlsa");
        outtextxy(580,365,es); settextjustify(0,2);
        line(x1,y1,x2,y1);
        line(x2,y1,x2,y2);
        line(x2,y2,x1,y2);
        line(x1,y2,x1,y1);
    }
}
ch=' ';
break;
default :
ch=' ';
}

}while(ch==' ');
closegraph();
}

```

```

/*-----CALCULA A VAZAO MEDIA EM GOTAS/s -----*/

```

```

float vazao(void){
    unsigned long int i,ngotas,ttotal;
    float vazao;

    ngotas=nvazao;
    ttotal=(unsigned long int)0;
    acquire(t,1,0);
    acquire(t,ngotas,0);
    for(i=0;i<2*ngotas;i++) ttotal+=t[i];
    vazao=(float)(ngotas*1000000)/(float)ttotal;
    return(vazao);
}

```

```

/*****
** GERA ARQUIVOS DE DADOS COM CONTROLE DO MOTOR DE PASSO E DO BICO INJETOR
**
*****/

```

```

void aquireq(void){
    char fnamesai[12],aux[3],raiz[5],a;
    int npassos;
    unsigned long int i,gota,ngotas,nantespert,nentrepert;
    unsigned int narq,narqini,narqfin,tespera,tperturb,
        tgotapert;
    unsigned long int tx,ty,tt[2]; float tmx,tmn,tmd; unsigned int x,y;

    clrscr();
    printf("Programa de aquisicao de sequencias usando
    interface,\n motor 400s/r e injetor BOSCH EV\n"); printf("LFNL - 29/06/98 - Versao 2.1\n\n");
    printf("entre com os seguintes parametros:\n"); printf("numero de gotas por arquivo (max=%lu)>
        ",NMAX); scanf("%lu",&ngotas); printf("numero de gotas antes da primeira perturbacao
        (max=%lu)> ",ngotas); scanf("%lu",&nantespert);
    printf("numero de gotas entre as perturbacoes
        (max=%lu)> ",ngotas-nantespert); scanf("%lu",&nentrepert);
    printf("tempo entre a deteccao da gota e o inicio da perturbacao (ms)> ");
}

```

```

scanf("%d",&tgotapert);
printf("duracao da perturbacao (ms)> "); scanf("%d",&tperturb);
printf("raiz dos arquivos de saida (max. 5 carac.)> "); scanf("%s",raiz); printf("numero do arquivo inicial>
");
scanf("%u",&narqini);
printf("numero do arquivo final> "); scanf("%u",&narqfin);
printf("numero de passos do motor entre os arquivos>
");
scanf("%d",&npassos);
printf("tempo de espera entre os arquivos (s)> "); scanf("%u",&tespera);
for(narq=narqini; narq<=narqfin; narq++){
    strcpy(fnamesai,raiz);
    itoa(narq,aux,10);
    strcat(fnamesai,aux);
    strcat(fnamesai,".dat");
    if((fp=fopen(fnamesai,"w"))==NULL){
        printf("Arquivo %s nao pode ser
aberto \n",fnamesai); exit(0);
    }

    vaz=vazao();
    escala();

    initgraph(&gdriver,&gmode,"c:\\borlandc\\bgi
");
    setcolor(9);
    line(0,0,0,479);
    line(0,479,479,479);
    line(479,479,479,0);
    line(479,0,0,0);

    setcolor(13);
    settextstyle(1,0,2);
    sprintf(es,"Tn+1 vs Tn");
    outtextxy(30,0,es);

    setcolor(12);
    settextjustify(1,2);
    sprintf(es,"INTER_3");
    outtextxy(580,0,es);

    sprintf(es,"LFNL 06/98");
    outtextxy(580,30,es);

    setcolor(13);
    sprintf(es,"AQUISIÇÃO");
    outtextxy(580,80,es);

    sprintf(es,"SEQÜÊNCIAS");
    outtextxy(580,100,es);

    sprintf(es,"arquivo:");
    outtextxy(580,150,es);

    strcpy(es,fnamesai);
    outtextxy(580,170,es);

    sprintf(es,"Aguarde...");
    outtextxy(580,230,es);

```

```

setcolor(15);
setttextstyle(1,0,1);
setttextjustify(0,2);
sprintf(es,"%5.2F",vaz);
strcat(es," gotas/s");
outtextxy(300,0,es);

tmx=(float)tmax/1000lu;
tmn=(float)tmin/1000lu;
tmd=(float)(tmax+tmin)/2000lu;

setcolor(15);
setttextstyle(0,0,1);
sprintf(es,"%5.2F",tmn);
outtextxy(0,470,es);

setttextjustify(1,2);
sprintf(es,"%5.2F",tmd);
outtextxy(240,470,es);

setttextjustify(2,2);
sprintf(es,"%5.2F",tmx);
outtextxy(478,470,es);
setttextjustify(0,2);
setttextstyle(1,0,1);

asm cli;
acquire(tt,1,0);
tx=tt[0]+tt[1];

for(gota=0;gotas<ngotas;gotas++){
    acquire(tt,1,0); t[2*gotas]=tt[0];
    t[(2*gotas)+1]=tt[1]; ty=tt[0]+tt[1];
    x=(unsigned int)((tx-
        (tmin))*480lu/(faixa));
    y=480-((unsigned int)((ty-
        (tmin))*480lu/(faixa)));
    putpixel(x,y,15); tx=ty;
}

while(gota<ngotas){
    delay(tgotapert);
    a=inportb(INJETOR);
    outportb(INJETOR,a&0xEF);
    delay(tperturb);
    outportb(INJETOR,a);

    for(i=0;i<nentrepert;i++){
        acquire(tt,1,0); t[(2*gotas)+(2*i)]=tt[0]; t[(2*gotas)+(2*i)+1]=tt[1]; ty=tt[0]+tt[1];
        x=(unsigned int)((tx-(tmin))
            *480lu/(faixa)); y=480-((unsigned int)((ty-
            (tmin))*480lu/(faixa))); putpixel(x,y,15); tx=ty;
    }
    gota+=nentrepert;
}
asm sti;
for(i=0;i<2*ngotas;i+=2) fprintf(fp,"%lu
%lu\n",t[i],t[i+1]); printf("Arquivo: %s coletado\n",fnamesai); fclose(fp);
motor(&nfase,npassos);
delay(1000*tespera);

```

```

        closegraph();
    }
}

/*****
** GERA ARQUIVOS DE DADOS COM perturbacoes geradas pelo injetor de acordo com
** um determinado subespaco escolhido no mapa de retorno *****/
void aquiPERT(void){
char fnamesai[12];
unsigned long int tx,ty,tt[2];
unsigned long int i,ngotas,nantesPERT,ngotasPERT,
                nentrepert,contador; unsigned int tperturb; char a;
float tmx,tmn,tmd;
unsigned int x,y;

clrscr();
printf("Programa de aquisição usando interface, motor
        400s/r e injetor BOSCH EV\n"); printf("LFNL - 29/06/98 - Versao 3.0\n"); printf("entre com os
seguintes parâmetros:\n"); printf("número de gotas (max=%lu)> ",NMAX); scanf("%lu",&ngotas);
printf("numero de gotas antes de ligar o controle
        (max=%lu)> ",ngotas); scanf("%lu",&nantesPERT);
printf("numero de gotas com o controle ligado
        (max=%lu)> ",ngotas-nantesPERT); scanf("%lu",&ngotasPERT);
printf("numero de gotas com o controle desligado
        (max=%lu)> ",ngotas-nantesPERT-ngotasPERT); scanf("%lu",&nentrepert);
printf("duracao da perturbacao (ms) (min= 2ms)> "); scanf("%d",&tperturb);
printf("perturbar em: txmin txmax tymin tymax
        [microsegundos]:\n"); scanf("%lu %lu %lu
        %lu",&txmin,&txmax,&tymin,&tymax); printf("nome do arquivo de saída> ");
scanf("%s",fnamesai);
if((fp=fopen(fnamesai,"w"))==NULL){
    printf("Arquivo %s nao pode ser aberto
        \n",fnamesai); exit(0);
}

vaz=vazao();
initgraph(&gdriver,&gmode,"c:\\borlandc\\bgi");
setcolor(9);
line(0,0,0,479);
line(0,479,479,479);
line(479,479,479,0);
line(479,0,0,0);
setcolor(13);
x1=(unsigned int)((txmin-(tmin))*480lu/(faixa));
x2=(unsigned int)((txmax-(tmin))*480lu/(faixa));
y1=480-((unsigned int)((tymin(tmin))*480lu/(faixa)));
y2=480-((unsigned int)((tymax(tmin))*480lu/(faixa)));
line(x1,y1,x2,y1);
line(x2,y1,x2,y2);
line(x2,y2,x1,y2);
    line(x1,y2,x1,y1);

    settextstyle(1,0,2);
    sprintf(es,"Tn+1 vs Tn");
    outtextxy(30,0,es);

    setcolor(12);
    settextjustify(1,2);

```

```

printf(es,"INTER_3");
outtextxy(580,0,es);

printf(es,"LFNL 06/98");
outtextxy(580,30,es);

setcolor(13);
printf(es,"AQUISIEAO+");
outtextxy(580,80,es);

printf(es,"CONTROLE");
outtextxy(580,100,es);

printf(es,"arquivo:");
outtextxy(580,150,es);

strcpy(es,fnamesai);
outtextxy(580,170,es);

printf(es,"Aguarde...");
outtextxy(580,230,es);

setcolor(15);
settextstyle(1,0,1);
settextjustify(0,2);
printf(es,"%5.2f",vaz);
strcat(es," gotas/s");
outtextxy(300,0,es);

tmx=(float)tmax/1000lu;
tmn=(float)tmin/1000lu;
tmd=(float)(tmax+tmin)/2000lu;

setcolor(15);
settextstyle(0,0,1);
printf(es,"%5.2f",tmn);
outtextxy(0,470,es);

settextjustify(1,2);
printf(es,"%5.2f",tmd);
outtextxy(240,470,es);

settextjustify(2,2);
printf(es,"%5.2f",tmx);
outtextxy(478,470,es);
settextjustify(0,2);
settextstyle(1,0,1);

asm cli;
acquire(tt,1,0);
tx=tt[0]+tt[1];
for(i=0;i<2*nantespert;i+=2){
    acquire(tt,1,0);
    t[i]=tt[0];
    t[i+1]=tt[1];
    ty=tt[0]+tt[1];

    x=(unsigned int)((tx-(tmin))*480lu/(faixa));
    y=480-((unsigned int)((ty(tmin))*
        480lu/(faixa)));

```

```

        putpixel(x,y,15);
        tx=ty;
    }
    contador=antespert;
    tx=t[2*(contador-1)]+t[(2*(contador-1))+1];
    while(contador<ngotas){
        setcolor(14);
        line(x1,y1,x2,y1);
        line(x2,y1,x2,y2);
        line(x2,y2,x1,y2);
        line(x1,y2,x1,y1);

        for(i=0;i<ngotaspert;i++){
            acquire(tt,1,0);
            contador++;
            t[2*contador]=tt[0];
            t[(2*contador)+1]=tt[1];
            ty=tt[0]+tt[1];
            if(ty<tymax){
                if(tx<txmax){
                    if(ty>tymin){
                        if(tx>txmin){
                            a=inportb(INJETOR);
                            outportb(INJETOR,a&0xEF);
                            delay(tperturb);
                            outportb(INJETOR,a);
                        }
                    }
                }
            }

            x=(unsigned int)((tx-
                (tmin))*480lu/(faixa));
            y=480-((unsigned int)((ty-
                (tmin))*480lu/(faixa))); putpixel(x,y,15);
            tx=ty;
        }

        setcolor(13);
        line(x1,y1,x2,y1);
        line(x2,y1,x2,y2);
        line(x2,y2,x1,y2);
        line(x1,y2,x1,y1);

        for(i=0;i<nentrepert;i++){
            acquire(tt,1,0);
            contador++;
            t[2*contador]=tt[0]; t[(2*contador)+1]=tt[1]; ty=tt[0]+tt[1];
            x=(unsigned int)((tx-
                (tmin))*480lu/(faixa));
            y=480-((unsigned int)((ty-
                (tmin))*480lu/(faixa))); putpixel(x,y,15);
            tx=ty;
        }
    }
    asm sti;
    for(i=0;i<2*ngotas;i+=2)
        fprintf(fp,"%lu\n",t[i]+t[i+1]);
    fclose(fp);

```

```

closegraph();
printf("Arquivo: %s coletado\n",fnamesai);
}

/* -----ROTINA DE AQUISICAO----- */
void acquire(unsigned long int huge *t, unsigned long int ngotas,
             unsigned long int index)
{
#define ZERO 0x10
#define STATUS 0x3e0
#define DADO0 0x3e1
#define DADO1 0x3e2 // placa de aquisicao usando
#define DADO2 0x3e3 // faixa de enderecos $3EX
#define DADO3 0x3e4
unsigned long int i;
unsigned int d0,d1,d2,d3;
unsigned int estado;

outportb(STATUS,ZERO);
estado=inportb(STATUS);
while(!(estado & 0x40)) {
    outportb(STATUS,ZERO);
    estado=inportb(STATUS);
}
for(i=2*index;i<2*(index+ngotas);i+=2){
    estado=inportb(STATUS); while((estado<128))
        estado=inportb(STATUS); d0=inportb(DADO0);
    d1=inportb(DADO1); // medida de dt
    d2=inportb(DADO2);
    d3=inportb(DADO3);
    outportb(STATUS,ZERO); // reinicializa
                          a placa
    t[i]=(unsigned long int)
        (d0+256*d1+65536*d2);
    estado=inportb(STATUS);
    while((estado<128)) estado=inportb(STATUS);
    d0=inportb(DADO0);
    d1=inportb(DADO1);
    d2=inportb(DADO2);
    d3=inportb(DADO3);
    outportb(STATUS,ZERO); // reinicializa
                          a placa
    t[i+1]=(unsigned long int)
        (d0+256*d1+65536*d2+65536*256*d3);
}
}

/* -----CONTROLE DO MOTOR DE PASSO----- */ void motor(int *nfase,int
                npassos)
{
#define PORT 0x378 // int. paralela do 486DX4 de
                  aquisicao
#define ATRASO 5 // 5 milissegundos entre uma
                 fase e outra

#define ZERO 0x10
unsigned int n;
char fase[8];

```

```

fase[0]=0x1e;
fase[1]=0x1a;
fase[2]=0x18;
fase[3]=0x19;    // fases para o motor de passo
                  400 s/r
fase[4]=0x11;    // do winchester Flexidisk
fase[5]=0x15;
fase[6]=0x17;
fase[7]=0x16;

outportb(PORT,fase[*nfase]); // energiza a fase atual
                             do motor
for(n=0;n<abs(npassos);n++){
    if(npassos<0){
        if(*nfase==7) *nfase=0;
        else (*nfase)++; outportb(PORT,fase[*nfase]); delay(ATRASO);
    }
    else{
        if(*nfase==0) *nfase=7;
        else (*nfase)--; outportb(PORT,fase[*nfase]); delay(ATRASO);
    }
}

if(npassos==0) outportb(PORT,ZERO); //
               desenergiza o motor
}

```