

Nome:

### 1. Álgebra vetorial

- Mostre que os produtos escalares e vetoriais são distributivos.
- Determine se o produto vetorial é associativo.

### 2. Álgebra vetorial

- Considere o cubo unitário com um canto fixo na origem e gerado pelos vetores,  $\mathbf{a} = (1, 0, 0)$ ,  $\mathbf{b} = (0, 1, 0)$  e  $\mathbf{c} = (0, 0, 1)$ . Determine o ângulo entre aquelas diagonais que passam pelo centro do cubo.
- Considere o plano contendo os pontos  $\mathbf{a}$ ,  $\mathbf{b}$  e  $\mathbf{c}$  dados em (a). Use o produto vetorial para calcular o versor deste plano.

### 3. Álgebra vetorial

- Prove a regra  $\mathbf{a} \times (\mathbf{b} \times \mathbf{c}) = \mathbf{b}(\mathbf{a} \cdot \mathbf{c}) - \mathbf{c}(\mathbf{a} \cdot \mathbf{b})$  escrevendo os dois lados em forma por componentes.
- Prove  $\mathbf{a} \times (\mathbf{b} \times \mathbf{c}) + \mathbf{b} \times (\mathbf{c} \times \mathbf{a}) + \mathbf{c} \times (\mathbf{a} \times \mathbf{b}) = 0$ . Em quais condições vale  $\mathbf{a} \times (\mathbf{b} \times \mathbf{c}) = (\mathbf{a} \times \mathbf{b}) \times \mathbf{c}$ ?

### 4. Álgebra vetorial

- Dois vetores mostram à partir da origem para os pontos  $\mathbf{r} = (2, 8, 7)$  e  $\mathbf{r}' = (4, 6, 8)$ . Determine a distância entre os pontos.

### 5. Rotação do sistema de coordenadas

- Prove que a matriz de rotação dois-dimensional

$$\begin{pmatrix} \cos \phi & \sin \phi \\ -\sin \phi & \cos \phi \end{pmatrix}$$

preserve o produto escalar, isto é,  $A'_xB'_x + A'_yB'_y = A_xB_x + A_yB_y$ .

b. Quais são os constrangimentos para os elementos  $R_{ij}$  da matriz de rotação três-dimensional necessárias para preservar sob transformação o comprimento de um vetor arbitrário?

## 6. Rotação do sistema de coordenadas

Encontre a matriz descrevendo uma rotação de  $120^\circ$  em torno do eixo  $\vec{\omega} = (1, 1, 1)$ .

## 7. Rotação do sistema de coordenadas

Considere a transformação que corresponde a uma inversão dos componentes do vetor  $\mathbf{r} \rightarrow -\mathbf{r}$  e encontre como o produto vetorial e o triplo produto escalar se transformam sob inversão.